

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський національний університет будівництва і архітектури

В.І. Лесько, М.П. Кузьмінець, Є.О. Міщук

ЕКСПЛУАТАЦІЯ І РЕМОНТ МАШИН

Конспект лекцій
для студентів,
які навчаються за напрямками підготовки
6.050502 «Інженерна механіка» та
6.010104 «Професійна освіта. Машинобудування»

Частина 1.

Київ 2015

УДК
ББК 39.311–06–5
Л47

Рецензент: А.Т. Свідерський, канд. техн. наук, професор.

Затверджено на засіданні вченої ради факультету автоматизації і інформаційних технологій, протокол № 3 від 26.11.2014 року.

Л47 **В.І. Лесько, М.П.Кузьмінець,Є.О. Міщук.**
Експлуатація і ремонт машин: конспект лекцій. Частина 1/ В.І.Лесько,
М.П.Кузьмінець, Є.О.Міщук.– К.: КНУБА, 2015. - 83 с.

Видання містить конспективні матеріали для вивчення основних понять та визначень з теорії надійності машин. Розглянуто теоретичні закони розподілу, властивості та показники надійності, методи оцінки параметрів законів розподілу, первина обробка інформації про надійність машин.

Конспект призначений для студентів для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 6.050502 «Інженерна механіка» та 6.010104 «Професійна освіта. Машинобудування»

УДК
ББК 39.311–06–5
В.І.Лесько, М.П. Кузьмінець,
Є.О.Міщук, 2015
КНУБА. 2015

ВСТУП

Технологія сучасного будівельного виробництва передбачає всебічне застосування будівельних машин, засобів малої механізації, обладнання, тощо. Зараз в нашій державі працює великий парк будівельних машин вітчизняного і закордонного виробництва, який забезпечує можливість виконання будівельних робіт. Однією із важливих задач вітчизняного будівельного комплексу є підтримання всього парку машин в працездатному стані і забезпечення надійної роботи машин при мінімальних витратах.

Ця задача вирішується шляхом організації технічної експлуатації машин, що містить систему технічних обслуговувань і ремонтів машин.

Знання основ організації технічного обслуговування, ремонту і експлуатації машин є необхідним для сучасного менеджера в галузі будівництва, оскільки на експлуатацію машин витрачається приблизно в десять разів більше матеріальних і трудових ресурсів ніж на їх придбання.

Отже, правильна організація системи технічних обслуговувань і ремонтів є важливою складовою розвитку народного господарства України і подолання економічної кризи. Під експлуатацією і ремонтом машин та обладнання прийнято розуміти комплексну систему інженерно-технічних та організаційних заходів, які забезпечують найбільш ефективно використання можливостей машин та їх високу експлуатаційну надійність.

Мета дисципліни «Експлуатація і ремонт машин» полягає в тому, щоб дати студентам необхідні теоретичні знання, практичні знання та вміння в сфері експлуатації і ремонту машин та навчити їх керувати використанням машин за призначенням та підтримувати технічно справний стан та надійність машин з використанням сучасних засобів та методів технічної діагностики.

З точки зору надійності, технічна експлуатація - це забезпечення надійності машин та обладнання в умовах експлуатації з найменшими затратами. Надійність є однією з найголовніших властивостей технічних виробів і значною мірою визначає їх якість.

Суть надійності, як складової якості машини, полягає в зберіганні основних експлуатаційних параметрів машини упродовж певного часу. Без певного рівня надійності всі інші параметри машини втрачають своє значення. Надійність, як прийнято вважати, закладається в машину в процесі проектування і її виготовлення, а реалізується - в процесі експлуатації.

В курсі лекцій дисципліни «Експлуатація і ремонт машин» приділяється достатньо уваги вивченню основ теорії надійності машин, методам розрахунку показників надійності машин, вивченню закономірностей змінювання технічного стану та фізичної сутності процесів втрати машиною працездатності в процесі експлуатації і формування відмов машин в часі. Тому, частину цього матеріалу, що потребує більш детального викладення математичного апарату теорії надійності, вирішено виділити в окреме видання - «Частина 1» конспекту лекцій. Решта матеріалу буде висвітлена в наступних виданнях.

1. ТЕХНІЧНИЙ СТАН ТА ВЛАСТИВОСТІ НАДІЙНОСТІ МАШИН

1.1. Технічний стан машин. Основні терміни та визначення.

Технічний стан машини (агрегату, механізму, з'єднання) визначається сукупністю мінливих в часі властивостей їх елементів, які характеризуються в певний момент часу і за певних умов зовнішнього середовища, поточними значеннями конструктивних або функціональних параметрів, встановлених нормативно-технічною документацією.

Технічний стан визначається здатністю машини виконувати свої безпосередні функції відповідно до технічних характеристик, закладених на стадії проектування, при певному рівні затрат на експлуатацію, технічне обслуговування і ремонт. В процесі тривалої роботи машин в її деталях, агрегатах та системах виникають незворотні процеси, несправності, пошкодження, що призводять до погіршення їх експлуатаційних властивостей та зниження ефективності використання і втрати роботоздатності. Технічний стан машини визначається якісними показниками конструктивних параметрів, які під час експлуатації під дією різноманітних факторів змінюється від початкових (номінальних) значень, що відповідають новому виробу, до гранично-допустимих, а потім до граничних значень. Тобто, технічний стан є функцією часу.

Споживача, тобто сферу експлуатації, безумовно, цікавлять не тільки й навіть не стільки початкові показники якості, але, насамперед, динаміка їхньої зміни в міру використання машин у період їхньої експлуатації. Аналіз та оцінка кількісної зміни показників якості в часі здійснюється за допомогою найважливішої властивості виробу – надійності. В залежності від ступеню зміни технічного стану машини в теорії надійності розглядаються такі його різновиди: *працездатний, непрацездатний, справний, несправний і граничний стани машини*.

1. *Працездатний стан* – стан машини, при якому значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати задані функції, відповідають вимогам нормативно-технічної та конструкторської

документації. **Працездатність не враховує вимоги, які** не впливають на експлуатаційні показники, наприклад, дефекти фарбування і т. д.

2. **Непрацездатний стан** – стан машини, при якому значення хоча б одного з параметрів, що характеризують здатність виконувати задані функції, не відповідають вимогам нормативно-технічної та конструкторської документації.

3. **Справний стан** – стан машини, при якому вона відповідає всім вимогам нормативно-технічної та конструкторської документації.

Справний і працездатний стани не тотожні. Справний стан включає в себе працездатний стан. Справна машина обов'язково працездатна. Працездатна машина може бути несправною.

4. **Несправний стан** – стан машини, при якому вона не відповідає хоча б одній вимозі нормативно-технічної документації. В несправному стані машина може бути працездатною, якщо невідповідність вимогам технічної документації не відноситься до функціональних параметрів, які визначають експлуатаційні показники машини та її працездатність, наприклад, незначні пошкодження або деформація кузова, дефекти фарбування, поломка одного із листів ресори, перегорання електролампочки і т. д. Машини із несправними складовими частинами, стан яких не відповідає вимогам безпеки (лампочки сигналізації, розбите лобове скло і т.п.) або спричиняє підвищене спрацьовування деталей, не повинні продовжувати роботу або випускатись на лінію. Інші несправності можуть бути усунуті після завершення роботи в межах змінного або добового завдання. Працездатний стан машини забезпечується виробничо-технічною службою, яка несе відповідальність за вчасне й доброякісне виконання ТО і ремонту з додержанням установлених нормативів, ефективну організацію праці ремонтно-обслуговуючого персоналу, додержання нормативно-технічної документації для ТО і ремонту.

5. **Граничний стан** – стан машини, при якому її подальша експлуатація та використання за призначенням або відновлення працездатного стану недопустимі чи недоцільні. Експлуатація машини, яка знаходиться в граничному стані, неможлива чи недоцільна через неможливість безпечної експлуатації чи невисокої ефективності роботи

(граничне спрацювання шийок колінчастого валу; граничне спрацювання комплексу деталей циліндро-поршневої групи та ін.), а також значні затрати на ремонт.

Використання машини за призначенням завжди супроводжується витратами її ресурсу та переходом у непрацездатний граничний стан у результаті поступової відмови з причин старіння та зношування матеріалів.

Граничні стани машини та її елементів встановлюють на підставі критеріїв (характерних ознак або їх сукупності): **технологічних, технічних та техніко-економічних**, за якими необхідно вважати неможливим їх подальше використання з таких причин: неусувних порушень безпеки і виходу заданих параметрів за допустимі межі; недопустимого зниження ефективності експлуатації; потреби капітального ремонту, фізичне та моральне старіння.

До технологічних критеріїв відносять сукупність признаков, що проявляються в порушенні вихідних конструктивних і технологічних регулювань внаслідок несвоєчасного контролю.

Наприклад: несвоєчасний контроль та регулювання натягу паса вентилятора призводять до зміни ряду при знаків нормальної роботи двигуна – погіршення теплового режиму, прискорення процесу відкладення накипу, утворення нагару, погіршення умов мащення підшипників колінчастого валу і передчасного розбирання двигуна. До аналогічних наслідків прозводить несвоєчасне регулювання механізму газорозподілу, вузлів паливної апаратури, зчеплення, головної передачі, вузлів ходової частини й керування, несвоєчасне очищення повітряних, паливних і оливних фільтрів та підтягування кріплень і вузлів.

Технічні критерії – сукупність при знаків, що проявляються в зміні розмірів, геометричної форми, виникнення дисбалансу та биття внаслідок зміни величини зазору і натягу, взаємного положення деталей, вібрації, нагрівання, тощо.

Наприклад: граничне значення параметра «зазор у підшипниках колінчастого валу» зумовлене в більшості випадків технічними факторами – запобігання виникнення напівсухого тертя в цьому спряженні.

Техніко-економічні критерії – сукупність признаков, що вказують на технічну можливість і економічну доцільність способів забезпечення параметра технічного стану.

Наприклад:

1) граничне значення параметра «потужність двигуна» ґрунтується в основному на економічних факторах – зниженні продуктивності тракторного агрегату, збільшення витрат палива, тощо; (проте двигун є цілком роботоздатним так як граничним значенням потужності двигуна тепер вважають 92% від початкового (номінального) значення).

2) граничне значення параметра «зазору підшипника колінчастого валу» зумовлюється економічними критеріями, бо занадто жорсткий допуск на величину граничного зазору призводить до збільшення грошових витрат всього комплексу деталей.

Старіння – це процес поступової і неперервної зміни експлуатаційних властивостей, що спричиняється дією механічних, електричних, теплових та інших навантажень, наявність яких визначається режимом роботи й умовами експлуатації машини. Ознаки граничного стану старіння — необоротна зміна фізико-хімічних властивостей матеріалів деталей (втрата пружності та ін.). Старіння зазнають елементи і деталі з металів, полімери, гумотехнічні вироби, ущільнення, напівпровідники.

Вплив основних факторів на зміну технічного стану машин

До факторів, які впливають на зміну технічного стану машини, відносяться конструктивні, технологічні, експлуатаційні фактори. Сюди також відносять дію кліматичних умов, в яких працює машина, старіння з часом, операції регулювання і налагодження в ході виготовлення або ремонту, заміну елементів, що вийшли з ладу та інші фактори.

Конструктивні фактори визначаються формами й розмірами деталей (від них залежать тиск на поверхню деталі, концентрація напружень, ударна міцність і міцність від втомлення металу); жорсткістю конструкції, тобто властивістю деталей, особливо базових та основних, трохи деформуватися під дією навантажень, що сприймаються; точністю взаємного розміщення поверхонь та осей

спільно працюючих деталей; правильним вибором посадок, які забезпечують надійну роботу спряжень та ін.

Технологічні фактори залежать від якості матеріалів, що використовуються для виготовлення деталей, застосування відповідної термічної обробки їх та складальних робіт (центрування, співвісності, регулювання зазорів, якості кріплення) та ін.

Експлуатаційні фактори залежать від дорожніх, транспортних і кліматичних умов. Вони найбільше впливають на технічний стан машин. Дорожні умови характеризуються типом, станом і міцністю покриттів, поздовжнім профілем дороги, режимом руху, видимістю тощо. Кліматичні умови в різні періоди року визначаються температурою і вологістю повітря, атмосферним тиском, кількістю опадів, силою і напрямком вітру, тривалістю снігового покриву та ін. Транспортні умови охоплюють обсяг і відстань перевезень, умови вантаження і розвантаження, особливості організації перевезень, умови зберігання, обслуговування та ремонту машин.

Залежно від умов експлуатації змінюються швидкісні і навантажувальні режими деталей, механізмів та агрегатів машин і термін їхньої безвідмовної роботи. **Наприклад**, на коротких маршрутах частіше користуються зчепленням, гальмами, переключають передачі і зчеплення, внаслідок чого збільшується ймовірність їхніх відмов. При експлуатації машин у важких дорожніх умовах збільшуються навантаження на деталі машини, в результаті чого деталі швидше спрацьовуються, настає втомлення металу, порушується стабільність кріплень і регулювань, а в деяких випадках трапляються поломки деталей трансмісії, ходової частини і рульового керування. Різні дорожні умови впливають на зміну характеру дії навантажень. Вібрація рами внаслідок нерівностей дороги ослаблює заклепкові з'єднання, порушує співвісність двигуна і коробки передач, спричиняє додаткові навантаження у корпусах. Вібрація машини прискорює спрацьовування і призводить до поломки кріпильних деталей карданної передачі, радіатора і підвіски.

Зниження температури навколишнього повітря, погіршення стану дороги внаслідок снігових заметів або бездоріжжя спричиняють

додаткове передчасне спрацьовування або поломки деталей машини (спрацьовування шліців, шипів і підшипників хрестовини та ін.).

Щоб зменшити вплив кліматичних умов на робочі процеси машини, створені спеціальні мастильні матеріали. Робота машини в умовах вологого клімату спричиняє корозію деталей підвіски, рами, кузова, кабіни та ін.

На термін служби силових передач машини істотно впливає їхній тепловий режим. Він визначається температурою навколишнього повітря, ступенем завантаження машини, його швидкістю й залежить від довжини маршруту, тривалості простою під вантаженням і вивантаженням, якості ТО та інших показників.

У процесі роботи і зберігання машини деякі його агрегати і деталі перебувають у постійній взаємодії з експлуатаційними матеріалами. Властивості цих матеріалів та умови їхнього застосування позначаються на процесі спрацьовування і корозії деталей, витрачанні мастильних матеріалів, продуктивності машини. Експлуатаційні матеріали повинні відповідати конструктивним і технологічним особливостям агрегатів машини, їхньому технічному стану й умовам експлуатації.

Значно впливає на технічний стан машини якість водіння, від якого залежать динамічні навантаження в деталях трансмісії машини. Найдієвішими є режими рушання з місця в разі застрягання машини. При різкому включенні зчеплення крутний момент, що прикладається до трансмісії, може значно перевищити максимальний крутний момент двигуна з урахуванням коефіцієнта запасу. Цим пояснюються поломки в трансмісії машини, яка працює в умовах поганих доріг.

Надійність будівельних машин є однією з найважливіших властивостей їхньої якості.

Згідно із ДСТУ 2860–94 “Надійність техніки. Терміни та визначення”: **надійність** – це властивість об’єкта (системи машин, машини, агрегату, складової одиниці машини, деталей та інших виробів, що входять до складу машини) виконувати необхідні функції, зберігаючи в часі значення встановлених експлуатаційних показників у

заданих межах, які відповідають заданим режимам і умовам використання, технічного обслуговування, ремонтів, транспортування та зберігання. У цьому визначенні під об'єктом розуміють систему, споруду, машину, підсистему, апаратуру, функціональну одиницю, одиницю обладнання, пристрій, елемент чи будь-яку їх частину, що розглядається відносно надійності як самостійна одиниця. Об'єктами можуть бути й інші технічні засоби, технічний персонал або їх поєднання. Отже, властивість «надійність» стосується не тільки рукотворних об'єктів, а й виконавців – операторів, слюсарів-ремонтників, інженерно-технічного персоналу тощо.

Надійність – це комплексна властивість, яка залежно від призначення об'єкта і умов його експлуатації може включати: безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність і збереженість. Ці властивості можуть розглядатися кожна відокремлено чи в поєднанні цих властивостей як для машини в цілому, так і для її складових. Для конкретних об'єктів і умов їх експлуатації ці властивості можуть мати різну відносну значущість.

Безвідмовність – це властивість об'єкта безперервно зберігати працездатний стан протягом заданого (певного) часу чи заданого напрацювання. Визначальною особливістю властивості безвідмовності є неперервне збереження працездатності протягом заданого часу. Ця властивість особливо важлива для об'єктів, відмова в роботі яких пов'язана або з небезпекою для життя людей, або зі значними економічними витратами. Наприклад, безвідмовність має першочергове значення для пасажирських ліфтів, для вантажо-підйомних кранів, які транспортують рідкий метал.

Довговічність – це властивість об'єкта зберігати працездатність до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту. Для об'єктів, які не підлягають відновленню, поняття довговічності та безвідмовності практично збігаються. Ця властивість особливо важлива для об'єктів великої вартості, які мають значний термін морального старіння. До таких об'єктів можна віднести екскаватори зі значною місткістю ковша,

гірничорудні комплекси, основу яких складають роторні екскаватори та ін.

Ремонтопридатність – це властивість об’єкта, яка полягає, в придатності до попередження та виявлення причин виникнення відмов, пошкоджень і усунення їх наслідків шляхом проведення технічного обслуговування та ремонтів. Ремонтопридатність закладається в процесі розробки об’єкта вибором раціональної конструкції, забезпечується при виготовленні об’єкта дотриманням технології виробництва та підтримується під час його експлуатації оптимальною системою обслуговування і ремонту. Ремонтопридатність визначається експлуатаційною та ремонтною технологічністю об’єкта, тобто придатністю об’єкта до зручного і швидкого виконання окремих технологічних операцій під час технічного обслуговування, контролю технічного стану, ремонту розбирання та збирання вузлів і деталей об’єкта, їх контролю та заміні. Ремонтопридатність визначається доступністю, контролепридатністю, агрегуванням, легким зняттям, взаємозамінністю, стандартизацією, уніфікацією, змащуваністю та ін.

Багато елементів будівельних і дорожніх машин мають високу ремонтпридатність за рахунок застосування агрегування, наприклад, двигуни внутрішнього згоряння, агрегати гідроприводу, коробки передач та ін.

Збережність – це властивість об’єкта зберігати безвідмовність, довговічність і ремонтпридатність протягом та після зберігання і транспортування.

Збережність визначається умовами зберігання і транспортування, а також заходами, прийнятими для захисту його від шкідливих впливів зовнішньої температури, вологості повітря, пилу, сонячної радіації, вібрації і т. д. Найбільш ефективні методи підвищення збережності – консервація, застосування спеціальних захисних покриттів, просочувальних розчинів, профілактичне обслуговування об’єктів, що зберігаються, та ін.

Всі розглянуті стани об’єкта і їх властивості залежать від багатьох факторів (чинників). Неможливо враховувати вплив на ці властивості всіх факторів, оскільки закони їхньої дії невідомі, а кількість їх дуже

велика. Тому неможливо завчасно та з великою точністю передбачити, які будуть властивості конкретного об'єкта. Показники, які оцінюють ці властивості носять випадковий характер.

2. ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ МАШИН

2.1. Випадкові події та величини

Подія – будь-яке явище, що при здійсненні певної сукупності умов може здійснитись або не здійснитись.

Ймовірністю події називається числова міра ступеня об'єктивної можливості цієї події. Ймовірність події A позначається $P(A)$. Природні події можна поділити на три види: достовірні, неможливі і випадкові.

Випадковою називається подія, яка при здійсненні певної сукупності умов може здійснитись або не здійснитись. Ймовірність випадкової події A знаходиться в межах між нулем і одиницею $0 < P(A) < 1$.

Кожна випадкова подія є наслідком дії багатьох випадкових факторів. Неможливо врахувати вплив на подію всіх цих факторів, оскільки закони їх дії невідомі, а кількість їх значна. Тому неможливо завчасно передбачити здійсниться та чи інша подія. Однак масові однорідні випадкові події: незалежно від їх конкретної природи, при виконанні одних і тих самих умов підпорядковуються імовірнісним закономірностям. Імовірнісні закономірності масових однорідних випадкових подій дозволяють передбачати частоту їх появи при здійсненні певної сукупності умов.

У теорії надійності машин розглядаються такі масові однорідні випадкові події: пошкодження, відмова, відновлення, ремонт.

Пошкодження – подія, яка полягає в порушенні справного стану об'єкта при збереженні працездатного стану. В залежності від наслідків, пошкодження може бути суттєвим або не суттєвим.

Відмова – подія, яка полягає в порушенні працездатного стану об'єкта. У непрацездатному стані функціональні параметри об'єкта виходять за допустимі межі й об'єкт нездатний виконувати хоча б одну із заданих функцій. Наприклад, у разі виходу з ладу двигуна, коли

повністю втрачається його працездатність і він переходить у непрацездатний стан, – це відмова. Відмова – це окремий випадок суттєвого пошкодження. Виникнення відмови обов'язково пов'язано з появою функціонального дефекту. Існує багато таких не функціональних дефектів, за яких об'єкт може продовжувати виконувати свої функції. Ці дефекти не вимагають прийняття термінових заходів і можуть бути усунені під час появи першої перерви в роботі чи при черговому ремонті.

Відмови відповідно до фізичної природи їх виникнення можуть статися внаслідок руйнуванням деталей або їхніх поверхонь, деформації, корозії або спрацьовування деталей, порушення регулювання механізмів і систем, припинення подачі палива і мастильних матеріалів, а також при зміні робочих характеристик машини (втраті потужності, збільшенні гальмівного шляху), коли вони виходять за межі норм, допустимих за технічними умовами, втратою елементами виробів певних властивостей або параметрів (електричного опору або магнітних властивостей та ін.) і зумовлюються різними процесами, що відбуваються в обладнанні під час експлуатації або збереженні.

Критерії відмов і граничних станів встановлюють у нормативно-технічних документах із метою достовірного визначення технічного стану машини розробником, виробником і споживачем. Критерії відмов машини та її елементів визначають за однією характерною ознакою або за сукупністю ознак непрацездатного стану.

Ознаками відмов і граничних станів машини є такі: припинення (повне чи часткове) виконання машиною заданих функцій; відхилення заданих показників якості за межі визначених норм; відмови і граничні стани складових частин машини, які призводять до припинення (повного чи часткового) функціонування машини або виходу її показників якості за встановлені норми; виникнення процесів, які перешкоджають функціонуванню машини; досягнення машиною призначеного ресурсу або терміну служби; техніко-економічні фактори.

За швидкістю проходження процеси, які призводять до відмов виробів, поділяють на **швидкобіжні, середньої швидкості й повільні**. *Швидкобіжні процеси* мають періодичність, що вимірюється частками секунди. Вони діють у межах циклу роботи технічного об'єкта (його елемента) і при наступних циклах виникають знову. До них належать вібрація вузлів, зміна

навантаження і сил тертя залежно від взаємного розташування деталей та вузлів машини чи апарата під час роботи.

Процеси середньої швидкості пов'язані з періодом безперервної роботи виробу (елемента). Їхня тривалість вимірюється хвилинами, годинами. Вони приводять до поступової зміни параметрів або властивостей виробу. До цієї категорії належать оборотні (нагрівання в період пуску й охолодження при зупинці) та необоротні (наприклад, спрацювання інструменту) процеси.

Повільні процеси проходять під час роботи виробу між періодичними оглядами або ремонтами за період повного спрацювання. Їхня тривалість оцінюється днями, місяцями, роками. Такими процесами є: спрацювання основних механізмів виробу, перерозподіл внутрішніх напружень, повзучість металів, корозія, сезонні зміни температури (зима, літо), старіння. Ці процеси також впливають на технічні параметри виробів, але приводять до дуже повільної їх зміни. Проявлення дії повільних процесів упереджують за рахунок ремонтів і профілактичних заходів, які виконують через певні проміжки часу.

За впливом на стан виробу відмови поділяють на **функціональні й параметричні**. Наприклад, для насоса відмови, що зумовлюють його зупинку, належать до функціональних, а зменшення продуктивності або тиску нижче від граничного рівня — до параметричних. За наявності параметричних відмов технічний об'єкт може працювати з відхиленням від технічних вимог.

За впливом на працездатність об'єкта і можливістю подальшого використання виробів відмови поділяють на **повні**, що унеможливають застосування виробу за призначенням до їх усунення, і **часткові**, яка призводить до нездатності об'єкта виконувати частину потрібних функцій і за яких виріб можна використовувати частково, наприклад, з певною заниженою потужністю чи продуктивністю або з недостатньою точністю (для вимірювальних приладів); на **ресурсні**, внаслідок яких об'єкт досягає граничного стану; і **критичні**, які можуть спричинити травмування людей, значні матеріальні збитки чи інші неприйнятні наслідки. У технічній експлуатації головний інтерес представляють причини появи відмов і їхній характер. Ознак, за якими кваліфікуються відмови в теорії надійності досить багато. За джерелом або причинами виникнення відмови поділяються на:

- **конструктивні;**

- **виробничі (технологічні);**
- **експлуатаційні.**

Конструктивні відмови – відмови, причини появи яких є наслідком помилок при конструюванні або проектуванні деталей і вузлів машин. Може бути невдало вибрана і конструктивна схема машини та її агрегатів, невідомі умови експлуатації, погано захищені деталі від потрапляння абразивів, вологи тощо.

Технологічні (виробничі) відмови – відмови, що з'являються через порушення технологічних процесів виготовлення деталей і вузлів при їхньому виробництві. Виникають унаслідок неправильно призначеної технології виготовлення деталі, неякісного матеріалу, низької культури виробництва та ін.

Експлуатаційні – відмови, що виникають у результаті порушення правил і норм використання машин, спричинюються природними процесами зношування й старіння, різними ушкодженнями, внаслідок неправильної експлуатації машини або її елементів, порушення режимів ТО та інших факторів. В умовах підприємств кількість експлуатаційних відмов можна значно зменшити дотриманням правил експлуатації машин; правильним регулюванням агрегатів, механізмів і систем; застосуванням експлуатаційних матеріалів відповідно до інструкцій заводів-виробників та ін.

Процеси, що відбуваються в об'єктах під час експлуатації і збереження, та їхні відмови перебувають у причинно-наслідковому зв'язку. Причини відмов мають *випадковий і систематичний характер*.

Причини випадкового характеру: непередбачені перевантаження, дефекти матеріалів або похибки виготовлення елементів об'єкта, не виявлені контролем, збої системи керування або помилки експлуатуючого персоналу.

Причини систематичного характеру проявляються у результаті дії чинників із закономірними наслідками: спрацювання деталей, корозія і накипання поверхонь теплопровідних елементів апаратів, затуплення лез різальних інструментів, забруднення фільтрів тощо. Систематичні причини відмов краще піддаються прогнозуванню.

За характером процесів, що призводять до появи відмови поділяються на **раптові** (часто їх називають *випадковими*) і поступові.

Раптові та поступові відмови з часом призводять до переходу об'єкта з працездатного стану в непрацездатний граничний стан. Цей перехід може здійснюватися або миттєво, або поступово залежно від причин, які його викликають у результаті раптової чи поступової відмови.

Раптова відмова виникає у разі перевищення діючих навантажень над несучою здатністю конструкції чи в результаті похибок розрахунків і конструювання, чи внаслідок наявності прихованих дефектів виготовлення, чи в результаті порушення правил експлуатації. Раптова відмова, як правило, пов'язана з поломками деталей, появою залишкових деформацій, втратою стійкості, заїданням або розплавленням. *Раптові* відмови – за характером їхнього прояву поділяють на 2 типи: відмови випадкові і аварійні. Випадкова відмова відбувається в тому випадку, коли випадкове фактичне навантаження P_{ϕ} перевищить гранично припустиму $P_{гр}$, тобто $P_{\phi} > P_{гр}$. Це може бути або прояв неврахованих при конструюванні пікових навантажень, або зниження гранично припустимого навантаження нижче розрахункового через приховані дефекти.

У більшості випадків, такі відмови передбачити (прогнозувати) неможливо. Але можна розраховувати їх середню кількість за якийсь проміжок часу (місяць, квартал) для значної кількості машин.

Багато раптових відмов є такими лише за формою виникнення, і прогнозування їх залежить від рівня знань спеціаліста, контрольних-діагностичних засобів та економічної доцільності їхнього застосування. Тому, в групі раптових відмов доцільно виділити підгрупу умовно-раптових відмов (квазі-відмов), які виникають в результаті такої поступової зміни параметрів технічного стану, яка сьогодні вивчена ще недостатньо і не може бути зафіксованою існуючими приладами й методами. До цієї групи належать також несправності і відмови, фіксація яких у процесі експлуатації з економічних причин недоцільна. Доведено, що близько половини відмов належать до поступових, з яких 60...65% безпосередньо залежать від регулярності та якості ТО. Кількість умовно-раптових відмов становить близько 20%. Група умовно-раптових відмов є резервом профілактичних дій, що дедалі

ширше застосовуються в міру вдосконалення конструкції машин та використання ефективних контрольних-діагностичних засобів.

Аварійні відмови – виникають через вплив непередбачених зовнішніх факторів (аварійної ситуації). Це може бути: обвал насипу; наїзд на непереборну перешкоду; прокол шини, одночасне поєднання декількох граничних навантажень; груба помилка оператора та ін.

Відмову, якій передують поступова зміна якогось параметра або властивості, називають **поступовою** (наприклад, зношення циліндро-поршневої групи ДВЗ, зношення колінчастого валу або, наприклад, - поломка корінного листа ресори в результаті поступового нагромадження пошкоджень від втомлення). Поступова відмова, як правило, настає при повному використанні ресурсу об'єкта внаслідок закономірного природного старіння чи зношування матеріалу об'єкта. Більшість деталей підйомно-транспортних, будівельних та інших подібних машин переходять в непрацездатний граничний стан у результаті поступової відмови. Поступової відмови не можна запобігти лише забезпеченням виконання правил експлуатації. Покращання чи погіршення умов експлуатації може лише уповільнити чи прискорити появу поступової відмови..

Поступові відмови характеризуються поступовою зміною одного або декількох параметрів, заданих технічною документацією. Відмова настає в момент, коли робоча характеристика якого-небудь параметра (або декількох одразу) вийде за межі, що обумовлені в технічних умовах. Фізичний зміст поступових відмов - це результат поступової, закономірної, порівняно повільної кількісної зміни того або іншого параметра елемента і виходу його за припустимі межі певної величини. Зміна робочої характеристики параметра об'єкта в основному носить лінійний характер:

$$X = kt$$

або

$$X = a_0 + kt,$$

де a_0 – постійний коефіцієнт, що залежить від первинного стану;
 k - швидкість протікання процесу (зношування або зміни параметра X);

t - час функціонування об'єкта.

Повне виключення поступових відмов можливе лише профілактичною заміною елементів, близьких до граничного стану. Профілактична заміна елементів є важливим засобом підвищення надійності об'єктів.

За наслідками відмови поділяють на *безпечні й небезпечні* для життя і здоров'я людей. Прикладами небезпечних відмов на можуть бути відмови рульового керування, гальм, а безпечних — двигуна, коробки передач.

Для аналізу взаємного зв'язку відмов важливого значення набуває поділ їх на *залежні і незалежні*. Незалежна відмова елемента не зумовлена пошкодженням або відмовою іншого елемента об'єкта, а залежна відмова елемента зумовлена відмовою інших елементів. Прикладом залежних відмов можуть бути наслідки викришування зубця однієї з шестерень коробки передач машини. Внаслідок цього може вийти з ладу спряжена шестірня, погнутися вали, зруйнуватися підшипники і картер коробки передач.

Причини відмов.

Причинами раптових і поступових відмов є крихке руйнування, пластична деформація, повзучість, втома матеріалів, зношування, корозія металів, старіння матеріалів, тощо.

Крихке руйнування деталей відбувається у разі виникнення значних ударних навантажень під час роботи за умови низьких температур (сталі з добавками фосфору, азоту), значних залишкових напружень, наприклад, у зварних з'єднаннях, наявності місцевих дефектів у матеріалі, значній концентрації напружень, дії факторів, які не пов'язані з механічними напруженнями (теплова та радіаційна крихкість). Крихке руйнування є причиною виходу з ладу зварних з'єднань, чавунних відливок, фасонних деталей з об'ємною термообробкою до високої твердості і т. д.

Пластична деформація виникає при перевантаженнях деталей з в'язких (пластичних) матеріалів, до яких, наприклад, відносяться

незагартовані та високовідпущені сталі. Внаслідок пластичної деформації змінюється геометрія форми деталей (викривлення осей і валів, осадка пружин, вм'ятини на поверхнях кочення бандажів, рейок, доріжок кочення кульок підшипників шпонок, шліців і т. д.).

Повзучість – повільна та неперервна пластична деформація деталей, яка виникає при тривалій дії напружень вище межі пружності, нагріві до температур рекристалізації.

Втома матеріалів – процес зміни субструктури, мікроструктури та макроструктури матеріалу під тривалою дією циклічно змінюваних у часі механічних напружень і деформацій, які супроводжуються зміною механічних і фізичних властивостей. Найбільше практичне значення має втомлене погіршення механічних властивостей матеріалу. Втома матеріалу суттєво залежить від багатьох факторів, до яких відносяться: масштабний фактор (абсолютні розміри поперечного перерізу), фактори навантаження (вид напруженого стану, концентрація напружень, залишкові напруження, які залежать від умов виготовлення деталі, частота навантаження, історія навантаження), стан поверхневого шару (хімічний склад, механічні властивості, якість обробки поверхні), експлуатаційні фактори (навколишнє середовище, температура, корозія).

Знос (спрацювання) є результатом зношування. Зношуванням називається процес зміни розмірів, форми, маси чи стану поверхні деталі внаслідок руйнування мікрооб'ємів поверхневого шару деталі під час тертя. Розрізняють: механічне, молекулярно-механічне, корозійно-механічне та інші види зношування.

Варто мати на увазі, що поява будь-якої відмови - явище випадкове з погляду теорії ймовірностей. Оскільки відмова - це подія втрати працездатності і навіть якщо вона відбувається в результаті поступової зміни якогось параметра, момент настання відмови завжди раптовий, тому що не можна дати прогноз із точністю до хвилини чи години.

Після виникнення пошкоджень та відмов проводяться ремонтно-профілактичні заходи по відновленню працездатного стану машин.

Випадкова подія, яка полягає в переході об'єкта з непрацездатного стану в працездатний у результаті усунення функціональних дефектів, також позначається терміном "*відновлення*". *Відновлення* – це процес пошуку й усунення функціональних дефектів для відновлення працездатного стану об'єкта. Процес усунення дефектів об'єкта включає заміну деталей, вузлів і агрегатів, очищення, промивання, продування, регулювання, підтяжку та ін.

Випадкова подія, яка полягає в переході об'єкта з несправного стану в справний у результаті усунення будь-яких дефектів, також позначається терміном: "*ремонт*". *Ремонт* – це комплекс операцій щодо встановлення справного чи працездатного стану об'єкта і встановлення ресурсів об'єкта і його складових. Ремонт включає всі роботи з усунення функціональних і не функціональних дефектів.

Випадкова величина – величина, яка може прийняти будь-яке невідоме завчасно можливе значення, що залежить від випадкових факторів, які не можуть бути враховані. Випадкові величини можуть бути дискретними та неперервними.

Дискретною (перервною) називається випадкова величина, яка приймає відокремлені одне від одного можливі значення, що можна перенумерувати, тобто записати у вигляді послідовності t_1, t_2, \dots, t_n . Кількість можливих значень дискретної випадкової величини може бути кінцевою або нескінченною. Дискретними випадковими величинами в теорії надійності є: кількість невідновлених об'єктів, що відновили в заданому інтервалі часу; кількість відмов відновлюваного об'єкта, в заданому інтервалі часу; кількість об'єктів, відновлених у заданому інтервалі часу.

Неперервною називається випадкова величина, можливі значення якої безперервно заповнюють певний кінцевий або нескінченний проміжок. Число можливих значень безперервної випадкової величини, очевидно, нескінченне. Неперервними випадковими величинами в теорії надійності є: напрацювання, ресурс, строк служби, час відновлення, строк зберігання.

Напрацювання – тривалість або обсяг роботи об'єкта. Напрацювання може вимірюватись в одиницях часу, маси, довжини,

площі, об'єму, в циклах і т. д. Наприклад, напрацювання вантажопідйомного крана – в тонах вантажу, напрацювання автомобільної шини – в кілометрах пробігу, напрацювання екскаватора – в кубометрах ґрунту, напрацювання реле – в циклах вмикання, напрацювання двигуна – в годинах роботи і т. д.

Напрацювання може бути добовим, місячним, до першої відмови, між відмовами, до граничного стану і т. д. У процесі роботи об'єкта з перервами враховується сумарне напрацювання. У разі експлуатації об'єкта в різних режимах навантажень кожний їхній рівень враховується окремо. Напрацювання не слід плутати з календарною тривалістю експлуатації. Напрацювання – це узагальнене поняття для тривалості чи обсягу роботи об'єкта, яке дозволяє застосувати одні й ті самі математичні методи до об'єктів різного виду та призначення.

Ресурс – напрацювання об'єкта від початку його експлуатації чи її поновлення після ремонту певного виду до переходу в граничний стан. Ресурс об'єкта є випадковою величиною, зміну якої викликають багато приблизно рівнозначних за дією технологічних і експлуатаційних факторів: відхилення розмірів об'єкта, відхилення механічних характеристик об'єкта, відхилення макро- та мікроструктури матеріалу об'єкта, відхилення режимів термообробки, зміну механічних, теплових та інших навантажень, зміну атмосферних умов, зміну абразивного середовища на поверхнях тертя, зміну умов змащення і т. д.

Ресурс є основним показником довговічності деталей, вузлів і агрегатів машин. Розрізняють: ресурс середній, медіанний, гамма-процентний, до першого капітального ремонту, міжремонтний, сумарний, назначений.

Строк служби – календарна тривалість від початку експлуатації об'єкта чи її поновлення після ремонту певного виду до переходу в граничний стан. Строк служби також є випадковою величиною, оскільки назначається ресурсом об'єкта і часом, протягом якого об'єкт не працює та який також є випадковою величиною. Строк служби – основний показник довговічності машин. Розрізняють: строк служби середній, медіанний, гамма-процентний, до першого капітального ремонту, міжремонтний, до морального старіння, до граничного стану.

Час поновлення працездатного стану – це тривалість поновлення працездатного стану об'єкта. Час поновлення об'єкта – випадкова величина, оскільки кожна складова цього часу є випадковою величиною.

Строк зберігання – календарна тривалість зберігання та (або) транспортування об'єкта, протягом і після якої зберігаються значення показників безвідмовності, довговічності та ремонту-придатності в заданих межах. Строк зберігання також є випадковою величиною, оскільки його визначають багато змінних в часі факторів: умови зберігання, захист від шкідливих зовнішніх впливів, захист від корозії, стійкість до старіння матеріалів і т. д.

2.2. Розподіл випадкових величин і його основні ймовірнісні характеристики

Об'єкт у процесі зберігання та експлуатації може знаходитись у працездатному чи в непрацездатному стані. Час перебування об'єкта в будь-якому з цих станів є неперервною випадковою величиною.

Математичний опис випадкових величин у теорії надійності здійснюється методами теорії ймовірностей і математичної статистики. Універсальною ймовірнісною характеристикою випадкової величини є закон її розподілу.

Використовуються також числові характеристики випадкової величини, які відображають найбільш суттєві особливості її розподілу.

Статистична оцінка одиничних показників (характеризують будь-яку одну властивість) безвідмовності та довговічності проводиться на основі моделі експлуатації (випробування) невідновлювальних об'єктів.

Модель експлуатації невідновлювальних об'єктів використовується для визначення ймовірнісних характеристик ресурсу та строку служби, а також напрацювання до першої відмови. Статистичну інформацію про відмови отримують зі спостережень за експлуатацією чи випробуваннями в заданих умовах N однакових об'єктів. Кожний об'єкт працює від початку його експлуатації до першої відмови та після відмови не відновлюється і не замінюється працездатними.

Випробування вважаються закінченими після відмови всіх об'єктів. При цьому визначаються напрацювання кожного об'єкта від початку його експлуатації до першої відмови та записуються у вигляді варіаційного ряду, тобто:

$$t_1 < t_2 < \dots < t_i < \dots < t_n.$$

У цій моделі експлуатації випадковою подією є відмова об'єкта, а випадковою величиною – ресурс, напрацювання об'єкта від початку експлуатації до переходу в граничний стан. Випадкові події будуть повністю описані з позицій імовірності, якщо задати розподіл імовірностей відповідних їм випадкових величин.

Законом розподілу ймовірностей випадкових величин називається будь-яке співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини та відповідними їм ймовірностями. Закон розподілу має різні форми: інтегральна та диференціальна функції розподілу.

Інтегральною функцією розподілу ймовірностей випадкових величин T називається функція $F(t)$ (рис. 2.1), що визначає для кожного значення аргументу t ймовірність події $T < t$, яка полягає в тому, що випадкова величина T приймає значення, менше t , тобто, $F(t) = P(T < t)$. Геометрично це означає, що $F(t)$ – ймовірність того, що випадкова величина T прийме значення, яке зображується на числовій осі точкою, розміщеною лівіше точки t .

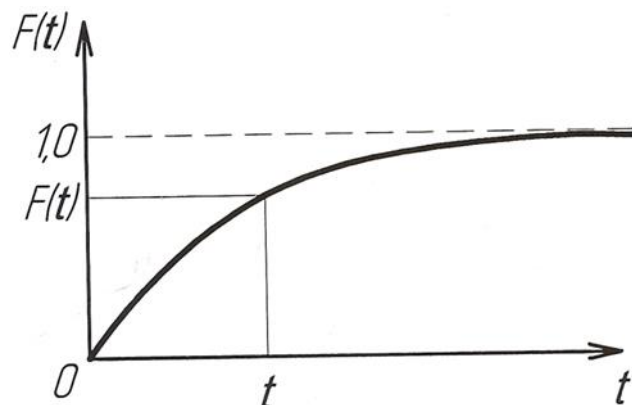


Рис. 2.1. Графік інтегральної функції розподілу.

Інтегральна функція $F(t)$ як будь-яка ймовірність – безрозмірна величина. Вона повністю характеризує випадкову величину з імовірнісної точки зору.

В теорії ймовірностей також використовується поняття доповнення інтегральної функції розподілу ймовірностей випадкової величини T , що визначає ймовірність протилежної події $T > t$. Це функція $P(t)$, що визначає для кожного значення аргументу ймовірність події $T > t$, яка полягає в тому, що випадкова величина T приймає значення, більше t , тобто $T > t$.

$$P(t) = P(T > t). \quad (2.1)$$

Геометрично це означає, що $P(t)$ – ймовірність, випадкова величина T якої прийме значення, що зображується на числовій осі точкою, розміщеною правіше точки t . Події $T < t$ і $T > t$ (наприклад, відмова та відсутність відмови об'єкта) — випадкові несумісні протилежні події, які утворюють повну групу. Сума ймовірностей подій, які утворюють повну групу, дорівнює одиниці, тобто:

$$F(t) + P(t) = 1. \quad (2.2)$$

Інтегральна функція розподілу та її доповнення можуть характеризувати і математично описувати різні випадкові величини, як: час роботи об'єкта до відмови, ресурс і строк служби об'єкта, час відновлення працездатності об'єкта, строк збереження об'єкта, тощо.

В теорії надійності інтегральною функцією розподілу $F(t)$ і її доповненням $P(t)$ описуються відповідно функції ймовірності відмови об'єктів (іноді позначається як $Q(t)$) та ймовірності безвідмовної роботи об'єктів в інтервалі часу t і їх часто називають відповідно моделями відмови та моделями надійності.

Ймовірність відмови об'єкта – це функція $F(t)$, що визначає для кожного значення часу t ймовірність події $T < t$, яка полягає в тому, що час T роботи до відмови прийме значення, менше t , тобто $F(t) = P(T < t)$. Функція $P(T < t)$ – інтегральна функція розподілу ймовірностей часу роботи об'єкта до відмови, що визначає ймовірність виникнення відмови в інтервалі часу t (див.рис.2.1).

Ймовірність $F^*(t)$ відмови може бути визначена за статистичною інформацією такою залежністю

$$F^*(t) = \frac{n(t)}{N(0)} = \frac{n(0) - N(t)}{N(0)} = 1 - \frac{N(t)}{N(0)} = 1 - P^*(t), \quad (2.3)$$

де $n(t)$ – число об'єктів, які відмовили за час t ; $N(t)$ – число працездатних об'єктів до моменту часу t ; $N(0)$ – число об'єктів на початку випробувань, $t = 0$; $P^*(t)$ – імовірність безвідмовної роботи, яка визначена за статистичною інформацією.

Ймовірність безвідмовної роботи – це функція $P(t)$, що визначає для кожного моменту t ймовірність події $T > t$, яка полягає в тому, що час T роботи об'єкта до відмови прийме значення більше t , тобто:

$$P(t) = P(T > t) = 1 - F(t). \quad (2.4)$$

Графік залежності функції ймовірності безвідмовної роботи від часу представлено на рис. 2.2.

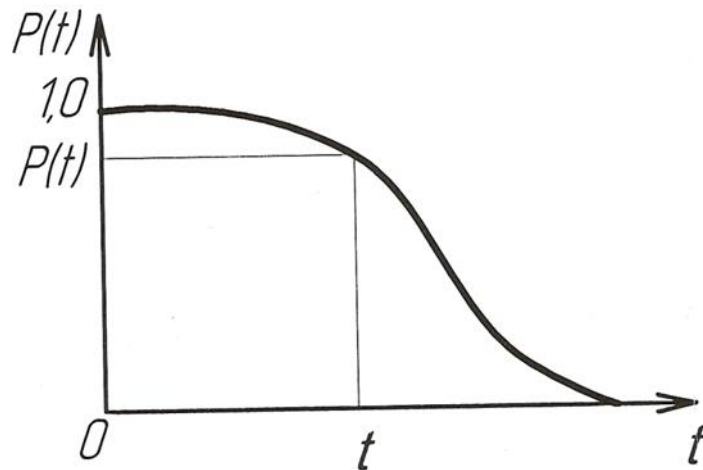


Рис. 2.2. Графік функції ймовірності безвідмовної роботи.

Ймовірність $P^*(t)$ безвідмовної роботи за статистичною інформацією визначається залежністю:

$$P^*(t) = \frac{N(t)}{N(0)} = \frac{N(0) - n(t)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t)}{N(0)} = 1 - F^*(t). \quad (2.5)$$

Диференціальна функція розподілу ймовірностей випадкової величини – перша похідна від інтегральної функції розподілу:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dP(t)}{dt}, \quad (2.6)$$

де Δt – інтервал часу.

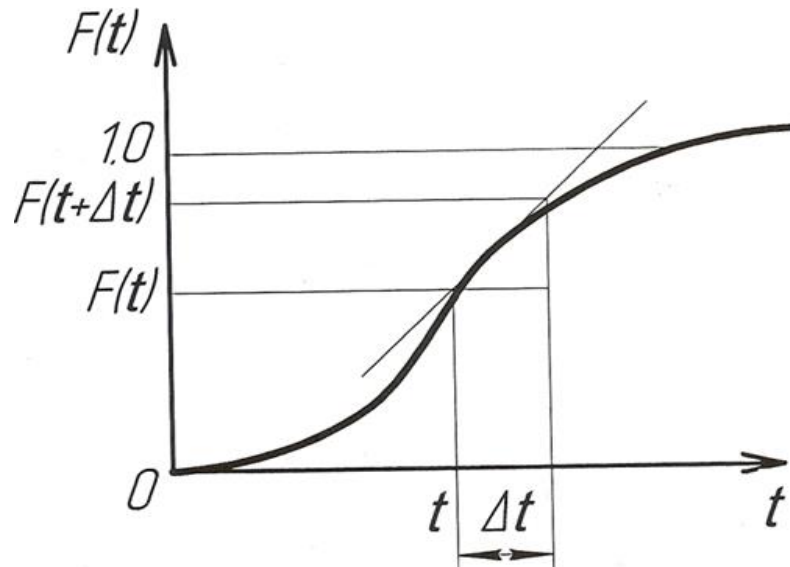


Рис. 2.3. Визначення диференціальної функції розподілу $f(t)$ за графіком інтегральної функції $F(t)$.

Геометрично диференціальна функція визначає тангенс кута між віссю абсцис і дотичною до інтегральної функції в даній точці (рис. 2.3)

Цю функцію ще називають «густиною» чи «щільністю» розподілу" або "густиною (щільністю) ймовірностей", тому що диференціальна функція характеризує густину, з якою розподіляються значення випадкової величини в даній точці.

Диференціальна функція визначає ймовірність появи подій в одиницю часу, тобто це – частота появи подій (частота відмов та ін.).

Густина розподілу часу роботи об'єкта до відмови (частота відмов) за статистичною інформацією визначається за виразом:

$$f^*(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(0)\Delta t} = \frac{n(\Delta t)}{N(0)\Delta t}, \quad (2.7)$$

де Δt – інтервал часу від t до $t + \Delta t$; $n(\Delta t)$ – число об'єктів, що відмовили в інтервалі Δt ; $n(t)$ – число об'єктів, що відмовили за час t ; $N(0) = N(t) + n(t)$ – число об'єктів на початку випробувань.

Графік диференціальної функції розподілу ймовірностей випадкової величини, який побудований за статистичною інформацією, називається *гістограмою* (рис. 2.4). Для її отримання над кожним інтервалом часу Δt будується прямокутник, висота якого дорівнює відповідному значенню емпіричної густини розподілу $f^*(t)$ (гістограма густини розподілу).

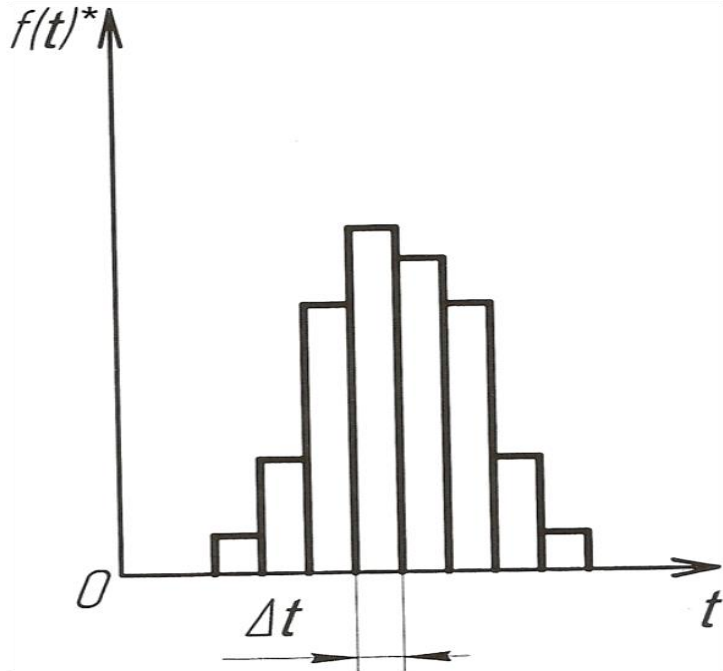


Рис. 2.4. Гістограма розподілу.

Основними властивостями диференціальної функції є:

- 1) $f(t) \geq 0$, оскільки похідна неспадної функції є невід'ємною;
- 2) $\int_{-\infty}^t f(t)dt = 1$, в межах області існування всіх можливих значень

випадкової величини від a до b .

В теорії надійності за диференціальною функцією при відомих законах розподілу визначаються імовірність відмови $F(t)$ та імовірність безвідмовної роботи $P^*(t)$:

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t)dt. \quad (2.9)$$

Ймовірність безвідмовної роботи об'єкта визначається за виразом:

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_{-\infty}^t f(t)dt = \int_{-\infty}^t f(t)dt + \int_t^{\infty} f(t)dt - \int_{-\infty}^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt. (2.10)$$

Геометрична інтерпретація функцій $F(t)$ та $P(t)$ приведена на рис. 2.5. та рис. 2.6., де вони відповідають площам криволінійної трапеції під кривою $f(t)$

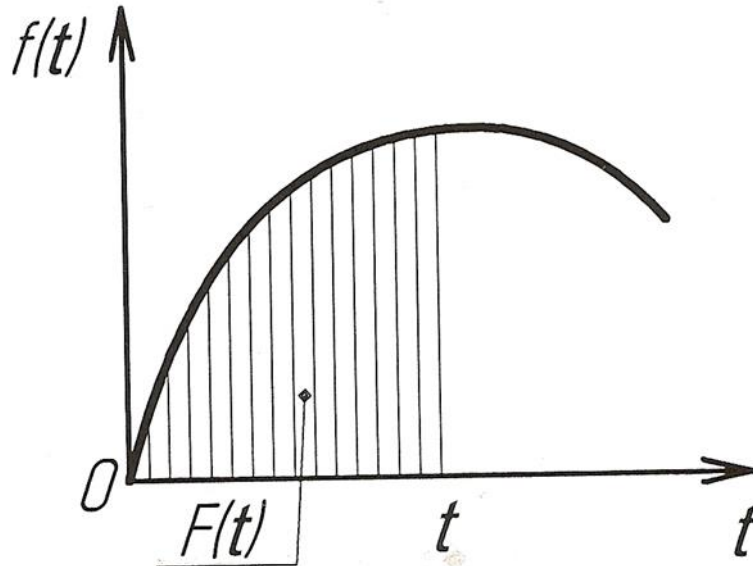


Рис. 2.5. Геометрична інтерпретація функції $F(t)$

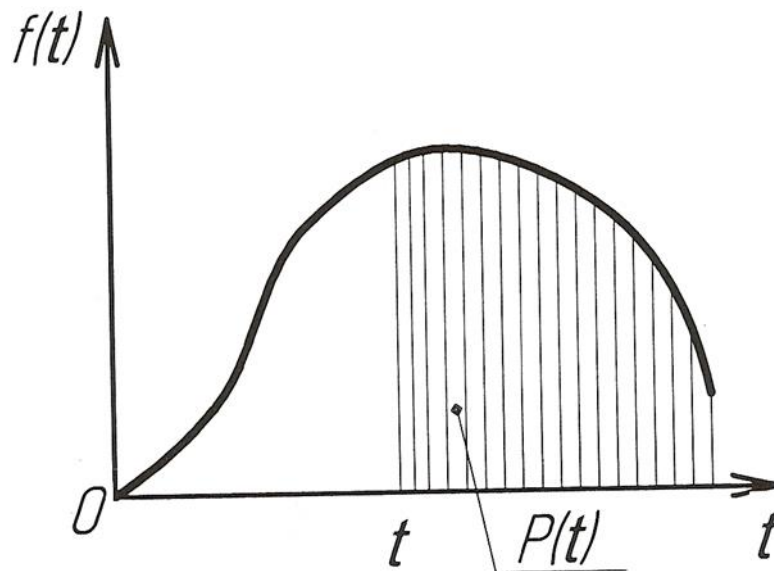


Рис. 2.6. Геометрична інтерпретація функції $P(t)$

Для визначення ймовірності попадання неперервної випадкової величини в заданий інтервал (a,b) користуються залежністю:

$$P(a \leq t \leq b) = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b dF = F(b) - F(a)$$

Геометричний зміст ймовірності попадання неперервної випадкової величини T в інтервал (a, b) визначається площею криволінійної трапеції, що обмежена віссю абсцис, графіком диференціальної функції $f(t)$ та прямими $t = a$ і $t = b$ (рис. 2.7).

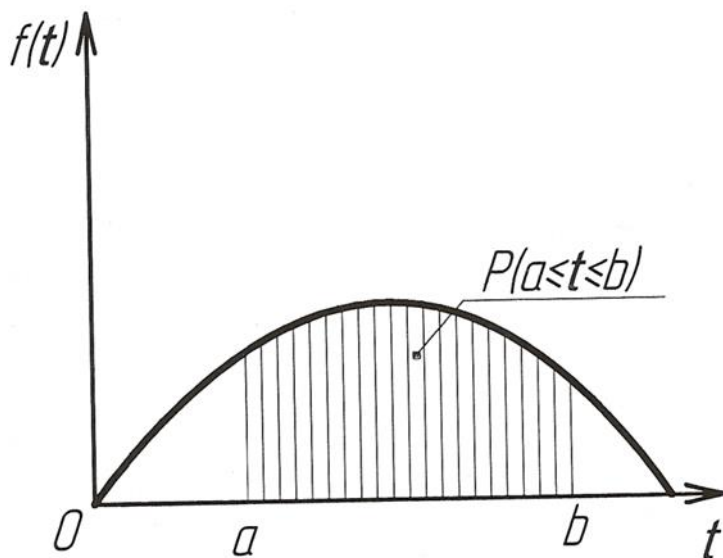


Рис. 2.7. Графічна інтерпретація ймовірності $P(a \leq t \leq b)$.

Інтенсивність подій (відмов та ін.) – це функція $\lambda(t)$, що визначає ймовірність появи події в одиницю часу в момент t за умови, що подія не з'явилась до моменту t .

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F_t(\Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - P_t(\Delta t)}{\Delta t}, \quad (2.11)$$

де $F_t(\Delta t)$ – ймовірність появи події на інтервалі Δt за умови, що подія не з'явилась до моменту t .

Згідно з теоремою множення ймовірностей маємо $P(t + \Delta t) = P(t) \cdot P_t(\Delta t)$. Тоді

$$P_t(\Delta t) = \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)}. \quad (2.12)$$

Підставивши вираз (2.12) в залежність (2.11), будемо мати:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t) - P(t + \Delta t)}{\Delta t} = -\frac{1}{P(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = \quad (2.13)$$

$$= -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt}.$$

Оскільки $\frac{dP(t)}{dt} = -\frac{dF(t)}{dt} = -f(t)$,

тоді $\lambda(t) = +\frac{f(t)}{P(t)}$. (2.14)

Інтенсивність відмов за статистичною інформацією може бути визначена такою залежністю:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{n(\Delta t)}{N(t)\Delta t}, \quad (2.15)$$

де Δt – інтервал часу; $n(\Delta t)$ – кількість об'єктів, які відмовили в інтервалі Δt ; $N(t)$ – кількість працездатних об'єктів в момент часу t .

Залежність $\lambda(t)$ можна отримати на основі залежності $f(t)$:

$$f(t) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N_0 \Delta t} = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}; \quad (2.16)$$

$$P(t) = \frac{N(t)}{N(0)}; \quad \lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{n(\Delta t) \cdot N(0)}{N(0) \cdot \Delta t \cdot N(t)}. \quad (2.17)$$

Тоді маємо $\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t}$.

Визначимо ймовірність появи подій через їх інтенсивність. Для цього використаємо вираз (2.13) і отримаємо:

$$\lambda(t) = 1 - \frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt}; \quad -\lambda(t)dt = \frac{dP(t)}{P(t)}. \quad (2.18)$$

Проінтегруємо цей вираз:

$$-\int_0^t \lambda(t)dt = \int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = \ln P(t) - \ln P(0) = \ln P(t).$$

Звідки ймовірність безвідмовної роботи дорівнює:

$$P(t) = \exp \left[-\int_0^t \lambda(t)dt \right]. \quad (2.19)$$

Якщо величина інтенсивності відмов є постійною, тобто $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, що є властивим для раптових відмов, то

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.20)$$

Між показниками надійності існує функціональний зв'язок. Знаючи одну з функцій $F(t), P(t), f(t)$, можна визначити всі інші показники надійності.

2.3. Числові характеристики випадкових величин

При вирішенні більшості практичних задач надійності немає необхідності знати всі можливі значення імовірнісної величини та відповідні їм ймовірності, а зручніше використовувати деякі кількісні показники, які дають достатньо інформації про випадкову величину. Такі показники відображають найбільш суттєві особливості статистичного розподілу та називаються числовими характеристиками випадкової величини. Основні числові характеристики, які вивчаються та часто використовуються в математичній статистиці та теорії надійності, – математичне сподівання (середнє значення випадкової величини), медіана, мода, дисперсія або середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти третього та четвертого порядків, коефіцієнти асиметрії й ексцесу, коефіцієнт варіації.

Цілком достатніми для використання в практичних розрахунках є обчислення найважливіших статистичних характеристик – середнього статистичного значення \bar{t} , статистичної дисперсії D і середньоквадратичного відхилення σ , які визначають основні особливості статистичного ряду, що аналізується, – центр групування і ступінь розсіювання випадкових величин відносно центра.

Математичне сподівання (середнє значення) випадкової величини T на інтервалі (a, b) визначається інтегралом:

$$T_{\text{нб}} = \int_a^b t \cdot f(t) dt. \quad (2.21)$$

Виразимо його через функції $f(t)$ і $P(t)$:

$$\begin{aligned} T_{\text{нб}} &= \int_a^b t \cdot f(t) dt = \int_a^b t \cdot \left(-\frac{dP(t)}{dt} \right) dt = -\int_a^b t dP(t) = -tP(t) \Big|_a^b + \int_a^b P(t) dt = \\ &= -bP(b) + aP(a) + \int_a^b P(t) dt = a + \int_a^b P(t) dt. \end{aligned}$$

Для випадку, коли $a = 0$ будемо мати:

$$T_{\text{нб}} = \int_0^b t \cdot f(t) dt = \int_0^b P(t) dt, \quad (2.22)$$

тобто, математичне сподівання випадкової величини на інтервалі (a, b) дорівнює площі під графіком ймовірності безвідмовної роботи (див. рис. 2.8).

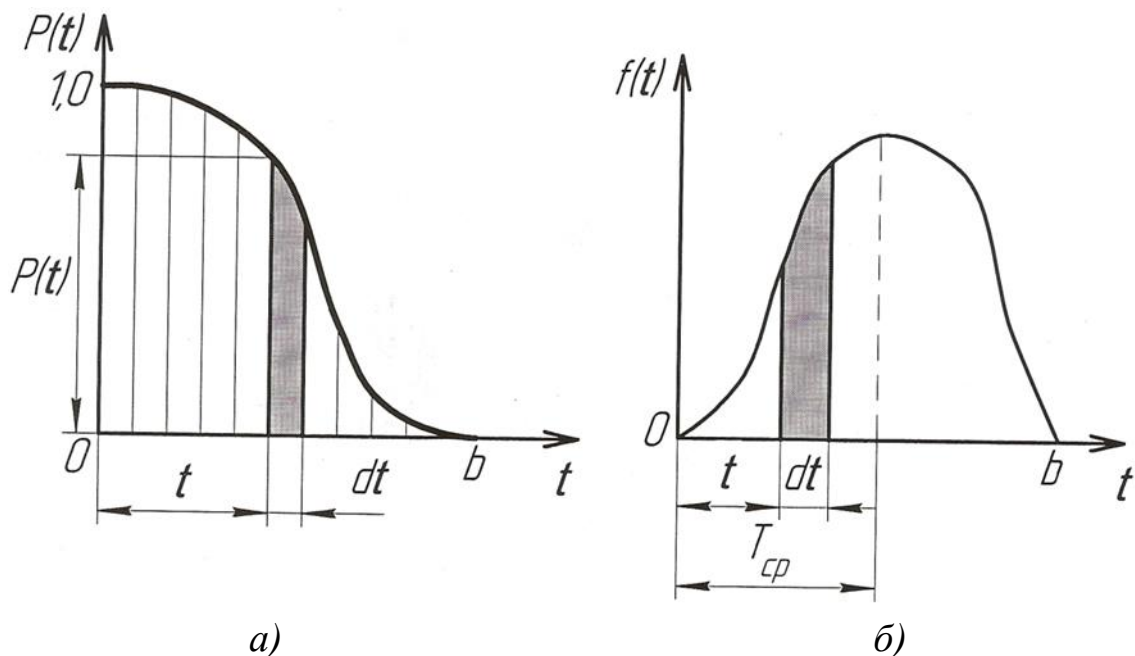


Рис. 2.8. Визначення середнього значення випадкової величини через функції: а – $P(t)$; б – $f(t)$

Середнє значення вибірки напрацювання об'єкта до відмови за статистичною інформацією визначається залежністю:

$$T_{\text{cp}}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (2.23)$$

де t_i – напрацювання об'єкта до відмови i -го об'єкта; N – кількість об'єктів.

У деяких випадках використовують такі характеристики, як мода та медіана, початкові та центральні моменти.

Моду випадкової величини називається її найбільш імовірне значення, тобто це значення дискретної випадкової величини T , яке відповідає найбільшій ординаті кривої розподілу випадкової величини.

Медіана – це середнє значення емпіричної сукупності, відносно якої сукупність поділяється на дві рівні частини. В разі симетрії розподілу медіана збігається з модою і математичним сподіванням.

Крім характеристик положення, визначається також ряд характеристик, кожна з яких описує ту чи іншу властивість розподілу. В якості таких характеристик найчастіше використовують так звані *моменти*. У теорії імовірностей для опису основних властивостей розподілу випадкової величини використовують початкові та центральні моменти.

Перший початковий момент – це математичне сподівання випадкової величини, а *початковий момент S порядку* випадкової величини (наприклад, t) називається математичне сподівання S степеня цієї випадкової величини.

Центральним моментом S порядку випадкової величини називається математичне сподівання S степеня відповідної *центрованої* випадкової величини.

Центрована випадкова величина – це відхилення випадкової величини від її математичного сподівання. Центральний момент *першого порядку* дорівнює нулю.

Другий центральний момент, або, ще як його прийнято називати – *дисперсія*, використовується як характеристика розсіювання випадкової величини навколо середнього значення.

Третій і четвертий центральні моменти використовуються відповідно для характеристик асиметрії (скошеності) функції щільності (кривої) розподілу і так званої „*крутості*” (гостровершинності чи плосковершинності) кривої розподілу.

При малій кількості даних ($N \leq 10$) використовують як міру розсіювання *розмах* (R):

$$R = l_{\max} - l_{\min} .$$

Розсіювання випадкової величини біля її математичного сподівання оцінюється за допомогою дисперсії, середньоквадратичного відхилення (СКВ) та коефіцієнта варіації.

Дисперсія визначається за таким співвідношенням

$$D_t = (T - T_{cp})_{cp}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_{cp})^2 f(t) dt. \quad (2.24)$$

За статистичною інформацією, коли кількість об'єктів більше 25, наближено дисперсія може бути визначена за залежністю

$$D_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - T_{cp}^*)^2. \quad (2.25)$$

Механічною інтерпретацією дисперсії є момент інерції заданого розподілу мас відносно центра мас (математичного сподівання).

Дисперсія має розмірність квадрата випадкової величини, яким не завжди зручно оцінювати відхилення. Тому використовується *середнє квадратичне відхилення*

$$S_t = \sqrt{D_t}. \quad (2.26)$$

Коефіцієнт варіації характеризує відносне розсіювання випадкової величини і має вигляд

$$V_t = \frac{S_t}{T_{cp}}. \quad (2.27)$$

Для отримання більш повної характеристики вибірки можна використовувати значення *коефіцієнта асиметрії* A , характеризуючого “скошеність” функції щільності розподілу $f(t)$ випадкових величин, тобто відхилення кривої розподілення від симетричної та *коефіцієнт ексцесу* E , який є показником “гостровершинності” емпіричного розподілу.

Коефіцієнт асиметрії A й ексцесу E визначають відповідно за формулами:

$$A = \frac{1}{N} D^{3/2} \sum_{j=1}^N (t_j - \bar{t})^3 = \frac{M_3}{M_2^{3/2}} = \frac{M_3}{\sigma^3}; \quad (2.28)$$

$$E = 1/ND^2 \sum_{j=1}^N (t_j - \bar{t})^4 = M_4 / M_2^2 - 3 = M_4 / \sigma^4 - 3, \quad (2.29)$$

де M_2, M_3, M_4 – центральний момент відповідно другого, третього та четвертого порядків, які розраховуємо за формулами:

$$M_3 = 1/N \sum_{j=1}^N (t_j - \bar{t})^3; \quad (2.30)$$

$$M_4 = 1/N \sum_{j=1}^N (t_j - \bar{t})^4. \quad (2.31)$$

Знаючи коефіцієнти A і E , можна зробити припущення про зовнішній вигляд кривої розподілу. Якщо $A=0$, крива $f(t)$ симетрична відносно середнього значення (нормальний розподіл), якщо $A > 0$, крива розподілення має правосторонню (додатну) асиметрію, а якщо $A < 0$ – лівосторонню (від’ємну) асиметрію.

При значенні коефіцієнта ексцесу $E < 0$ крива розподілу більш полого (менш гостровершинна), а при $E > 0$ – крива розподілу більш гостровершинна, ніж при нормальному закону розподілу, при якому $E = 0$, тобто вираз $M_4 / \sigma^4 = 3$.

Гамма-процентне значення випадкової величини – це значення t_γ випадкової величини T , яке відповідає заданій ймовірності $P(t_\gamma) = \gamma\%/100$ того, що випадкова величина T приймає значення, більше t_γ ,

$$P(t_\gamma) = \gamma\%/100 = P(T > t_\gamma) = \int_{T_\gamma}^{\infty} f(t) dt. \quad (2.32)$$

Гамма-процентне значення випадкової величини є квантилем ймовірності:

$$F(t_\gamma) = 1 - P(t_\gamma) = 1 - \gamma\%/100. \quad (2.33)$$

У теорії надійності гамма-процентним називаються ресурс, напрацювання до відмови, строк служби, строк зберігання.

Гамма-процентний ресурс характеризує довговічність при вибраному рівні $\gamma\%/100$ ймовірності його гарантування. Він назначається з урахуванням значущості об’єкта. Так, для підшипників

кочення вибирають 90% ресурс. Гамма-процентний ресурс може бути визначений через імовірність відмови (інтегральну функцію розподілу) та імовірність безвідмовної роботи (рис. 2.9).

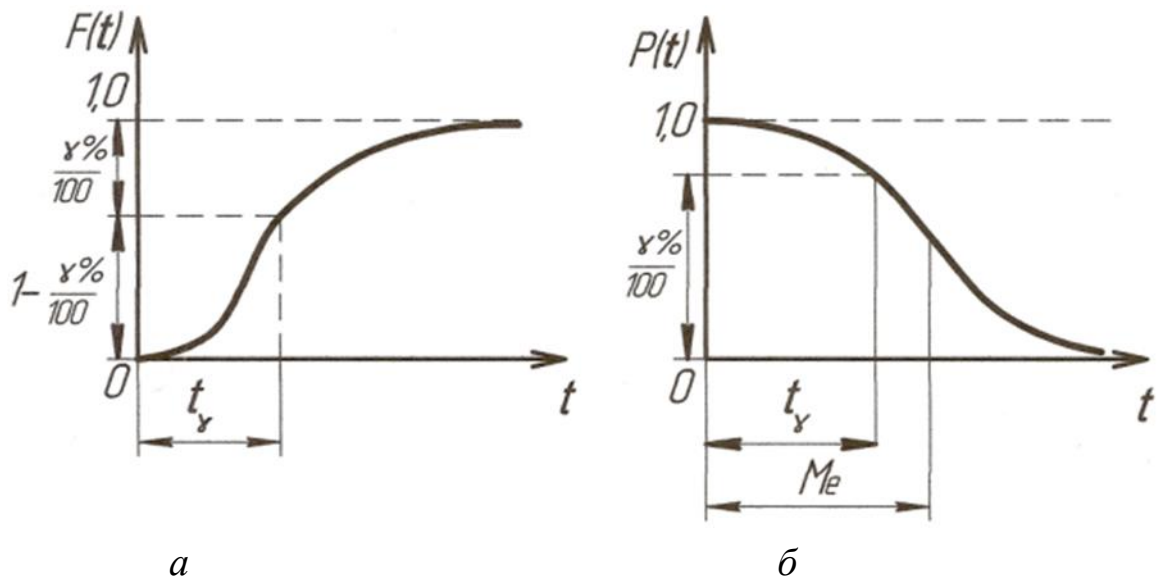


Рис. 2.9. Визначення t_γ : а – через $F(t)$; б – через $P(t)$

Медіана випадкової величини відповідає $\gamma = 50\%$. Для медіани $M_e(t)$ (рис. 2.9, б):

$$P[T > M_e(t)] = P[T < M_e(t)].$$

3. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

3.1. Експоненціальний закон розподілу

Експоненціальний розподіл широко являється розподілом часу між незалежними подіями, які появляються постійною інтенсивністю, використовується в теорії надійності при описуванні напрацювань до відмови, а також напрацювань між відмовами складних технічних систем. Цей розподіл називається одно параметричним, так як характеризується і визначається одним параметром λ – інтенсивністю подій (відмов,

відновлення працездатності та ін.). Експоненціальний закон розподілу добре описує розподіл випадкових величин домінуючого (визначального) фактора. В теорії надійності експоненціальний закон розподілу описує розподіл напрацювань на раптову відмову.

При розгляді раптових відмов об'єктів (машин, агрегатів, деталей) виходять з того, що кожна відмова являється наслідком випадкового поєднання внутрішніх і зовнішніх факторів і може не залежати від стану об'єкта і напрацювання з початку експлуатації на момент відмови (наприклад, відмова через прокол шини при наїзді на цвях мало залежить від того, нова вона чи зношена і який пробіг вона має).

Експоненціальний закон розподілу є частковим випадком розподілу Вейбула і гама-розподілу.

Диференціальна функція експоненціального закону розподілу ймовірностей випадкової величини (щільність розподілу) визначається залежністю:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (3.1)$$

де e – основа натурального логарифму;

λ – параметр розподілу,

$$\lambda = 1/T_{\text{над}};$$

$T_{\text{над}}$ – середнє значення (математичне сподівання) випадкової величини

T . Графік функції $f(t)$ приведений на рис. 3.1.

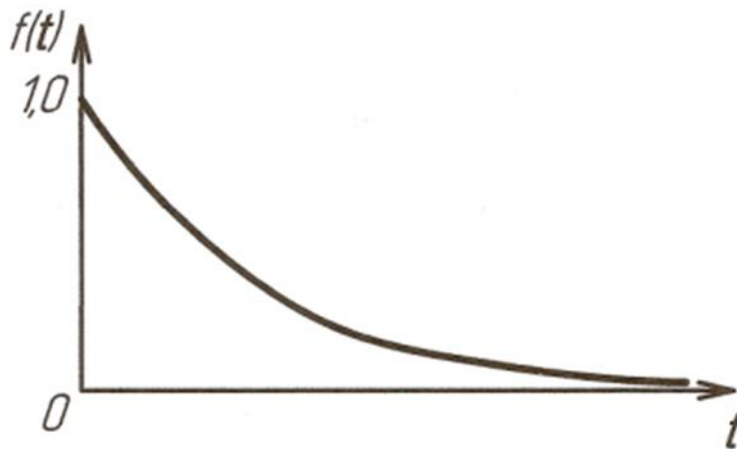


Рис. 3.1. Диференціальна функція експоненціального закону розподілу.

Ймовірність безвідмовної роботи об'єктів при експоненціальному законі розподілу (рис.3.2.) визначається залежністю:

$$P(t) = \exp(-\lambda t) = \exp(-t/T_{\text{н\ddot{a}}\text{d}}), \quad (3.2)$$

З виразу 3.2 випливає, що ймовірність безвідмовної роботи, яка відповідає середньому часу $T_{\text{ср.}}$ до виникнення відмови (напрацювання до відмови), дорівнює:

$$P(t) = \exp(-\lambda t) = \exp(-t/T_{\text{н\ddot{a}}\text{d}}) = 1/e = 0,367.$$

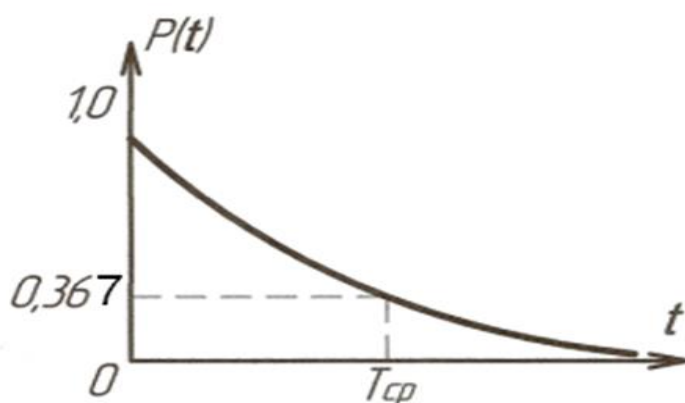


Рис. 3.2. Графік залежності ймовірності безвідмовної роботи об'єктів при експоненціальному законі розподілу

Інтегральна функція експоненціального закону розподілу ймовірностей випадкової величини показана на рис. 3.2 і математично описується співвідношенням:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-t/T_{\text{н\ddot{a}}\text{d}}}. \quad (3.2)$$

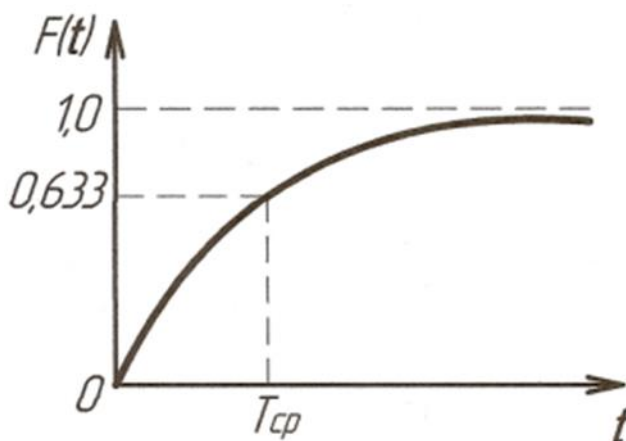


Рис. 3.3. Інтегральна функція експоненціального закону розподілу.

Середнє значення (математичне сподівання) випадкової величини, розподіленої за експоненціальним розподілом:

$$T_{\text{під}} = \int_0^{\infty} tf(t)dt = \int_0^{\infty} t\lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} te^{-\lambda t} dt = \lambda \left[-t \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} dt \right] = -te^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = -te^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = -\infty \cdot e^{-\infty} + 0 \cdot e^{-0} - \frac{1}{\lambda} e^{-\infty} + \frac{1}{\lambda} e^{-0} = \frac{1}{\lambda};$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} te^{-\lambda t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{e^{\lambda t}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda e^{\lambda t}} = 0.$$

Характерним при експоненціальному розподілі є те, що ймовірність появи події (відмови) на інтервалі Δt не залежить від довжини t попереднього інтервалу часу, на якому ця подія не з'явилась, а залежить тільки від довжини інтервалу Δt при заданій інтенсивності подій.

Ймовірність відсутності події:

$$P(t + \Delta t) = e^{-\lambda(t + \Delta t)} = e^{-\lambda t - \lambda \Delta t} = e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda \Delta t};$$

$$P(t) = e^{-\lambda t}; P(\Delta t) = e^{-\lambda \Delta t}; P(t + \Delta t) = P(t) \cdot P(\Delta t).$$

Умовна ймовірність $P_t(\Delta t)$ відсутності події на інтервалі $(t, t + \Delta t)$ за умови, що подія на інтервалі $(0, t)$ не з'явилась.

$$P(t + \Delta t) = P(t) \cdot P_t(\Delta t);$$

$$P_t(\Delta t) = \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)} = \frac{e^{-\lambda t} \cdot e^{-\lambda \Delta t}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda \Delta t}.$$

Умовна ймовірність дорівнює безумовній ймовірності

$$P_t(\Delta t) = P(\Delta t) = e^{-\lambda \Delta t}.$$

Лінеаризація експоненціальної функції дозволяє спростити розрахунки безвідмовності високонадійних об'єктів ($P(t) > 0,9$).

Лінеаризація – це заміна нелінійної функції лінійною на деякому інтервалі. Зазвичай при лінеаризації нелінійну функцію замінюють дотичною до неї в бажаній точці. Для цього функцію розкладають за формулою Тейлора і відкидають нелінійні члени. В даному випадку функцію можна розкласти за формулою Тейлора, коли абсциса точки, в околі якої розкладаємо функцію, дорівнює нулю:

$$P(t) = P(0) + \frac{P'(0)}{1!}t + \frac{P''(0)}{2!}t^2 + \dots + \frac{P^n(0)}{n!}t^n + \frac{P^{(n+1)}(\xi t)}{(n+1)!}t^{n+1},$$

де $0 < \xi < 1$.

Для експоненціального закону розподілу $P(t) = e^{-\lambda t}$ формула Тейлора має вигляд:

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{\lambda^2}{2!}t^2 - \frac{\lambda^3}{3!}t^3 + \dots + (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!}t^n.$$

Відкидаючи нелінійні члени, отримаємо

$$P(t) = e^{-\lambda t} \approx 1 - \lambda t; F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \approx \lambda t.$$

Застосування експоненціального закону розподілу різко спрощує усі розрахунки, особливо при аналізі надійності складних систем. Однак, про можливість застосування цього закону для оцінки надійності механічних систем існує багато думок і суперечок. Справа в тому, що цей закон уперше був використаний в радіоелектроніці, де на імовірність відмови впливають тільки раптові відмови (при цьому $\lambda = \text{const}$).

Дійсно, якщо $P(t) \rightarrow 1$ вираз $\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$ перетвориться на $\lambda(t) = f(t)$. Тому для $\lambda(t) = f(t)$ можна говорити, як про експоненціальний закон, так і про закон рівної імовірності.

Якщо проаналізувати поведінку «хвостів» різних законів щільності ймовірностей $f(t)$ в області малих значень $F(t)$ (порядку 0,001 і нижче), то всі вони дають однаковий результат з достатньою для практики точністю. Тому можна вважати допустимим і виправданим застосування експоненціального закону для розрахунку надійності систем з високими вимогами безвідмовності для будь-якої схеми відмов (для раптових або поступових).

Однак, слід завжди мати на увазі, що поширення цього правила на області з великими значеннями $t \gg T$ може призвести до грубих помилок і неправильних висновків.

Для високонадійних систем, таких як, наприклад, авіаційна та космічна техніка і, деякою мірою, для гальмових систем машин, значення $P(t) = 0,99\dots 0,9999$ і вище. Тому імовірність відмови

$F(t) = 1 - P(t)$, яка характеризується площею $F(t) = \int_0^t f(t)dt$, дуже мала.

У випадку застосування нормального закону розподілу використовується лише ділянка кривої центра групування (математичного сподівання).

У цій області закони розподілу втрачають свою індивідуальність і набувають загальних рис, характерних для рідкісних подій. Так, у даній області інтенсивність відмов $\lambda(t)$ будь-якого закону розподілу та густина його розподілу $f(t)$ практично не відрізняються одна від одної.

Загальний висновок, який можна зробити про застосування експоненціального закону розподілу для сучасних машин такий.

Експоненціальний закон – це констатація, статика явищ. Його застосування допустиме та виправдане при розрахунку надійності систем, що вже мають високу безвідмовність. Закон не можна застосовувати для випадків прогнозування поведінки цих систем при підвищенні ресурсу та для оцінки тих заходів, які будуть потрібні для підвищення надійності їх у межах, що виходять за значення прийнятого ресурсу.

Некритичне відношення до використання різноманітних методів і закономірностей математичної теорії надійності може призвести до недооцінки їхніх можливостей, а в окремих випадках до дискредитації математичного апарату.

3.2. Нормальний закон розподілу

Закон нормального розподілу має виключно важливе значення та займає серед інших особливе положення як такий, що найчастіше застосовується на практиці. Крім того, він є граничним законом, до якого наближаються інші закони за типових умов.

Нормальний розподіл виникає тоді, коли відхилення випадкової величини створюють багато приблизно рівнозначних за дією незалежних між собою факторів, кожний з яких має вплив на випадкову величину.

Відхилення ΔT випадкової величини можна показати як суму відхилень:

$$\Delta T = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n.$$

Задовільне наближення до нормального розподілу одержимо, якщо число доданків близьке до 10. Однак, якщо один з доданків має значно більший вплив на суму ніж інші, то цей доданок визначає, в основному, розподіл суми.

Нормальний розподіл добре описує ресурс і строк служби об'єктів при зношенні, навантаження в машинах, механічні властивості матеріалів (границю міцності, границю текучості, границю витривалості), несучу здатність деталей машин.

Диференціальну функцію (щільність розподілу ймовірностей) нормального розподілу неперервних випадкових величин у загальному випадку можна записати так:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - T_{\text{н\ddot{a}o}})^2}{2\sigma_t^2} \right], \quad (3.6)$$

де $T_{\text{н\ddot{a}o}}$ – математичне сподівання випадкової величини t ; σ_t – середньоквадратичне відхилення випадкової величини t .

Нормальний розподіл визначається двома параметрами: $T_{\text{н\ddot{a}o}}$, σ_t . Крива розподілу за нормальним законом має симетричний горбоподібний вигляд (рис. 3.4). Максимальна ордината кривої, що дорівнює $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ відповідає точці ($t = T_{\text{н\ddot{a}o}}$).

Математичне сподівання $T_{\text{н\ddot{a}o}}$ за нормальним законом розподілу є центром асиметрії розсіювання випадкової величини t . Якщо змінити положення $T_{\text{н\ddot{a}o}}$ по осі абсцис праворуч або ліворуч, крива розподілу буде також зміщатися праворуч або ліворуч не змінюючи своєї форми, тобто центр розсіювання характеризує положення кривої на осі $0t$.

Параметр розподілу σ є характеристикою найбільшої ординати кривої. При збільшенні σ максимальна ордината під кривою розподілу зменшується, і навпаки. Оскільки площа під кривою розподілу завжди дорівнює одиниці, то при збільшенні σ крива розподілу стає більш плоскою, розтягуючись вздовж осі абсцис (розсіювання збільшується), а

при зменшенні крива розподілу витягується (розсіювання зменшується). Розмірність σ збігається з розмірністю випадкової величини t .

Випадкова величина, що підпорядковується нормальному розподілу, має такі основні властивості:

- функція визначена на всій осі t : $-\infty \leq t \leq \infty$;
- $f(t) \geq 0$;
- вісь t є горизонтальною асимптотою графіка функції;
- графік функції симетричний відносно осі $t = T_{\text{н\ddot{o}}}$;
- однакові за значеннями додатні та від'ємні відхилення від середнього значення $T_{\text{н\ddot{o}}}$ є рівнорозміщеними;
- менші відхилення ймовірніші, ніж більші;
- досить великі відхилення від $T_{\text{н\ddot{o}}}$ дуже мало ймовірні;
- при $t = T_{\text{н\ddot{o}}}$ значення функції досягає максимуму.

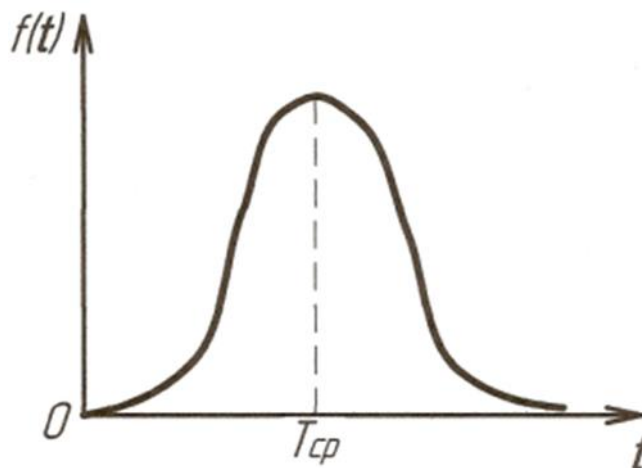


Рис. 3.4. Диференціальна функція нормального розподілу

При використанні нормального закону розподілу на практиці застосовують правило *трьох сигм* (*середньоквадратичних відхилень (СКВ)*): якщо випадкова величина розподілена нормально, то абсолютна величина її відхилення від математичного сподівання не перевищує трьох середньоквадратичних відхилень (СКВ). Ймовірність того, що абсолютна величина відхилення перевищує 3σ , дорівнює $0,0027 = 0,27\%$, тобто майже все розсіювання нормально розподіленої випадкової величини з імовірністю приблизно 97% уміщується в

інтервалі $T_{\text{н\ddot{a}o}} \pm 3 \sigma$. Правило трьох СКВ дозволяє орієнтовано визначити інтервал практично можливих значень випадкової величини за відомим математичним сподіванням і середньоквадратичним відхиленням.

Інтегральну функцію нормального розподілу загалом можна подати так:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(t-T_{\text{н\ddot{a}o}})^2}{2\sigma^2}} dt. \quad (3.7)$$

Крім того, існує нормований нормальний розподіл (рис. 3.5) з параметрами $T_{\text{н\ddot{a}o}}=0$ і $\sigma = 1$.

Щільність нормованого нормального розподілу:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad (3.8)$$

де $z = \frac{t-T_{\text{н\ddot{a}o}}}{\sigma}$.

Ця функція є табульованою. Інтегральна функція нормованого нормального розподілу виглядає таким чином:

$$F_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (3.9)$$

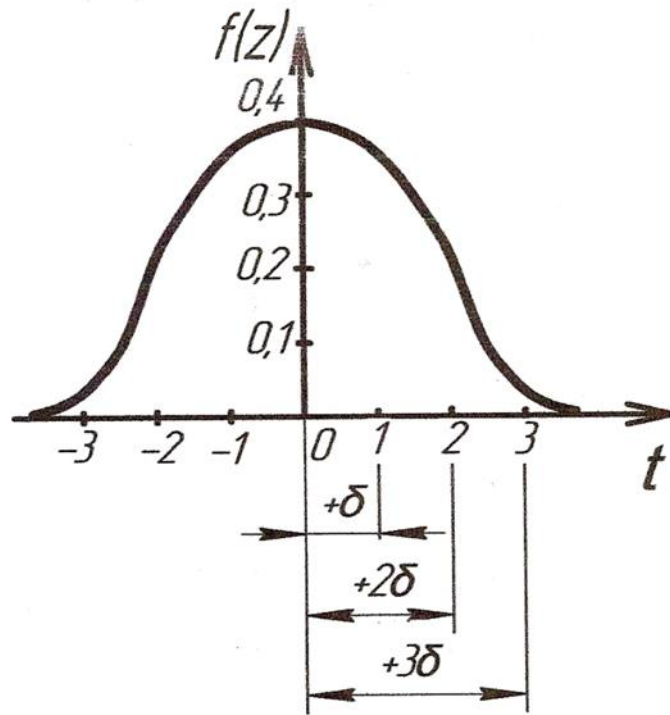


Рис. 3.5. Графік нормованої функції нормального розподілу

Імовірність попадання нормованої випадкової величини t в інтервалі $(0, t)$ знаходять, користуючись функцією Лапласа ($F_t = \Phi(z)$):

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (3.10)$$

Тоді:

$$P(0 < t < T) = \int_0^t f(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \hat{O}(z). \quad (3.11)$$

Враховуючи, що $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$, а також беручи до уваги

симетричність $f(t)$ відносно нуля, для якої вираз $\int_{-\infty}^0 f(t) dt = 0,5$,

отримаємо $P(-\infty < t < 0) = 0,5$.

Таким чином, імовірність відмови (функція розподілу) і ймовірність безвідмовної роботи, виражені через функцію Лапласа, мають вигляд[^]

$$\begin{cases} F_0(t) = 0,5 + \hat{O}(z) \\ P(t) = 0,5 - \hat{O}(z) \end{cases}. \quad (3.12)$$

Значення функції $\Phi(z)$ визначається за таблицею додатку 1.
 Графічна інтерпретація функції Лапласа приведена на рис. 3.6.

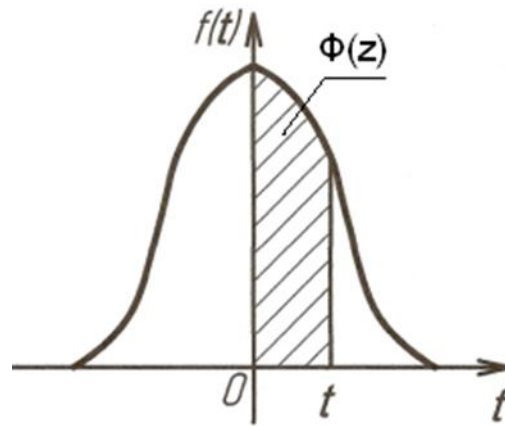


Рис. 3.6. Графічна інтерпретація функції Лапласа

За функцією розподілу, задаючись значенням випадкової величини, за допомогою функції Лапласа, зазвичай, визначають ймовірність того, що значення випадкової величини T при випробуваннях виявиться меншим за значення t або перебуватиме в певному інтервалі.

Для розв'язання зворотної задачі визначення значення випадкової величини t для заданого рівня імовірності P , який позначають як α , використовують квантиль нормального розподілу, що дає змогу визначити значення t при заданому рівні імовірності [$\alpha = F_0(t)$]:

$$t_\alpha = Z_\alpha \sigma + T_{\text{н\ddot{a}д}} \quad (3.13)$$

де Z_α – квантиль нормального розподілу; α – довірча імовірність: $\alpha = 0,8; 0,9; 0,95; 0,99$ і т.д.

На рис. 3.7 показано графічну інтерпретацію квантиля нормального розподілу.

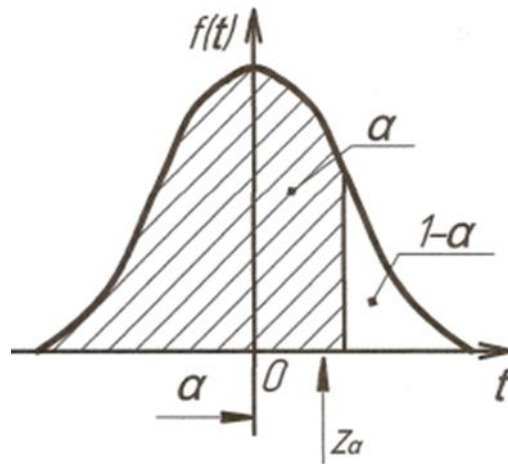


Рис. 3.7. Графічна інтерпретація квантиля нормального розподілу

Використовуючи квантиль нормального розподілу, знаходять область, у яку потрапляє випадкова величина із заданим рівнем імовірності α або із заданим рівнем значимості $1 - \alpha$. Прикладом квантиля заданої ймовірності $P(t_\gamma) = \gamma\%/100$ може слугувати гамма-процентне значення t_γ , тобто значення випадкової величини, яке відповідає заданій ймовірності $P(t_\gamma) = \gamma\%/100$

Значення квантилей нормального розподілу в залежності від імовірності приводяться в спеціальних таблицях.

Закон нормального розподілу використовують для визначення характеристик розсіювання:

- міжремонтних і повних ресурсів і термінів служби машин, агрегатів та складальних одиниць;
- часу та вартості відновлення працездатності машин та їх елементів;
- часу напрацювання на поступову відмову.

Інтенсивність події за нормального розподілу випадкових величин визначається залежністю:

$$\lambda(t) = \frac{f(z)}{P(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{1}{\sigma_t} \frac{f_0\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_t}\right)}{1 - F_0\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_t}\right)} = \frac{1}{\sigma} \lambda_0\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_t}\right) = \frac{1}{\sigma_t} \lambda_0(z),$$

де $\lambda_0(z)$ – функція інтенсивності подій нормованого нормального розподілу, для якого існують табличні дані.

Зрізаний нормальний розподіл використовується при кінцевому інтервалі (t_0, t_1) зміни випадкової величини, в якому розміщені всі можливі значення. Цей розподіл досить точний на інтервалі: $t_0 < T_{cp} - 3\sigma_t$ і $t_1 > T_{cp} + 3\sigma_t$. Якщо $t_0 > T_{cp} - 3\sigma_t$ та $t_1 < T_{cp} + 3\sigma_t$ похибка апроксимації стає суттєвою і вводиться множник $C > 1$.

Тоді множник знаходять з умови:

$$C \int_{t_0}^{t_1} f(t) dt = \frac{c}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^{t_1} \exp \left[-\frac{(t - T_{cp})^2}{2\sigma_t^2} \right] dt = 1,$$

яка визначає ймовірність події $P(t) = 1$, що випадкова величина набуде значення, яке належить інтервалу (t_0, t_1) , в який входять усі можливі значення випадкової величини.

Нормальний закон в ряді випадків рекомендується застосовувати при поступових відмовах. Але в більшості випадків для аналітичного виразу імовірності безвідмовної роботи та імовірності відмов більш придатні асиметричні розподіли з аргументом, який може приймати тільки позитивні значення (час напрацювання до відмови, час напрацювання на відмову, ресурс, тощо). До таких розподілів відносяться логарифмічно-нормальний закону розподілу, закон Вейбула, гама-розподіл та інші,

3.3. Логарифмічно-нормальний закон розподілу

Для логарифмічно-нормального закону розподілу логарифм випадкової величини розподілений за нормальним законом. При математичному описанні закону частіше використовують натуральний логарифм, ніж десятинний. Випадкова величина, яка має даний розподіл, описує ресурс об'єктів за опором втомленості, тобто число циклів навантаження до руйнування об'єкта часто використовується тоді, коли випадкові величини є добутком значної кількості вихідних випадкових величин, або коли значення випадкової величини складає випадкову частку раніше досліджених величин. Цей закон має успішне

застосування в теорії надійності для описування: напрацювання на відмову складних технічних систем (наприклад, будівельних машин, тракторів, автомобілів, кранів та інших виробів); процесів відновлення; відмов, які виникають у результаті зношування; напрацювання при швидкому “вигоранні” ненадійних елементів; відмов, які викликані втомленістю матеріалів. Статистично встановлено, що напрацювання на відмову підшипників кочення, електронного обладнання, також підкоряється логарифмічно-нормальному закону.

Логарифмічно-нормальний закон має достатньо прості вирази для своїх характеристик внаслідок зведення його до табульованої функції Лапласа (нормований нормальний закон), добрі спроможності вирівнювання дуже розсіяних статистичних даних.

Як розподіл позитивних величин він, певною мірою, точніше, ніж нормальний закон, описує напрацювання до відмови.

Такі властивості, а також велика протяжність і асиметричність розподілу за статистичними даними досліджень на втомлювальну довговічність стали підставою для застосування логарифмічно-нормального закону, як теоретичної моделі відмов у разі втомлювальних руйнувань деталей машин..

Щільність розподілу випадкової величини T за логарифмічно-нормальним законом має вигляд:

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (3.14)$$

де μ та σ – параметри, які оцінюються за статистичними даними.

У даному випадку μ – математичне сподівання логарифму випадкової величини; σ – середнє квадратичне відхилення логарифму випадкової величини.

Параметри μ та σ – логарифмічно-нормального закону пов'язані з математичним сподіванням $M(t)$ та дисперсією $D(t)$ випадкової величини T такими виразами:

$$M(t) = \exp(\mu + \sigma^2 / 2); \quad (3.15)$$

$$D(t) = \left[\exp(\sigma^2) - 1 \right] \exp(2\mu + \sigma^2). \quad (3.16)$$

Величина $M(t)$ у рівнянні (3.15) відображає середнє напрацювання до відмови, середній ресурс, середній термін служби, середній час відновлення тощо.

Для позитивних випадкових величин логарифмічно-нормальний розподіл може приймати найрізноманітніші форми, які показані на рис. 3.8.

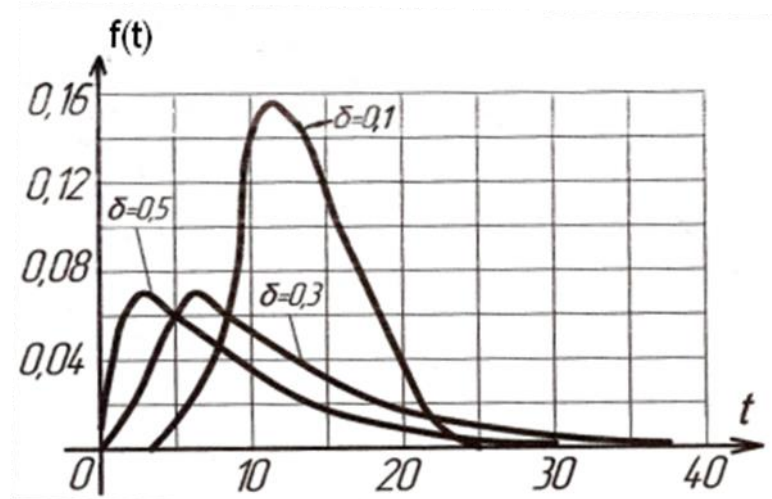


Рис. 3.8. Криві щільності логарифмічно-нормального розподілу для різних значень σ

Інтегральна функція логарифмічно-нормального розподілу визначається за залежністю:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^t \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt. \quad (3.17)$$

Функцію розподілу (ймовірність відмови) і ймовірність безвідмовної роботи можна визначити за табульованими таблицями нормального розподілу (див. табл. дод. 1) в залежно від значення квантиля:

$$U = \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \quad (3.18)$$

Звідси:

$$F(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) ; \quad (3.19)$$

$$P(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right). \quad (3.20)$$

Часто щільність логарифмічно-нормального розподілу застосовують для розподілу випадкової величини в десяткових логарифмах:

$$f(t) = \frac{0,4343}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\lg t - \lg t_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (3.21)$$

де

$$\lg t_0 = \sum_{j=1}^N \lg t_j / N; \quad (3.22)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{j=1}^N (\lg t_j - \lg t_0)^2}. \quad (3.23)$$

Логарифмічно-нормальний розподіл має такі основні властивості:

- логарифмічно-нормальний розподіл має одну моду, якщо $t = \exp(\mu - \sigma)$ та медіану, якщо $t = \exp(\mu)$.
- розподіл має позитивну асиметрію;
- інтенсивність відмов логарифмічно-нормального розподілу має немонотонний характер зі зменшенням у кінці розподілу.

Багато дослідників ототожнює асимптотично зменшувану інтенсивність цього розподілу із властивістю “зміцнюватися з часом” деяких циклічно - навантажуваних об'єктів.

3.4. Закон розподілу Вейбула

У теорії надійності закон розподілу Вейбула займає одне з центральних місць при дослідженнях характеристик надійності складних технічних систем та машин і набув широкого застосування завдяки своїй великій універсальності. Він є найбільш загальним розподілом наробітку безвідмовної роботи елементів, тривалості роботи машини до граничного стану, для опису розподілів термінів служби машин і характеристик втомленості металів, які призводять до відмови.

Розподіл Вейбула – достатньо гнучка функція, здатна добре вирівнювати різноманітну статистику відмов. На відміну від багатьох інших, він більш універсальний, оскільки при певних значень

параметрів він може трансформуватись в експоненціальний (показниковий) розподіл, нормальний та інші розподіли. Розподіл ресурсів машин за законом Вейбула слід очікувати при умовах експлуатації, які змінюються в широких межах, при середньому рівні технології виготовлення та середніх навантаженнях.

В залежності від вибірки випадкових величин, області та задач дослідження, використовують трьох-параметричний або двох-параметричний розподіл Вейбула.

Трьох-параметричний розподіл. Інтегральна та диференціальна функції цього розподілу визначаються такими залежностями:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t-m}{a}\right)^b\right]; \quad (3.24)$$

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t-m}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t-m}{a}\right)^b\right], \quad (3.25)$$

де a – параметр масштабу, який характеризує ступінь розтягнення кривої розподілу вздовж осі t і пов'язаний із середнім значенням випадкової величини; b – параметр форми; m – параметр зміщення, за який приймають мінімально можливе значенням випадкової величини T .

Для цього розподілу *імовірність безвідмовної роботи*, має вигляд:

$$P(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-m}{a}\right)^b\right]. \quad (3.26)$$

Інтенсивність подій (відмов) визначається через диференціальну функцію $f(t)$ та імовірність безвідмовної роботи $P(t)$:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\frac{b}{a} \left(\frac{t-m}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t-m}{a}\right)^b\right]}{\exp\left[-\left(\frac{t-m}{a}\right)^b\right]} = \frac{b}{a} \left(\frac{t-m}{a}\right)^{b-1}. \quad (3.27)$$

Математичне сподівання для трьох-параметричного розподілу Вейбула визначається інтегралом:

$$T_{\text{cp}} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{t-m}{a} \right)^b \right] dt.$$

Розрахунок цього інтегралу дає можливість записати такий вираз:

$$T_{\text{cp}} = a \Gamma \left(1 + \frac{1}{b} \right) + m, \quad (3.28)$$

де $\Gamma \left(1 + \frac{1}{b} \right)$ – гамма-функція.

Гамма-функцією аргументу n називається функція:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt.$$

Для гамма-функції складено спеціальні таблиці, за допомогою яких за формулою (3.28) можна визначити математичне сподівання трьох-параметричного розподілу Вейбула.

Завдяки своїй універсальності та гнучкості трьох-параметричний розподіл Вейбула часто використовується для опису безвідмовності технічних об'єктів протягом трьох періодів експлуатації: а) припрацювання; б) нормальної експлуатації; в) старіння.

Але при розрахунках експлуатаційної надійності машин на практиці найчастіше використовують двох-параметричний закон Вейбула (параметр зміщення $m=0$), для якого характерні такі залежності:

$$\begin{cases} f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a} \right)^{b-1} \exp \left[- \left(\frac{t}{a} \right)^b \right] \\ F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{a} \right)^b \right] \end{cases}. \quad (3.29)$$

Імовірність безвідмовної роботи визначається за формулою:

$$P(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{a} \right)^b \right], \quad (3.30)$$

де a і b – параметри закону розподілу (масштабу та форми), які визначаються на основі інформації, отриманої у процесі досліджень.

Математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення випадкової величини T , розподіленої за законом Вейбула визначаються за формулами:

$$M(t) = a \cdot K_B; \quad (3.31)$$

$$\sigma = a \cdot C_b, \quad (3.32)$$

де коефіцієнти K_b та C_b визначають із відношення:

$$C_B = \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - K_b^2}, \quad (3.33)$$

тут

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad (3.34)$$

де $\Gamma(x)$ – відома гамма-функція, табличні значення якої наведені в спеціальній літературі [4].

Розподіл Вейбула займає проміжне положення між нормальним і експоненціальним розподілами. В залежності від значення параметра форми b розподіл Вейбула може трансформуватися (перетворюватися) в інші розподіли або близькі до них. При $b=1$ даний розподіл перетворюється в експоненціальний; при $b>1$ крива розподілу змінює свою форму від асиметричної до близької до нормального розподілу (при $b \approx 3,3$); при $b=2$ частковим випадком закону Вейбула стає закон розподілу Релея. При значеннях $b<1$ крива щільності розподілу близька до гіперболи.

Графіки кривих щільності розподілу Вейбула для різних значень параметра b показані на рис. 3.9.

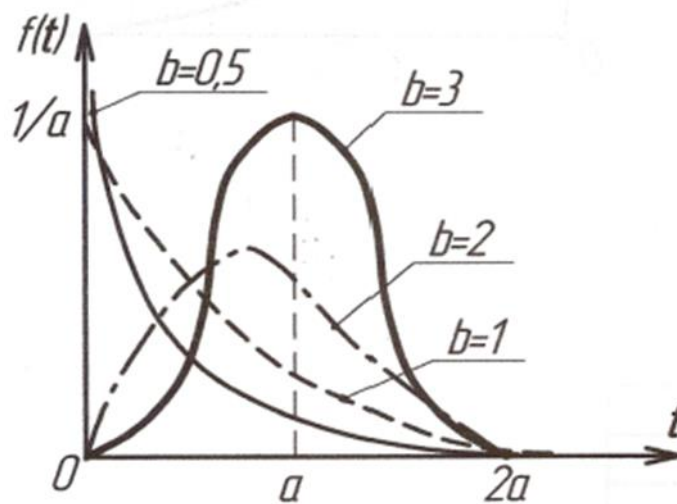


Рис. 3.9. Графіки кривих щільності розподілу Вейбула для різних значень параметра b

До позитивних якостей розподілу Вейбула також відноситься різноманітність форм кривих інтенсивності відмов $\lambda(t)$ в залежності від параметра розподілу b , які приведено на рис. 3.10.

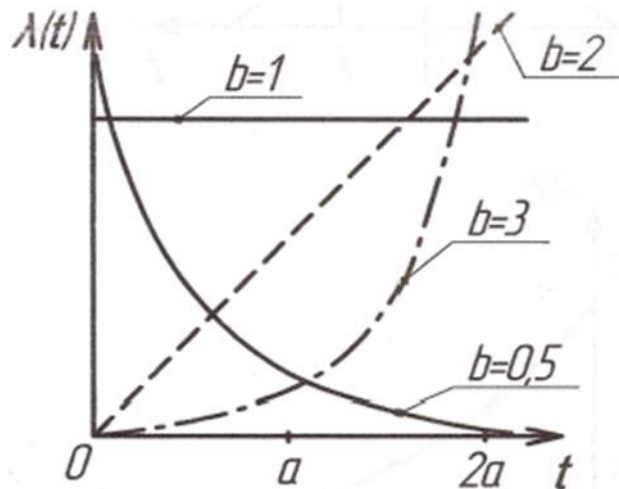


Рис. 3.10. Графіки інтенсивності відмов в залежності від значення параметра b .

При $b=1$ інтенсивність відмов є константою $\lambda = \text{const}$; при $b>1$ інтенсивність відмов монотонно зростає, а при $b<1$ – монотонно зменшується.

Така універсальна властивість розподілу Вейбула широко застосовується для апроксимації різних емпіричних законів розподілу. Розподілом Вейбула описуються випадкові величини ресурсів

підшипників кочення ($b = 1,4 \dots 1,5$), зубчастих муфт ($b = 1,8$), гальмових накладок ($b = 1,4$), гальмових шківів ($b = 1,5$), ходових коліс вантажопідійомних кранів ($b = 2$).

На рис. 3.11 приведені графіки імовірності безвідмовної роботи для закону Вейбула, які також набувають різноманітних форм при різних значеннях параметра розподілу b .

Подібну закону Вейбула гнучкість має і гамма-розподіл, тому ці закони можуть описувати різноманітні види відмов, які характерні для складних технічних виробів.

Гамма-розподіл в теорії надійності також набуває значного поширення. Його щільність має вигляд:

$$f(l) = \frac{l^{m-1}}{T_0 \Gamma(m)} e^{-\frac{l}{T_0}}, \quad (3.35)$$

де m і T_0 – параметри закону розподілу; $\Gamma(a)$ – гамма-функція.

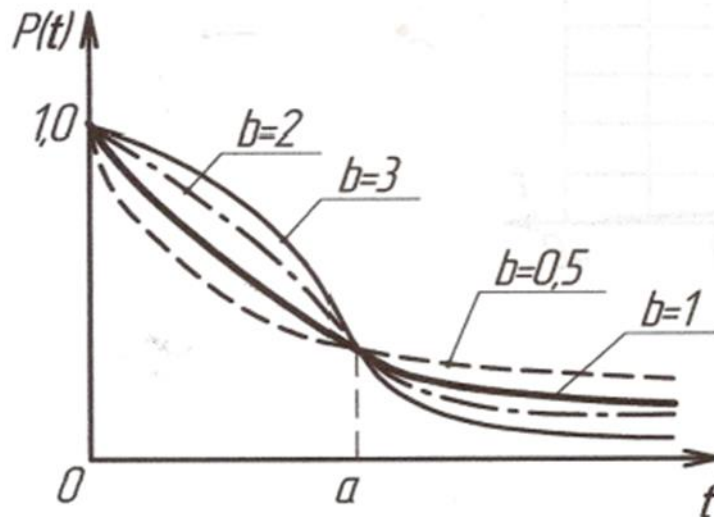


Рис. 3.11. Графіки імовірності безвідмовної роботи для закону Вейбула.

Композиція законів розподілу. Якщо випадкова величина являє собою суму незалежних випадкових величини, кожна з яких підпорядковується своєму закону розподілу, то закон розподілу суми може бути визначено за законами розподілу складових:

$$U = x + y + z, \quad (3.36)$$

де U – складна величина, що дорівнює сумі складових випадкових величини; x, y, z – випадкові величини.

Тоді щільність розподілу $f(U)$ є композицією розподілу $f(x), f(y), f(z)$, а закон розподілу величини U називається композицією законів розподілу величин x, y, z . Композиція може існувати для будь-якої кількості випадкових величин і має ряд спільних і часткових властивостей.

Загальні властивості композиції не залежать від виду законів розподілу, що розглядаються. При цьому математичне сподівання і дисперсія композиції розподілу відповідно дорівнюють сумі математичних сподівань незалежних випадкових величин, що утворюють складну випадкову величину.

Часткові властивості застосовуються лише до певних законів розподілу. Наприклад, композиція випадкових величин з нормальним розподілом – це також нормальний розподіл, композиція розподілів Вейбула дає також розподіл Вейбула тощо.

Якщо маємо велику кількість будь-яких розподілів, за умови, що дисперсії складових розподілу мало відрізняються одна від одної, то розподіл композиції їх буде близьким до нормального.

Це положення в теорії ймовірностей називається центральною граничною теоремою.

Загалом можна визначити лише наближене значення невідомого параметра розподілу, яке називають оцінкою параметра. Для цього використовують кілька методів: метод моментів, метод максимальної правдоподібності, метод квантилів, графічний метод.

Під час вибору методу оцінки параметрів, намагаються вибрати найпростіший, проте бажано, щоб обраний метод забезпечував одержання незміщеної, ефективної та обґрунтованої оцінки.

За числові значення параметрів беруть точкову оцінку або надійні межі інтервалу, які із заданою надійною ймовірністю покривають справжні значення параметра. Точкову оцінку приймають за наближене значення невідомого параметра.

Правила визначення точкових оцінок і надійних меж для параметрів різних законів розподілу з урахуванням можливих

особливостей викладено в ряді стандартів і методик. Далі наведено деякі методи визначення параметрів основних законів розподілів.

4. ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ

4.1. Оцінка параметрів експоненціального розподілу

Експоненціальний закон розподілу оцінюється одним параметром λ . Максимально правдоподібну оцінку параметра у разі повної вибірки випадкових величин (напрацювань, ресурсів і т.п.) розраховують за формулою:

$$\lambda = N / \sum_{i=1}^N t_i . \quad (4.1)$$

При відомих числових характеристиках емпіричного розподілу (див. розділ 2.3) параметр λ розраховують за формулою:

$$\lambda = 1/T_{\text{сер.}}, \quad (4.2.)$$

де $T_{\text{сер.}}$ – статистичне середнє значення випадкової величини t .

4.2. Оцінка параметрів нормального розподілу

Максимально правдоподібні оцінки параметрів нормального закону оцінюють за формулами (2.21) – (2.26) (розд. 2.3), де за оцінку параметра нормального розподілу приймають вибіркове середнє значення випадкової величини $T_{\text{сер.}}$, а параметр σ дорівнює вибірковому середньому квадратичному відхиленню $\hat{\sigma}$.

Статистичні оцінки коефіцієнтів асиметрії A та ексцесу E визначають за формулами (2.28), (2.29).

4.3. Оцінка параметрів логарифмічно-нормального розподілу

Максимально правдоподібні оцінки параметрів у випадку повної вибірки розраховують за формулами:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \ln t_j; \quad (4.3)$$

$$\sigma_{\wedge} = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (\ln t_j - \hat{\mu})^2 \right]^{1/2}. \quad (4.4)$$

Моментні оцінки розраховують за формулами:

$$\hat{\mu} = \ln S - \frac{1}{2} \ln(D/S^2 + 1); \quad (4.5)$$

$$\sigma_{\wedge} = \left[\ln(D/S^2 + 1) \right]^{1/2}, \quad (4.6)$$

де

$$S = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N t_j, \quad D = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (t_j - S)^2. \quad (4.7)$$

4.4. Оцінка параметрів закону розподілу Вейбула.

У практичних розрахунках для визначення невідомих параметрів закону Вейбула a і b інколи використовують наближене значення коефіцієнта варіації вибірки V :

$$V = \sigma / \bar{t},$$

де середнє квадратичне відхилення σ та середнє значення вибірки \bar{t} розраховують за формулами (2.25), (2.26) та за методикою, описаною в розд. 9.

За одержаною величиною коефіцієнта V знаходять табульовані значення параметра b та значення коефіцієнтів K_b та C_b , які наведені в додатку 2.

Потім за відомими значеннями K_b та C_b визначають оцінку параметра a :

$$a = \frac{\sigma}{C_b}; \quad (4.8)$$

або

$$a = \frac{\bar{t}}{K_b}. \quad (4.9)$$

Більш точнішим, але і більш складним методом, за яким отримують оцінки параметрів Вейбула, є метод максимальної

правдоподібності. Максимально правдоподібні оцінки параметрів a і b у випадку повної вибірки отримують з рішення системи рівнянь:

$$Na^b - \sum_{j=1}^N t_j^b = 0; \quad (4.10)$$

$$\left(\frac{N}{b} + \sum_{j=1}^N \ln t_j \right) \sum_{j=1}^N t_j^b - N \sum_{j=1}^N t_j^b \ln t_j = 0. \quad (4.11)$$

Параметр a визначають безпосередньо за формулою (4.10) з припущенням, що параметр b відомий:

$$a = b \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N t_j^b}. \quad (4.12)$$

Оцінку параметра b отримують розв'язанням рівняння (4.11) відносно b методом послідовного наближення, тобто послідовним підбором різних значень b . За шукану оцінку параметра беруть таке значення, яке задовольнить рівність (4.11).

Для визначення параметра b запропоновано таку послідовність наближення:

а) розраховують початкове наближення b_0

$$b_0 = (l-1) / \left[\left(\frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \ln t_j - \ln t_1 \right) (0,23 \cdot l + 3,71) \right], \quad (4.13)$$

де l – кількість об'єктів, які відмовили під час спостережень:

$$l = \begin{cases} N & \text{для планів } [N \cup N] \\ r & \text{для планів } [N \cup r] \text{ і } [N \cup T]; \end{cases}$$

t_1 – мінімальне значення вибірки.

б) розраховують таке наближення $b_k = (k = 1, 2, \dots, l)$:

$$b_k = \left(\frac{\sum_{i=1}^l t_i^{b_{k-1}} \ln t_i + \sum_{i=1}^n \tau_i^{b_{k-1}} \ln \tau_i - \sum_{j=1}^l \ln t_j}{\sum_{j=1}^l t_j^{b_{k-1}} + \sum_{i=1}^n \tau_i^{b_{k-1}}} - \frac{1}{l} \right), \quad (4.14)$$

де n – кількість об'єктів, які не відмовили під час спостережень.

$$\tau_i = \begin{cases} t_r & \text{для плану } [N \cup r], \\ T & \text{для плану } [N \cup T]. \end{cases}$$

в) ітеративний процес наближення припиняють тоді, коли буде досягнута необхідна точність:

$$\left| \frac{b_k - b_{k-1}}{b_{k-1}} \right| \leq \delta, \quad (4.15)$$

де значення δ вибирають із ряду 0,0001;0,001;0,1;

г) значення δ_k , що відповідає останній нерівності, приймають за шукану оцінку δ_k ;

д) знайдену оцінку δ_k підставляють у вираз (4.12) для визначення параметра a .

Як видно із формул (4.13) та (4.14) вони є загальними для розрахунків наближення параметра до δ_k при планах нагляду за машинами $[N \cup N]$, $[N \cup r]$ та $[N \cup T]$. Для плану $[N \cup T]$ розрахунки дещо спрощуються, оскільки $l=N$, а $n=0$.

У деяких випадках на практиці за початкове наближення параметра b_0 приймають табульовані значення оцінки параметра b (таблиця дод. 2), які визначаються через коефіцієнти варіації V .

Якщо відомі числові характеристики інтервального статистичного ряду вибірки безперервних випадкових величин замість формул (4.11), (4.12) можна використовувати такі вирази:

$$\left(\frac{N}{b} + \sum_{i=1}^K \ln t_{\text{cp}_i} \cdot n_i \right) \sum_{i=1}^K t_{\text{cp}_i}^b \cdot n_i - N \sum_{i=1}^K t_{\text{cp}_i}^b \cdot \ln t_{\text{cp}_i} \cdot n_i = 0; \quad (4.16)$$

$$a = b \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^K t_{\text{cp}_i}^b \cdot n_i} = b \sqrt{\sum_{i=1}^K t_{\text{cp}_i}^b \cdot P_i}, \quad (4.17)$$

де t_{cp_i} – значення середини i -го інтервалу статистичного ряду; n_i – частота в i -м інтервалі; P_i – частість в i -м інтервалі.

5. МЕТОД СТРУКТУРНИХ СХЕМ

Метод структурних схем у теорії надійності використовується для аналізу та розрахунку показників надійності об'єктів, які складаються з декількох елементів. За допомогою цього методу визначається безвідмовність об'єкта за відомою безвідмовністю кожного елемента. Об'єкт подають у вигляді структурної схеми, на якій стан елементів має

вигляд послідовного та паралельного їх з'єднання, для показу безвідмовності окремих елементів.

Безвідмовність об'єкта при послідовному з'єднанні елементів за умови, що відмова кожного елемента – випадкова незалежна подія (рис. 5.1). Відмова будь-якого елемента призводить до відмови всієї системи.

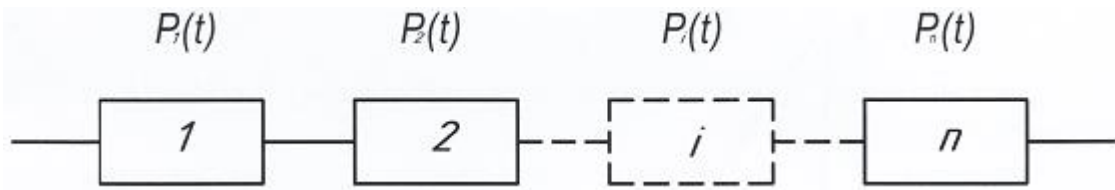


Рис. 5.1. Послідовне з'єднання елементів

Ймовірність $P_c(t)$ безвідмовної роботи системи протягом часу визначається за теоремою множення ймовірностей незалежних подій як добуток ймовірностей безвідмовної роботи її елементів

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_i(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t), \quad (5.1)$$

де $P_i(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента; n – кількість послідовно з'єднаних елементів.

Ймовірність безвідмовної роботи системи можна визначити через інтенсивність відмови її елементів

$$P_c(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda_1(t) dt\right] \exp\left[-\int_0^t \lambda_2(t) dt\right] \dots \exp\left[-\int_0^t \lambda_n(t) dt\right] = \exp\left[-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right]. \quad (5.2)$$

Ймовірність безвідмовної роботи рівнонадійних елементів

$$P_c(t) = P^n(t) \left[-n \int_0^t \lambda(t) dt \right]. \quad (5.3)$$

Інтенсивність відмов системи в момент часу t $\lambda_c(t)$ дорівнює сумі інтенсивностей відмов складових елементів при будь-яких розподілах ймовірностей напрацювання до відмови системи

$$\lambda_c(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_n(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \quad (5.4)$$

За нормальних умов експлуатації об'єкта, коли явища старіння та зношування малі чи можна їх не враховувати, безвідмовність – результат дії випадкових факторів за незмінних зовнішніх умов. У цьому випадку інтенсивність відмов $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$.

Тоді

$$P_c(t) = \exp\left[-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right] = \exp(-\lambda_c t), \quad (5.5)$$

де λ_i – інтенсивність відмов i -го елемента; $\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i$.

Середній час T_{cp} безвідмовної роботи при $\lambda = \text{const}$ може бути визначений через ймовірність безвідмовної роботи таким співвідношенням:

$$P_{cp_c} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_c t} dt = -\frac{1}{\lambda_c} e^{-\lambda_c t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_{cp_i}}},$$

де T_{cp_i} – середній час безвідмовної роботи i -го елемента.

Для однотипних елементів $\lambda_i = \lambda$, $T_{cp_i} = T_{cp}$. Тоді $\lambda_c = n\lambda$ і $T_{cp,c} = T_{cp}/n$.

З розглянутого можна зробити такі висновки:

1) $P_c(t)$ зменшується зі збільшенням кількості послідовно з'єднаних елементів, тому при розробці будь-якої технічної системи необхідно зменшувати кількість таких елементів;

2) $P_c(t)$ завжди менше $P_i(t)_{\min}$ (ймовірність безвідмовної роботи найменш надійного елемента), тому необхідно виявляти найменш надійний елемент і підвищувати ймовірність його безвідмовної роботи.

Безвідмовність об'єкта при паралельному з'єднанні елементів визначається за умови, що відмова кожного елемента – випадкова незалежна подія (рис. 5.2). У цьому випадку відмова будь-якого елемента не призводить до відмови всієї системи. Відмова системи відбудеться тоді, коли відмовлять всі паралельно з'єднані елементи.

Ймовірність відмови $F_c(t)$ системи протягом часу t при паралельному з'єднанні елементів визначається за теоремою множення ймовірностей незалежних подій:

$$F_c(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot \dots \cdot F_n(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t), \quad (5.6)$$

де $F_i(t)$ – ймовірність відмови i -го елемента.

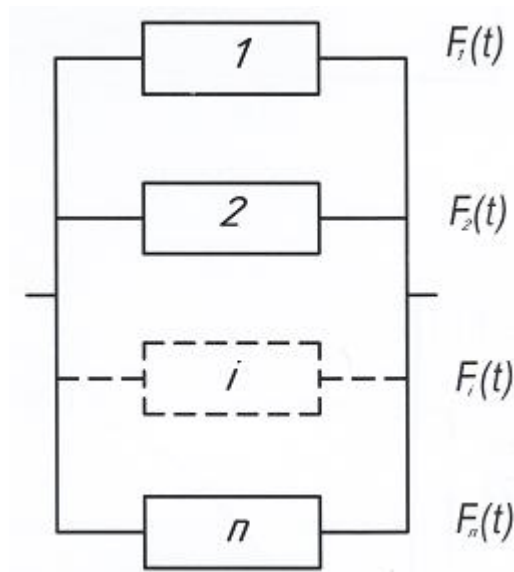


Рис. 5.2. Паралельне з'єднання елементів

Ймовірність $P_c(t)$ безвідмовної роботи системи при паралельному з'єднанні елементів визначається залежністю

$$P_c(t) = 1 - F_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n F_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_i(t)]. \quad (5.7)$$

При рівнонадійних елементах ймовірності відмови та безвідмовної роботи всієї системи мають вигляд

$$F_c(t) = F^n(t); \quad P_c(t) = 1 - F^n(t).$$

Паралельне з'єднання елементів дозволяє ефективно підвищувати надійність системи. Це справедливо тільки при постійному резервуванні, коли основний і резервний елементи знаходяться в однакових умовах протягом всього часу роботи системи.

Безвідмовність об'єкта при змішаному з'єднанні елементів.
Ймовірність безвідмовної роботи технічної системи при змішаному з'єднанні елементів розраховується спочатку для кожної групи паралельно з'єднаних елементів у послідовному ланцюгу, а потім – ймовірність цього послідовного ланцюга (рис. 5.3).

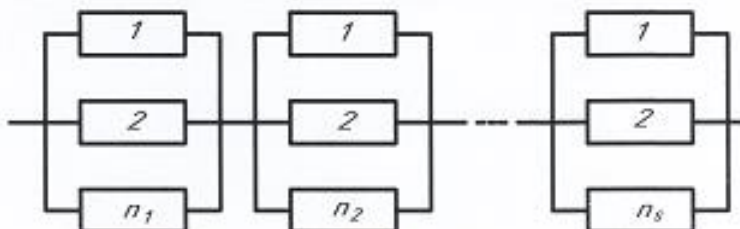


Рис. 5.3. Змішане з'єднання елементів

Основним достоїнством методу структурних схем є його наочність та простота розрахунку. Але зручність його використання обмежується лише застосуванням для розрахунку надійності систем при допущенні про взаємну незалежність безвідмовної роботи елементів системи. Ще одним його недоліком є далеко не повна інформація про функціонування системи, а структурна схема не є математичною моделлю функціонування системи.

6. ПЛАНИ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

У процесі обробки інформації про надійність застосовують параметричні (імовірнісні) та непараметричні (статистичні) способи оцінки показників. Оцінки називаються непараметричними тоді, коли під час обробки даних не роблять будь-яких передбачень (гіпотез) про вигляд функції розподілу досліджуваної випадкової величини. *При непараметричному методі* застосовують апарат математичної статистики.

Основним недоліком непараметричних методів є обмежені можливості, які дають змогу мати точкові оцінки показників і в деяких випадках одну з границь довірчого інтервалу.

При параметричних оцінках розрахунків ведуть на підставі параметрів законів розподілу випадкової величини, яка досліджується, застосовуючи математичний апарат теорії імовірностей. Закон розподілу визначають на підставі апріорної інформації або у процесі обробки статистичної інформації. В цьому випадку для прийнятого чи визначеного розподілу знаходять параметри, а потім за ними оцінки показників надійності. Похибки розрахунків істотно зменшуються, тому даний метод при порівняно великій кількості статистичних даних має перевагу.

Застосування непараметричних методів виправдане тоді, коли немає достовірної попередньої інформації про закон розподілу випадкових величин і він не може бути виявлений через малий об'єм вибірки. При цьому, неправильний вибір виду розподілу може призвести до більш грубих помилок в оцінках показників, ніж за непараметричним методом.

Розглядаючи надійність об'єкта, ми не можемо оцінити цю властивість однозначно і конкретно яким-небудь одним показником, бо надійність будь-якого об'єкта – властивість комплексна і характеризується безвідмовністю, довговічністю, ремонтпридатністю та збережуваністю. Кожна з цих властивостей оцінюється низкою одиничних і комплексних показників надійності. Оцінка деяких з них залежить від обраного плану спостережень (випробувань).

Передбачено основні типи планів, які умовно записують так:

$$[NUN], [NUT], [NUR], [NU(T, r)], [NRT], [NRr], \\ [NR(T, r)], [NMT], [NMr], [NMT_{\Sigma}], [NM(r, T_{\Sigma})],$$

де N – кількість виробів, встановлених під спостереження;

U – плани, за яких спостереження (випробування) ведуть до першої відмови (вироби, що відмовили, не замінюють на нові);

T – встановлене напрацювання чи календарна тривалість випробувань (спостережень);

r – кількість відмов або граничних станів, до виникнення яких ведуть випробування (спостереження);

R – плани, за яких випробування ведуть до першої відмови, вироби, що відмовили, замінюють на нові;

M – плани, за яких випробовують об'єкти, які випробовуються, після кожної відмови об'єкт відновлюють;

T_{Σ} – наперед задане сумарне напрацювання або час випробування за всіма об'єктами.

Плани спостережень трактують так:

$[NUN]$ – під спостереження (випробування) поставлено N виробів; вироби, що відмовили, не відновлюються і не замінюються на нові; спостереження ведуть до виникнення відмов усіх виробів; Літера N , що стоїть у кінці шифру плану $[NUN]$ позначає, що спостереження ведеться до виникнення відмов або граничних станів усіх, встановлених під спостереження виробів ($N = r$);

$[NUT]$ – під спостереження поставлено N виробів, вироби, що відмовили, не відновлюються і не замінюються новими, спостереження ведуть до наперед заданого часу T ;

$[NUr]$ – під спостереження (випробування) поставлено N виробів, вироби, що відмовили, не відновлюються і не замінюються на нові, випробування ведуть до наперед заданої сумарної кількості відмов r ;

$[NRT]$ – під спостереження поставлено N виробів, вироби, що відмовили, замінюють на нові, спостереження ведуть до наперед заданого часу T ;

$[NMT]$ – план випробувань, згідно з яким випробовують одночасно N об'єктів, після кожної відмови об'єкт відновлюють, кожний об'єкт випробовують до закінчення часу випробування або напрацювання T ;

$[NMT_{\Sigma}]$ – план випробувань, згідно з яким одночасно випробовують N об'єктів, після кожної відмови об'єкт відновлюють, випробування припиняють у разі закінчення сумарного по всіх об'єктах часу випробування або напрацювання T_{Σ} .

При планах типів $[NU(T, r)]$ та $[NR(T, r)]$ випробування припиняють, коли кількість відмов, сумарна за всіма позиціями, досягла r або після проходження сумарного за всіма об'єктами часу випробування (напрацювання) T залежно від того, яка з цих умов виконана раніше.

При плані $[NM(r, T_{\Sigma})]$ випробування припиняють, коли сумарна за всіма об'єктами кількість відмов досягла r або з проходженням

сумарного за всіма об'єктами часу випробування (напрацювання) T_{Σ} залежно від того, яка з цих умов виконана раніше.

При планах $[NUN]$, $[NUT]$, $[NUR]$ вироби, що відмовили, можуть ремонтуватися, але дані про відмови їх після ремонту виключаються з подальшого розгляду.

Плани спостережень вибирає головна організація залежно від типу виробів, умов їх експлуатації, з урахуванням економічної доцільності та технічної потреби.

Рекомендації щодо застосування планів спостережень наведено у табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Рекомендації щодо застосування планів спостережень

План спостережень (шифр)	Показники надійності	Розподіл випадкової величини
$[NUN]$	Середнє напрацювання до відмови, середній ресурс, середній термін служби, гамма-відсотковий ресурс, імовірність безвідмовної роботи	Нормальний, експоненціальний, Вейбула, логарифмічно-нормальний
$[NUR]$	Гамма-відсотковий ресурс, гамма-відсотковий термін служби, імовірність безвідмовної роботи	Невідомий
$[NUT]$	Середнє напрацювання до відмови, середній ресурс, середній термін служби	Вейбула, експоненціальний, нормальний
$[NRT]$ $[NRr]$	Середнє напрацювання до відмови	Експоненціальний
$[NMr]$	Середнє напрацювання на відмову	Експоненціальний
$[NMT]$	Коефіцієнт готовності, середнє напрацювання на відмову	Невідомий, експоненціальний

7. ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ

7.1. Одиничні показники

Одиничні показники відображають яку-небудь одну властивість машини. До них належать показники безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності та збереженості. Ці показники регламентуються ГОСТ 27.002-89 і ДСТУ 2860-94. Методи розрахунку показників надійності загалом наведені в ДСТУ 2862-94. Розрахунок показників надійності за відомими функціями розподілу напрацювання до відмови (ресурсу, терміну служби, терміну збереженості та тривалості відновлення) рекомендується проводити за формулами, які містить табл.7.1.

Математична та фізична суть більшості цих показників докладніше описана в розділі 2, тому при викладені цього матеріалу обмежимося лише переліком уже розглянутих показників з деякими можливими повторами роз'яснень та трактувань, керуючись при цьому мінімальною необхідністю при доволі широкому діапазоні їх призначень для практичного застосування.

Показники безвідмовності. В теорії надійності розглядається безвідмовність невідновлюваних і відновлюваних об'єктів.

Безвідмовність невідновлюваних об'єктів оцінюється такими показниками надійності: ймовірністю безвідмовної роботи, ймовірністю відмови, середнім напрацюванням до відмови, інтенсивністю відмов і гамма-процентним напрацюванням до відмови.

1. *Ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$* – це ймовірність того, що в межах заданого напрацювання об'єкта відмова не виникає і визначає для кожного моменту часу t ймовірність події $T > t$, яка полягає в тому, що час T роботи об'єкта до першої відмови приймає значення більше t , тобто:

$$P(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t).$$

Ймовірність безвідмовної роботи має певний сенс лише тоді, коли вона поставлена відповідно до заданого неперервного напрацювання T , протягом якого можливе виникнення відмови.

На практиці, для визначення емпіричної ймовірності безвідмовної роботи об'єкта, користуються статистичною інформацією:

$$P^*(t_3) = \frac{N(t_3)}{N(0)} = \frac{N(0) - n(t_3)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t_3)}{N(0)},$$

де $N(0)$ – кількість працездатних об'єктів у момент часу $t=0$; $N(t_3)$ – кількість працездатних об'єктів до моменту заданого часу t_3 ; $n(t_3)$ – кількість об'єктів, які відмовили до моменту часу t_3 .

2. *Ймовірність відмови об'єкта* $Q(t)$ – це функція ($Q(t) = F(t)$) що визначає для кожного значення часу t ймовірність події $T < t$, яка полягає в тому, що час T роботи до відмови прийме значення, менше t , тобто $Q(t) = P(T < t)$. Функція $P(T < t)$ є інтегральною функцією розподілу ймовірностей часу роботи об'єкта до відмови, що визначає ймовірність виникнення відмови в інтервалі часу t .

Ймовірність відмови $Q(t)$ може бути визначена за статистичною інформацією такою залежністю

$$Q(t) = F^*(t) = \frac{n(t)}{N(0)} = \frac{n(0) - N(t)}{N(0)} = 1 - \frac{N(t)}{N(0)} = 1 - P^*(t),$$

де $n(t)$ – число об'єктів, які відмовили за час t ; $N(t)$ – число працездатних об'єктів до моменту часу t ; $N(0)$ – число об'єктів на початку випробувань, в момент часу $t = 0$; $P^*(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи, яка визначена за статистичною інформацією.

Іноді зручно користуватися ймовірністю відмов об'єкта $Q(t)$, використовуючи умову, що сума ймовірностей протилежних подій дорівнює одиниці

$$P(t) + Q(t) = 1.$$

Тоді

$$Q(t) = 1 - P(t).$$

3. *Середнє напрацювання до відмови* – це математичне сподівання напрацювання об'єкта до першої відмови, яке за теорією ймовірності визначається залежністю

$$T_{\text{п\ddot{a}д}} = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

За статистичною інформацією цей показник визначається за співвідношенням

$$T_{\text{наб}}^* = \sum_{i=1}^k t_i \Delta F(t_i) = \sum_{i=1}^k t_i f(t_i) \Delta t_i = \sum_{i=1}^k P(t_i) \Delta t_i,$$

де $\Delta F(t_i) = F(t_{i+1}) - F(t_i)$; $f(t_i) = n(t_i)/N(0)$; $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$; t_i – тривалість безвідмовної роботи i -го об'єкта; k – загальна кількість розглянутих інтервалів.

Середнє напрацювання до відмови визначається відношенням сумарного напрацювання до відмови об'єктів, що спостерігаються, до кількості відмов цих об'єктів. На підставі цього визначення знайдено середні напрацювання об'єктів для різних планів спостережень.

При плані спостережень $[NUN]$ середнє напрацювання до відмови визначається залежністю:

$$T_{\text{наб}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i,$$

де N – кількість об'єктів, що спостерігаються; t_i – напрацювання до відмови i -го об'єкта.

Для деяких планів спостережень пропонуються використовувати наступні вирази. При плані спостережень $[NUT]$ середнє напрацювання до відмови має вигляд:

$$T_{\text{наб}} = \frac{\sum_{i=1}^{r(T)} t_i + (N - r(T))T}{r(T)}, \quad (7.1)$$

де T – час спостереження; $r(T)$ – кількість об'єктів, що відмовили за час T .

При плані спостережень $[NUR]$:

$$T_{\text{наб}} = \frac{\sum_{i=1}^r t_i + (N - r)t_r}{r}, \quad (7.2)$$

де r – призначена кількість відмов, що обмежують спостереження; t_r – час виникнення r -ї відмови об'єкта.

Якщо час відновлення об'єктів малий і ним можна знехтувати, то для планів $[NRT]$ і $[NRr]$ середнє напрацювання до відмови може бути визначено за формулами:

$$T_{\text{над}} = \frac{NT}{r(T)}; T_{\text{ср}} = \frac{Nt_r}{r}. \quad (7.3)$$

4. *Інтенсивність відмови* – це функція $\lambda(t)$, що визначає ймовірність появи відмови в одиницю часу в момент t за умови, що відмова не з'явилась до моменту t . Формули для визначення інтенсивності відмов, згідно з теорією ймовірності та за статистичною інформацією, були наведені раніше.

5. *Гамма-процентне напрацювання до відмови* – це напрацювання, протягом якого відмова об'єкта не виникає з ймовірністю γ , вираженою в процентах. Гамма-процентне напрацювання до відмови $T_{\dot{\lambda}\gamma}$ визначають графічно (див. рис. 2.9) за графіком функції $P(t)$ з умови $P(t_\gamma) = \gamma/100$.

Безвідмовність відновлюваних об'єктів оцінюється параметром потоку відмов і напрацюванням на відмову.

При експлуатації відновлюваних об'єктів у початковий момент часу об'єкт працює без відмови, а після відмови відбувається його відновлення і він знову працює до відмови. Так продовжується до настання граничного стану. Моменти відмов, без

урахування часу відновлення, на часовій осі утворюють потік відмов. Він оцінюється параметром потоку відмов.

6. *Параметр потоку відмов* – це відношення математичного сподівання кількості відмов відновлюваного об'єкта за досить мале його напрацювання до його значення.

Як характеристику потоку відмов використовують провідну його функцію, яка визначається математичним сподіванням

Формули для розрахунку показників надійності за деякими законами розподілу

Закон розподілу з густиною $f(t)$	Середній показник (T_{CP}, T_P, T_C, T_B)	Гамма-відсотковий показник $(T_\gamma, T_{P\gamma}, T_{C\gamma}, T_{C\gamma})$	Імовірність безвідмовної роботи $P(t)$	Інтенсивність відмов $\lambda(t)$
Експоненціальний: $\lambda e^{-\lambda t}$ λ –параметр масштабу розподілу; $\lambda > 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda} \left(-\ln \frac{\gamma}{100} \right)$	$e^{-\lambda t}$	λ
Нормальний закон: $\frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\alpha)^2}{2\delta^2}\right]$ a – параметр масштабу; σ – параметр форми; $a > 0; \sigma > 0;$	α	$0.5 = 0.5\Phi\left(\frac{t_y - a}{\sigma}\right) = \frac{\gamma}{100}$	$0.5 - \Phi\left(\frac{t - \alpha}{\delta}\right)$	$\frac{\exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\delta^2}\right]}{\delta\sqrt{2\pi}\left[0.5 - \Phi\left(\frac{t-a}{\delta}\right)\right]}$

Закінчення табл. 7.1

Закон розподілу з густиною $f(t)$	Середній показник (T_{CP}, T_P, T_C, T_B)	Гамма-відсотковий показник ($T_\gamma, T_{P\gamma}, T_{C\lambda\gamma}, T_{C\gamma}$)	Імовірність безвідмовної роботи $P(t)$	Інтенсивність відмов $\lambda(t)$
<p>Логарифмічно-нормальний:</p> $\frac{\exp\left[-\frac{(\ln t - a)^2}{2\sigma^2}\right]}{\sigma \cdot t \sqrt{2\pi}}$ <p>a – параметр масштабу; σ – параметр форми; $a > 0; \sigma > 0;$</p>	$\exp\left(a + \frac{\sigma^2}{2}\right)$	$\exp\left[a\left(1 - u_\gamma \frac{\sigma}{a}\right)\right]$	$\Phi\left(\frac{a - \ln t}{\sigma}\right)$	$\frac{\exp\left[-\frac{(\ln t - a)^2}{2\sigma^2}\right]}{\sigma t \sqrt{2\pi} \Phi\left(\frac{a - \ln t}{\sigma}\right)}$
<p>Вейбула:</p> $\frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right]$ <p>a – параметр масштабу; b – параметр форми; $a > 0; b > 0;$</p>	$a\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$	$a\left(-\ln \frac{\gamma}{100}\right)^{1/b}$	$\exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right]$	$\frac{b}{a^b} t^{b-1}$

Примітка 1. U_γ – квантиль нормованого нормального розподілу рівня γ .

Примітка 2. $\Phi(\dots)$ – нормальний розподіл.

Примітка 3. $\Gamma(\dots)$ – гамма-функція.

Примітка 4. $\chi(1 - \gamma/100; v)$ – визначають з розв'язку рівняння: $\Phi\left(\frac{\chi - 1}{v\sqrt{\chi}}\right) + e^{2/v^2} \Phi\left(-\frac{\chi + 1}{v\sqrt{\chi}}\right) = 1 - \gamma/100$.

Примітка 5. Значення функцій $\Phi(\dots)$ наведено у дод.1.

кількості відмов за час t :

$$\Omega(t) = M[r(t)], \quad (7.4)$$

де $r(t)$ – кількість відмов за час t .

Інтенсивність потоку відмов називається параметром потоку відмов і позначається $\omega(t)$. Ця функція є похідною за часом від функції $\Omega(t)$, тобто:

$$\omega(t) = \frac{d\Omega(t)}{dt}. \quad (7.5)$$

Параметр потоку відмов за статистичною інформацією визначається як відношення кількості об'єктів, що відмовили в одиницю часу до кількості об'єктів, що спостерігаються, при їхньому миттєвому відновленні:

$$\omega^*(t) = \frac{\sum_{i=1}^N r_i(t + \Delta t) - \sum_{i=1}^N r_i(t)}{N\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^N r_i(\Delta t)}{N\Delta t}, \quad (7.6)$$

де N – кількість об'єктів, що спостерігаються; Δt – інтервал часу; $r_i(t)$ – кількість відмов кожного об'єкта до напрацювання t ; $r_i(t + \Delta t)$ – кількість відмов кожного об'єкта до напрацювання $t + \Delta t$.

Зміна параметра потоку відмов за час експлуатації будь-якої машини характеризується трьома періодами (рис. 7.1). Період припрацювання $0-t_1$ на початку експлуатації характеризується підвищеними значеннями параметра потоку відмов за рахунок технологічних та експлуатаційних причин. Потік відмов на цій ділянці роботи машини має змінний характер. Період нормальної експлуатації машини t_1-t_2 характеризується приблизно постійним значенням параметра потоку відмов за незмінних умов експлуатації. Цей період роботи машини – найбільш тривалий і є основним періодом експлуатації. В цей період виникають як раптові, так і поступові відмови.

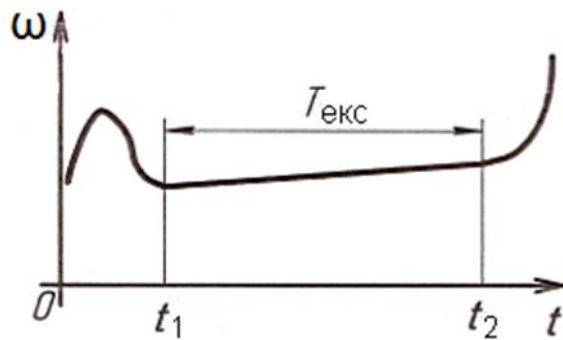


Рис. 7.1. Параметр потоку відмов в різні періоди експлуатації машини

Раптові відмови виникають через приховані дефекти, які не можуть бути виявлені існуючими методами контролю. Моменти їх виникнення не залежать від тривалості роботи машини і тому вони непрогнозовані. Раптові відмови дають постійне значення параметра потоку відмови протягом всього періоду. Поступові відмови виникають в елементах машини, ресурс яких значно менший за ресурс базових елементів, що визначають довговічність машини в цілому. У період $T_{\text{екс}}$ нормальної експлуатації на відрізку часу t_1-t_2 потік відмов є стаціонарним, незалежно від виду розподілення ресурсу окремих елементів і залежить від їх профілактичної заміни. Період старіння та зношування з моменту часу t_2 характеризується монотонним зростанням параметра потоку відмов. У цей період значну роль відіграють поступові відмови елементів, які викликані старінням матеріалів, накопиченням втомних дефектів і зносом. У цей період машини піддають капітальному ремонту або знімають з експлуатації.

7. *Середнє напрацювання на відмову* – це відношення напрацювання відновлюваного об'єкта до математичного сподівання протягом кількості його відмов

$$T_{\text{Вср}} = \frac{\Delta t}{M[r(t, t + \Delta t)]}. \quad (7.7)$$

Середнє напрацювання на відмову, за статистичною інформацією, визначається відношенням сумарного напрацювання відновлюваних об'єктів до сумарної кількості відмов протягом цього напрацювання:

$$T_{\text{Вср}}^* = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{\sum_{i=1}^N r_i}, \quad (7.8)$$

де t_i – напрацювання на відмову i -го об'єкта; r_i – кількість відмов i -го об'єкта; N – кількість об'єктів, що спостерігаються.

Показники довговічності машин та їхніх елементів дають змогу розробляти заходи з технічного обслуговування та ремонтів усіх видів, а також розраховувати потреби в запасних частинах. Відповідно до ДСТУ 2862-94 передбачено такі показники довговічності: призначений ресурс, призначений строк служби, середній ресурс, середній строк служби, гамма-процентний ресурс, гамма-процентний строк служби.

1. *Призначений ресурс* – це сумарне напрацювання, у разі досягнення якого експлуатація об'єкта має бути припинена незалежно від його технічного стану.

2. *Призначений строк служби* – це календарна тривалість експлуатації, у разі досягнення якої експлуатація об'єкта має бути припинена незалежно від його стану.

3. *Середній ресурс* – це математичне сподівання напрацювання об'єкта до настання граничного стану. Розрізняють середній ресурс до того чи іншого ремонту, середній ресурс між ремонтами та середній ресурс до списання.

За статистичною інформацією середній ресурс визначається як середнє арифметичне ресурсів групи об'єктів

$$T_{\text{Рср}}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{Pi},$$

де $T_{\text{Рср}}^*$ – ресурс i -го об'єкта до повного спрацювання; N – кількість об'єктів, для яких визначається середній ресурс.

4. *Гамма-процентний ресурс* $T_{P\gamma}$ – це напрацювання, протягом якого об'єкт не досягає граничного стану із заданою ймовірністю γ , вираженою в процентах. Ймовірність забезпечення ресурсу $T_{P\gamma}$ визначається залежністю:

$$P(T_{P\gamma}) = \gamma/100.$$

Визначення гамма-процентного ресурсу за кривою ймовірності не вичерпання ресурсу показано на рис. 7.2.

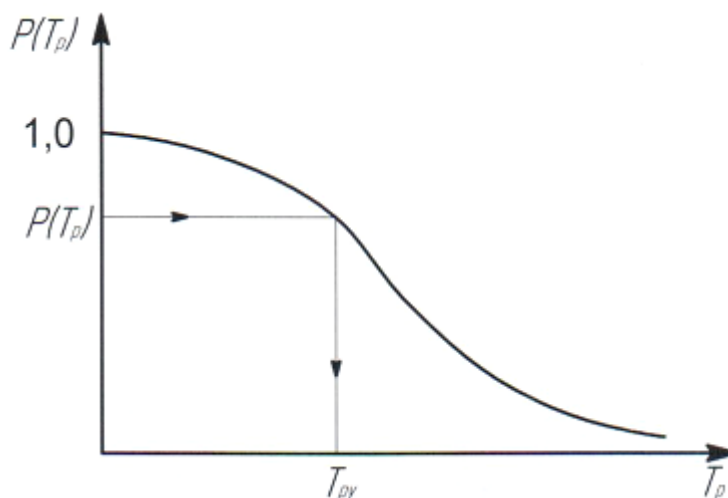


Рис. 7.2. Визначення значення гамма-процентного ресурсу $T_{p\gamma}$ за графіком функції $P(T_p)$

На рис. 7.2 позначено: T_p – напрацювання об'єкта до граничного стану, а $P(T_p)$ – ймовірність забезпечення цього ресурсу.

Встановлення гамма-процентного ресурсу гарантує придатність об'єкта для застосування його за призначенням протягом зазначеного сумарного напрацювання. Вибір гамма-процентного ресурсу залежить від виду об'єкта та його техніко-економічних характеристик, найважливіші з яких пов'язані з аналізом наслідків відмови.

5. *Гамма-процентний строк служби* – це календарна тривалість експлуатації, протягом якої об'єкт не досягає граничного стану з ймовірністю γ , вираженою в процентах. Визначається аналогічно гамма-процентному ресурсу.

6. *Середній строк служби* – це математичне сподівання строку служби об'єкта до настання граничного стану.

За статистичною інформацією середній строк служби визначається залежністю:

$$T_{\text{ср. над}}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{\text{ср. } i}$$

де $T_{\text{Сл},i}$ – строк служби i -го об'єкта до повного спрацьовування.

Показники ремонтпридатності. Надійність машин значною мірою залежить від їхньої пристосованості до ремонту та технічного обслуговування. Ця пристосованість визначається терміном "ремонтпридатність". Ремонтпридатність характеризується такими показниками: середнім часом відновлення, гамма-процентним часом відновлення, ймовірністю відновлення, інтенсивністю відновлення та середньою трудомісткістю відновлення.

1. *Середній час відновлення* – це математичне сподівання часу відновлення працездатного стану об'єкта після відмови. Ця величина суттєво залежить від конструкції об'єкта, а також умов і засобів для його відновлення.

Середній час відновлення визначають як середню величину за теорією ймовірності:

$$T_{\text{Вс\`ар}} = \int_0^{\infty} t f_{\text{В}}(t) dt \quad (7.9)$$

або за статистичною інформацією:

$$T_{\text{Вс\`ар}}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{\text{В}i}, \quad (7.10)$$

де t – час; $f_{\text{В}}$ – функція густини часу відновлення; N – кількість об'єктів, що відновлюються; $t_{\text{В}i}$ – тривалість відновлення i -го об'єкта.

2. *Гамма-процентний час відновлення* – це час, протягом якого відновлення працездатного стану об'єкта буде здійснено із заданою ймовірністю γ , вираженою у процентах. Цей показник визначається аналогічно гамма-процентному ресурсу.

3. *Ймовірність відновлення* – це ймовірність того, що час відновлення працездатного стану об'єкта не перевищує надане значення.

Час відновлення $t_{\text{В}}$ включає в себе час, що витрачається на пошук причин відмови, а також на усунення наслідків відмови.

Ймовірність відновлення за теорією ймовірності та статистичною інформацією визначається за залежностями:

$$P(t_{\text{В}}) = P(t_{\text{В}} \leq T_{\text{В}}); \quad (7.11)$$

$$P^*(t_B) = \frac{N(T_B)}{r(0)}, \quad (7.12)$$

де T_B – заданий (нормативний) час відновлення; $r(0)$ – кількість непрацездатних об'єктів на момент часу $t=0$; $N(T_B)$ – кількість відновлених (працездатних) об'єктів на момент часу $t = T_B$.

4. *Інтенсивність відновлення* – це щільність ймовірності відновлення працездатного стану об'єкта, яка за теорією ймовірності та статистичною інформацією визначається за залежностями:

$$\lambda(t_B) = \frac{f(t_B)}{P(t_B)}; \quad (7.13)$$

$$\lambda^*(t_B) = \frac{N(T_B)}{r(0)T_B}. \quad (7.13)$$

5. *Середня трудомісткість відновлення* (ремонту даного виду, технічного обслуговування) – це математичне сподівання трудомісткості відновлення об'єкта після відмови, яка може бути визначена як методами теорії ймовірності, так і за статистичною інформацією за формулами, аналогічними для середнього часу відновлення, в яких він замінюється на трудомісткість відновлення.

Показники зберігання оцінюють здатність об'єкта протидіяти негативному впливу умов зберігання та транспортування на показники безвідмовності, довговічності та ремонтпридатності, які були у об'єкта до початку його зберігання чи транспортування. Збереженість об'єкта може бути оцінена середнім гамма-процентним строком зберігання, а також назначеним строком зберігання.

1. *Гамма-процентний строк зберігання* – це календарна тривалість зберігання чи транспортування, протягом та після яких показники безвідмовності, довговічності та ремонтпридатності об'єкта не вийдуть за встановлені межі з імовірністю γ , вираженою у процентах.

2. *Середній строк зберігання* – це математичне сподівання строку збереженості об'єкта.

3. *Назначений строк зберігання* – це календарна тривалість зберігання в заданих умовах, після закінчення якої застосування об'єкта за призначенням не допускається, незалежно від його технічного стану.

7.2. Комплексні показники

Комплексні показники відображають одночасно декілька властивостей надійності об'єкта. До цих показників належать: коефіцієнт готовності, коефіцієнт технічного використання, коефіцієнт оперативної готовності та ін. Розглянемо деякі з цих показників надійності об'єктів.

1. *Коефіцієнт готовності* – це ймовірність того, що об'єкт виявляється працездатним у довільний момент часу, крім запланованих періодів, протягом яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається. Коефіцієнт готовності оцінює властивості безвідмовності та ремонтпридатності на певному інтервалі експлуатації об'єкта.

Статистичне середнє значення коефіцієнта готовності об'єкта за певний інтервал визначається за залежністю:

$$K_{\Gamma} = \frac{\sum_{i=1}^N T_i}{\sum_{i=1}^N T_i + \sum_{i=1}^N T_{\epsilon i}}, \quad (7.13)$$

де $\sum_{i=1}^N \dot{O}_i$ сумарне напрацювання i -го об'єкта в заданому інтервалі експлуатації; $\sum_{i=1}^N \dot{O}_{\epsilon i}$ – сумарна оперативна тривалість відновлення працездатності i -го об'єкта в тому ж інтервалі експлуатації; N – кількість об'єктів, для яких визначається коефіцієнт готовності.

2. *Коефіцієнт технічного використання* – це відношення математичного сподівання напрацювання об'єкта за певний період експлуатації до суми математичних сподівань напрацювання, тривалості технічних обслуговувань, планових ремонтів і відновлень за той же період експлуатації (наприклад, для міжремонтного циклу):

$$K_{\Gamma.B} = \frac{T_{\text{рсер}}}{T_{\text{рсер}} + \sum T_{\text{ТО}} + \sum T_P + \sum T_B}. \quad (7.14)$$

де:

$T_{\text{оп}} -$ математичне сподівання напрацювання об'єкта за певний період експлуатації;

$\sum T_{\text{ТО}}$ - сумарна тривалість технічних обслуговувань за той же період експлуатації;

$\sum T_{\text{Р}}$ - сумарна тривалість планових ремонтів за той же період експлуатації;

$\sum T_{\text{В}}$ - сумарна тривалість відновлень за той же період експлуатації.

3. *Коефіцієнт оперативної готовності* – це ймовірність того, що об'єкт виявиться працездатним у довільний момент часу, крім запланованих періодів на технічне обслуговування та ремонти:

$$K_{\text{ОГ}} = K_{\Gamma} P(t_0; t_1), \quad (7.15)$$

де t_0 – момент часу, з якого виникає необхідність застосування об'єкта за призначенням; t_1 – момент часу, коли застосування об'єкта за призначенням закінчується; $P(t_0; t_1)$ – імовірність безвідмовної роботи об'єкта на інтервалі часу $(t_0; t_1)$.

Значення $K_{\text{ОГ}}$ розраховують на базі періоду очікування роботи перед t_0 , коли виникає потреба в об'єкті.

8. ПЕРВИННА ОБРОБКА СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

8.1. Загальні положення

Розглянутий у навчальному посібнику порядок обробки й аналіз інформації поширюється як на постійні, так і на періодичні спостереження. Необхідний обсяг обробки й аналізу в кожному конкретному випадку визначається встановленим технічним завданням на проведення робіт.

Періодичність проведення обробки й аналізу встановлюється робочими методиками, але не рідше, ніж один раз на півроку, а при періодичних спостереженнях – щорічно. Методика обробки інформації істотно залежить від виду статистичної вибірки.

Вихідні дані, які підлягають статистичній обробці, являють собою повну чи скорочену вибірку. Експлуатаційні спостереження, за яких машини доводять до граничного стану (при оцінці безвідмовності – до відмови, при оцінці довговічності – до втрати ресурсу), називають *завершеними*, а вибірку – *повною*. Таким чином, у повну вибірку входять лише дані про напрацювання виробів до *граничного стану*. Прикладом повної вибірки є вихідні дані з визначення показників безвідмовності та довговічності.

Спостереження, за яких не всі машини доводять до граничного стану, називають *незавершеними* чи *скороченими*, а результати їх утворюють скорочену вибірку.

Загалом результати незавершених спостережень являють собою вибірку з N значень, в яких міститься r значень напрацювань машин до граничного стану (втраченого ресурсу чи до відмови) і $(N(o)-r(l))$ значень напрацювань машин, що залишилися працездатними.

Якщо при незавершених спостереженнях напрацювання всіх машин, що залишилися працездатними, перевищують найбільше значення напрацювань машин, що досягли граничного стану, то вибірку називають *однократно-скороченою*. Якщо напрацювання на момент припинення випробувань при спостереженні мають значення як більші, так і менші, ніж у об'єктів, які досягли граничного стану, то вибірку називають *багатократно-скороченою*. У такій вибірці напрацювання

виробів, що досягли граничного стану, і припинення напрацювання чергуються в довільному порядку.

Далі йтиметься лише про повні вибірки. Огляд методів обробки статистичної інформації, що являють собою скорочені вибірки, досить докладно викладено в роботі [1].

Результати спостережень за надійністю машин та їх елементів у тому вигляді, в якому їх отримали за даними експлуатуючих організацій, являють собою масив або ряд неупорядкованих чисел. На першому етапі одержані дані слід розмістити в порядку збільшення числових значень показників, тобто скласти так званий варіаційний ряд. Якщо виникає необхідність поєднати декілька вибірок, зібраних у різних експлуатаційних організаціях, перевіряють однорідність результатів спостережень за одним із відомих методів: за допомогою критерію згоди, критерію χ^2 (Пірсона) або критерію Андерсена. Останній метод є найсприйнятливішим. Якщо встановлено, що інформація однорідна, можна почати її обробку.

Обробку інформації слід виконувати у такій *послідовності*:

- підготувати інформацію до статистичної обробки;
- перевірити однорідність результатів спостережень;
- побудувати інтегральний статистичний ряд інформації;
- визначити числові характеристики емпіричного розподілу;
- перевірити інформацію на випадючі точки;
- побудувати гістограму, графіки $P(t)$, інтегральної $F(t)$ та диференціальної $f(t)$ емпіричних функцій розподілу;
- вибрати найбільш прийнятний теоретичний закон розподілу для вирівнювання дослідної інформації;
- визначити значення параметрів закону розподілу;
- апроксимувати (вирівняти) емпіричну криву розподілу;
- перевірити емпіричний і теоретичний розподіл за критерієм згоди;
- визначити довірчі межі розсіювання одиночних і середніх значень показника надійності;
- провести аналіз отриманих результатів.

8.2. Попередня підготовка інформації до обробки

Низька вірогідність вихідних даних, що є основним недоліком інформації, може призвести до грубих помилок при кількісній оцінці надійності. Тому перед статистичною обробкою інформації потрібно провести її попередню обробку та інженерний аналіз. Ретельна підготовка інформації про надійність, як обов'язковий етап, має принципове значення для вірогідних кількісних оцінок. Тому попередню обробку повинні виконувати найбільш кваліфіковані спеціалісти. Без такої підготовки навіть найдосконаліший математичний апарат не забезпечить якості оцінки надійності машин.

Попередня обробка інформації має такі етапи: контроль первинної документації, класифікація відмов і формування масивів інформації для статистичної обробки. *На етапі контролю* первинної документації перевіряють повноту та вірогідність відомостей, зафіксованих у формах обліку та накопичувачів. При цьому проводять контроль даних, що особливо відрізняються, і які отримані в результаті помилок спостереження або в умовах грубих порушень правил експлуатації. Їх треба беззастережно вилучати.

У процесі підготовки інформації зібрані статистичні дані *класифікують за різними ознаками* залежно від розв'язуваних завдань. Наприклад, для виявлення елементів, що лімітують надійність машини і для оперативної розробки заходів щодо її підвищення потрібна класифікація за місцем виникнення та причинами відмов. Повинні бути виявлені відмови, причому досить чисельні, що не мають відношення до властивостей надійності внаслідок використання машин не за призначенням, у певних екстремальних умовах функціонування. Потім відмови поділяють на групи залежно від необхідності обліку їх у разі визначення характеристики довговічності, безвідмовності та ремонтпридатності. Така класифікація дає змогу чітко виділяти масиви інформації, які потребують статистичної обробки при визначенні показників надійності.

Заключний етап попередньої обробки – *формування інформаційних масивів (вибірок)* для проведення статистичної обробки.

У процесі формування масивів для визначення показників надійності враховують відмови, викликані процесами втомленості та природного спрацювання, конструкційні та виробничі (технологічні) відмови.

Виробничі та конструкційні відмови, які після проведених доробок не повторюються протягом спостережуваного періоду, не враховуються. Експлуатаційні відмови, виникнення яких пов'язане з неякісними ремонтами, обробляють окремо для пропозицій з усунення їх в експлуатаційних або ремонтних господарствах.

У масивах вихідних даних досить часто трапляються «сумнівні» значення, які різко виділяються серед останніх. Тому підготовка інформації включає відсіювання інформації, так звану «чистку», перевірку однорідності інформації та її класифікацію.

Якщо відомо, що деякі значення отримані в результаті можливої помилки спостережень, то їх треба відкинути. Також не слід враховувати дані про відмови, що відбулися через порушення вимог інструкції з експлуатації машин.

У процесі обробки інформації доводиться поєднувати дані, що зафіксовані в різний час із різних джерел. Під час підготовки такої інформації має бути *перевірена однорідність умов і режимів експлуатації* машин. Дані, що отримали в істотно різних умовах, не можна поєднувати та обробляти сумісно, а дані, що дістали приблизно в однакових умовах, після якісного аналізу однорідності можна оцінити кількісно.

Попередня підготовка інформації виконується висококваліфікованими фахівцями.

8.3. Перевірка однорідності спостережень

Для перевірки однорідності статистичних даних і можливості спільної обробки їх існує багато методів, які ґрунтуються на різних принципах.

Після того, як визначена мінімальна кількість необхідних даних, треба розв'язати питання, які саме дані мають бути вміщені в склад

вибірки. Завдання полягає в тому, щоб із загальної кількості виробів виділити потрібну кількість машин, близьких між собою за напрацюванням, технічним станом та умовами експлуатації. Це потрібно для забезпечення однорідності результатів спостереження.

Якщо за машинами спостерігають з початку їх експлуатації, завдання забезпечення однорідності спрощується та зводиться до підбору машин, які використовуються в одних експлуатаційних умовах. В іншому випадку завдання ускладнюється, бо воно стає багатофакторним і треба враховувати вплив кожного фактора за допомогою методу множинної кореляції та ін.

Загалом завдання перевірки однорідності спостережень зводиться до порівняння результатів спостереження двох серій:

$$l_1; l_2; l_3; l_N \text{ та} \\ l''_1; l''_2; l''_3; l''_N$$

Кожна із серій надає безперервний розподіл випадкової величини, відповідно, $F(l_1)$ і $F(l_2)$. Потрібно з'ясувати, чи можна вважати, що

$$F(l_1) = F(l_2).$$

Тут і далі випадкові значення досліджуваних величин і показників надійності як загалом, так і під час розгляду конкретних прикладів позначатимемо через $l(L)$ або $t(T)$, бо коли йдеться про машини та методи визначення їх показників надійності, перш за все ми маємо на увазі будівельні машини (автокрани, екскаватори, бульдозери та, в тому числі, на автошасі), напрацювання яких визначається в кілометрах пробігу чи мотогодинах роботи.

Одним з найвірогідніших критеріїв оцінки однорідності спостережень є критерій Андерсена. Основною перевагою цього критерію є те, що висновок про справедливість висунутої гіпотези роблять на підставі результатів аналізу всієї сукупності випадкових величин із урахуванням кожного окремого значення. Ця методика описана у спеціальній літературі.

Контрольні запитання

1. Поясніть терміни: справний і несправний стан; працездатний і непрацездатний стан машини, відмова й граничний стан.
2. Наведіть загальну класифікацію відмов.
3. Поясніть терміни: поступові відмови, раптові відмови.
4. Поясніть причини поступових та раптових відмов.
5. Що таке: подія, вірогідна подія, неможлива подія, сумісні й несумісні події, рівноможливі події?
6. Поясніть терміни: випадкова подія, дискретна величина, неперервна величина
7. Що таке частота, частість, гістограма, полігон розподілу?
8. Поясніть основні теореми теорії ймовірностей.
9. Що таке закон розподілу, ряд розподілу?
10. Що таке інтегральний і диференційний закон розподілу, щільність розподілу і зв'язок між розподілами?
11. Що таке дисперсія, середньоквадратичне відхилення і коефіцієнт варіації.
12. Як і для чого використовують коефіцієнти асиметрії та ексцесу?
13. Поясніть аналітично і графічно нормальний і логарифмічно-нормальний закони розподілу.
14. Поясніть аналітично і графічно експоненціальний закон і закон Вейбулла.
15. Як оцінюються параметри нормального і логарифмічно-нормального законів розподілу?
16. Як оцінюються параметри експоненціального закону і закону Вейбулла?
17. Що таке надійність?
18. Назвіть чотири основні властивості надійності і поясніть їх.
19. Якими показниками характеризуються властивості надійності.
20. Поясніть терміни: ремонтний і неремонтний об'єкт, відновлюваний і невідновлюваний об'єкт.
21. Що таке ресурс і термін служби?
22. Поясніть терміни: безвідмовність, довговічність; ремонтпридатність; збережуваність.
23. Що таке одиничні і комплексні показники надійності?
24. Що таке параметричний і непараметричний методи оцінки показників надійності
25. Якими властивостями і показниками оцінюються неремонтні і ремонтні об'єкти?
26. Назвіть показники безвідмовності і дайте визначення.

27. Поясніть аналітично фізичну сутність показників: ймовірність безвідмовної роботи, ймовірність відмови.
28. Поясніть аналітично фізичну сутність показників: інтенсивність відмови, інтенсивність відновлення.
29. Поясніть аналітично фізичну сутність параметра потоку відмов.
30. Як оцінюється середнє напрацювання до відмови і на відмову?
31. Назвіть показники оцінки довговічності.
32. Сутність показника середнього напрацювання на відмову.
33. Поясніть аналітично фізичну сутність показників: середній ресурс; середній термін служби.
34. Як визначаються показники надійності за відомими теоретичними законами?
35. Поясніть аналітично і графічно фізичну сутність показників: гамма-відсоткове напрацювання до вимови; гамма-відсотковий ресурс.
36. Що таке призначений ресурс і призначений термін служби?
37. Назвіть показники оцінки властивості ремонтпридатності і як вони визначаються.
38. Назвіть показники оцінки властивості збережуваності і як вони визначаються.
39. Назвіть комплексні показники надійності, поясніть їхнє призначення й фізичну сутність. Дайте аналітичне визначення.
40. Поясніть метод структурних схем. Його переваги та недоліки.
41. Як визначається безвідмовність об'єкта при послідовному, паралельному та змішаному з'єднанні елементів?
42. Поясніть призначення статистичної інформації.
43. Які напрями має статистична інформація?
44. Що таке повна своєчасність, одноманітність і однорідність інформації про надійність машин?
45. Поясніть способи збирання інформації.
46. Поясніть порядок збирання інформації.
47. Поясніть порядок реєстрації відмов.
48. Що вважають відмовою?
49. Поясніть послідовність обробки інформації.
50. Що таке попередня підготовка інформації?
51. Що таке чищення інформації?
52. Чому та за яких умов інформація перевіряється на однорідність?
53. Поясніть оцінку інформації однорідності за критерієм Андерсона.
54. Що таке інтегральний статистичний ряд і як він будується?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Канарчук В.Є. Надійність машин: підручник / В.Є.Канарчук, С.К.Полянський, М.М. Дмитрієв, В.І. Лесько. – К.: Либідь, 2003. – 424 с.
2. Полянський С.К. Експлуатація будівельно-дорожніх машин: підручник / С.К.Полянський, О.Т.Білякович. – К.: Вища школа, 2007. – 751 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. 10-е изд. / Е.С.Вентцель – М.: Наука, 2003. – 576 с.
4. ДСТУ 2862-94. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. – К.: Держстандарт України, 1995. – 38 с. – Чинний з 01.01.1997 р..
5. ДСТУ 3004-95. Методи оцінки показників надійності за експериментальними даними. – К.: Держстандарт України, 1995. – 123с.
6. Визначення показників надійності машин та обладнання на стадії експлуатації за статичними даними: методичні вказівки / уклад. С.К.Полянський, В.І.Лесько. – К.: КНУБА, 2003. – 58 с.

ЗМІСТ

Вступ	3
Лекція 1	
1. Технічний стан та властивості надійності машин	5
2. Основи теорії надійності машин	8
2.1. Випадкові події та величини	8
2.2. Розподіл випадкових величин і його основні імовірнісні характеристики	15
2.3. Числові характеристики випадкових величин	24
Лекція 2.	
3. Теоретичні закони розподілу випадкових величин	29
3.1. Експоненціальний закон розподілу	29
3.2. Нормальний закон розподілу	34
3.3. Логарифмічно-нормальний закон розподілу	41
3.4. Закон розподілу Вейбула	44
Лекція 3.	
4. Оцінка параметрів законів розподілу	50
4.1. Оцінка параметрів експоненціального розподілу	50
4.2. Оцінка параметрів нормального розподілу	50
4.3. Оцінка параметрів логарифмічно-нормального розподілу	50
4.4. Оцінка параметрів закону розподілу Вейбула	51
5. Метод структурних схем	53
6. Плани спостережень	57
Лекція 4	
7. Показники надійності	61
7.1. Одиничні показники	61
7.2. Комплексні показники	73
8. Первинна обробка статистичної інформації	75
8.1. Загальні положення	75
8.2. Попередня підготовка інформації до обробки	77
8.3. Перевірка однорідності спостережень	79
Список літератури	80

Навчальне видання

Лесько Віталій Іванович
Кузьмінець Микола Петрович
Міщук Євген Олександрович

ЕКСПЛУАТАЦІЯ І РЕМОНТ МАШИН

Конспект лекцій

Комп'ютерне верстання *Т.І.Кукарєвої*

Підписано до друку 2015 Формат 60x84^{1/16}.
Папір офсетний. Гарнітура Таймс. Друк на різнографі.
Ум. друк. арк. 2.32 Обл.-вид. арк. 2.5
Ум. фарбовідб. Тираж прим. Вид. № Зам. №

КНУБА, 03680, Україна, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31
E-mail:red-isdat@knuba.edu.ua

Віддруковано в редакційно-видавничому відділі
Київського національного університету будівництва і архітектури
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
Видавничої справи ДК №808 від 13.02.2002р.