

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

БАКАЛАВР

Кафедра вищої математики

«Затверджую»

Голова НМР будівельного факультету



Григорій ІВАНЧЕНКО

« 3 » липня 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

**ОК 8 Вища математика**

(шифр та назва освітньої компоненти)

шифр	назва спеціальності
192	«Будівництво та цивільна інженерія»
	назва освітньої програми
	«Промислове і цивільне будівництво»

Мова викладання: українська

Розробники:

Отрашевська В. В., к.ф.-м.н., доцент

(прізвище та ініціали, науковий ступінь, звання)



(підпис)

Філонов Ю.П., к.ф.-м.н., доцент

(прізвище та ініціали, науковий ступінь, звання)



(підпис)

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри вищої математики

Протокол № 15 від 4 червня 2024 року

Завідувач кафедри



Наталія БОНДАРЕНКО

Схвалено гарантом освітньої програми

Гарант ОП



Вячеслав АДАМЕНКО

Розглянуто на засіданні науково-методичної комісії спеціальності

Протокол № 14 від 2 липня 2024 року

**ВИТЯГ З РОБОЧОГО НАВЧАЛЬНОГО ПЛАНУ**

шифр	Назва спеціальності, освітньої програми	Форма здобуття ВО: <b>денна</b>											Форма контролю	Семестр	Погодження заступником декана факультету
		Кількість кредитів ECTS	Кількість годин						Кількість індивідуальних робіт						
			Всього	аудиторних			Сам. роб.	КП	КР	РГР	Конт. роб.				
				Разом	лекції	лаборатор.						практичні			
192	Будівництво та цивільна інженерія, ОП «Промислове і цивільне будівництво»	<b>6,5</b>	<b>195</b>	<b>120</b>	<b>60</b>	<b>-</b>	<b>60</b>	<b>75</b>				<b>2</b>	<b>екз.</b>	<b>1</b>	
		<b>5</b>	<b>150</b>	<b>104</b>	<b>52</b>	<b>-</b>	<b>52</b>	<b>46</b>				<b>2</b>	<b>зал.</b>	<b>2</b>	

## Анотація. Мета та завдання освітньої компоненти

**Мета освітньої компоненти** – надання майбутнім будівельникам базових математичних знань, знайомство з основними математичними поняттями, методами та алгоритмами для розв'язання задач у професійній діяльності, розвинення логічного та математичного мислення і вміння застосовувати математичні підходи до аналізу та формулювання виробничих задач у будівельній галузі, виховання фахівця, який володіє як класичними, так і найважливішими сучасними математичними методами, здатного самостійно поглиблювати математичне розуміння розв'язуваних завдань та удосконалювати свої фахові можливості.

**Завдання освітньої компоненти** – підготувати здобувачів освітнього ступеня до подальшого вивчення освітніх компонент професійної підготовки.

**Пререквізити:** шкільний курс математики (алгебра та початки аналізу, геометрія).

Посилання на сторінку електронного навчально-методичного комплексу дисципліни <https://org2.knuba.edu.ua/course/view.php?id=1764>.

### Компетентності здобувачів освітньої програми, що формуються в результаті засвоєння освітньої компоненти

Код	Зміст компетентності
<b>Інтегральна компетентність</b>	
ІК	Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі будівництва та цивільної інженерії.
<b>Загальні компетентності</b>	
ЗК01	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
ЗК10	Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.
<b>Фахові компетентності</b>	
СК01	Здатність використовувати концептуальні наукові та практичні знання з математики, хімії та фізики для розв'язання складних практичних проблем в галузі будівництва та цивільної інженерії.

### Програмні результати здобувачів освітньої програми, що формуються в результаті засвоєння освітньої компоненти

Код	Програмні результати
РН01	Застосовувати основні теорії, методи та принципи математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук, сучасні моделі, методи та програмні засоби підтримки прийняття рішень для розв'язання складних задач будівництва та цивільної інженерії.
РН02	Брати участь у дослідженнях та розробках у сфері архітектури та будівництва.

# Зміст курсу

## Модуль 1

### Змістовий модуль 1. Комплексні числа. Многочлени та їхні корені. Елементи лінійної алгебри

#### Тема 1.1. Комплексні числа

**Лекція 1.** Комплексні числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.

**Практичне заняття 1.** Визначення дійсної та уявної частини комплексного числа. Виконання дій додавання, множення та ділення комплексних чисел. Спрощення виразів з комплексними числами.

**Лекція 2.** Геометричне зображення комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексних чисел. Формула Муавра піднесення комплексних чисел до степеня. Знаходження коренів з комплексних чисел.

**Практичне заняття 2.** Запис комплексних чисел у тригонометричній формі та зображення їх на комплексній площині. Піднесення комплексного числа до степеня за формулою Муавра. Знаходження коренів з комплексних чисел.

#### Тема 1.2. Многочлени та їхні корені

**Лекція 3.** Многочлени та їхні корені. Подільність многочленів. Теорема Безу. Основна теорема алгебри. Незвідні многочлени. Кратність коренів многочлена. Многочлени над полем дійсних чисел. Многочлени над полем раціональних чисел.

**Практичне заняття 3.** Розкладання многочленів на множники над полем дійсних та комплексних чисел.

#### Тема 1.3. Елементи лінійної алгебри

**Лекція 4.** Матриці та дії над ними. Елементарні перетворення рядків та стовпчиків матриці. Теорема Гаусса про зведення матриці до ступінчато-трапецевидного виду.

**Практичне заняття 4.** Виконання дій додавання матриць, множення матриць та множення матриць на число. Обчислення виразів з матрицями. Знаходження значення многочлена від матриці.

**Лекція 5.** Системи лінійних рівнянь, основні поняття. Сумісні і несумісні, визначені і невизначені системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь.

**Практичне заняття 5.** Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса. Визначення множини розв'язків систем лінійних рівнянь.

**Лекція 6.** Визначники. Підстановки. Означення визначника порядку  $n$ . Обчислення визначників другого та третього порядків. Основні властивості визначників.

**Практичне заняття 6.** Обчислення визначників другого та третього порядків.. Обчислення визначників четвертого та більших порядків шляхом зведення їх до верхнього чи нижнього трикутного виду.

**Лекція 7.** Розклад визначників за рядком або стовпчиком.

**Практичне заняття 7.** Обчислення визначників методом зниження порядку, розкладаючи визначники за рядком або стовпчиком. Обчислення визначників  $n$ -го порядку.

**Лекція 8.** Обернена матриця. Матричні рівняння.

**Практичне заняття 8.** Знаходження оберненої матриці за явною формулою. Знаходження оберненої матриці методом Гаусса. Розв'язування матричних рівнянь.

**Лекція 9.** Метод Крамера та матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.

**Практичне заняття 9.** Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера та матричним методом.

**Лекція 10.** Лінійні простори. Означення лінійного (векторного) простору. Приклади лінійних просторів. Підпростори. Лінійно незалежні вектори. Базис та розмірність лінійного простору. Арифметичний лінійний простір, його базис та розмірність. Перехід від одного базису лінійного арифметичного простору до іншого. Матриця переходу.

**Практичне заняття 10.** Розв'язування вправ на визначення того, чи є задана підмножина підпростором лінійного простору. Знаходження матриці переходу від одного базису до іншого. Знаходження координат вектора в різних базисах.

**Лекція 11.** Ранг матриці. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь.

**Практичне заняття 11.** Знаходження рангу матриці. Застосування теореми Кронекера-Капеллі для дослідження систем лінійних рівнянь. Знаходження фундаментальної системи розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь.

**Лекція 12.** Лінійні оператори у векторних просторах. Приклади лінійних операторів. Власні значення і власні вектори лінійного оператора.

**Практичне заняття 12.** З'ясування, чи є задане відображення лінійним оператором. Знаходження матриці лінійного оператора. Знаходження власних чисел та власних векторів лінійного оператора.

## **Змістовий модуль 2. Аналітична геометрія**

### **Тема 2.1. Векторна алгебра**

**Лекція 13.** Вектори. Лінійні операції над векторами, їх основні властивості. Колінеарні та компланарні вектори. Прямокутна декартова система координат. Напрямні косинуси вектора. Полярна система координат. Поділ відрізка в заданому відношенні. Проекція вектора на вісь.

**Практичне заняття 13.** Розв'язування задач на геометричні операції над векторами. Знаходження координат лінійної комбінації векторів. Знаходження координат точки, що ділить відрізок в заданому відношенні. Знаходження напрямних косинусів вектора.

**Лекція 14.** Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів, їхні властивості, обчислення та застосування. Умова колінеарності двох векторів. Умова компланарності трьох векторів.

**Практичне заняття 14.** Обчислення скалярного, векторного та мішаного добутків, розв'язання задач із їх використанням.

### **Тема 2.2. Пряма на площині**

**Лекція 15.** Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої у відрізках на осях. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.

**Практичне заняття 15.** Запис загального рівняння прямої, рівняння прямої у відрізках на осях, рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, нормального рівняння прямої. Розв'язування задач із використанням різних рівнянь прямої. Знаходження відстані від точки до прямої.

**Лекція 16.** Канонічне і параметричні рівняння прямої. Рівняння прямої, що

проходить через дві точки. Пучок прямих. Кут між прямими.

**Практичне заняття 16.** Запис канонічного і параметричних рівнянь прямої, рівняння прямої, що проходить через дві точки. Розв'язування задач із використанням різних рівнянь прямої.

### **Тема 2.3 Площина та пряма в просторі і різні види їх рівнянь**

**Лекція 17.** Площина у просторі. Загальне рівняння площини. Рівняння площини у відрізках на осях. Нормальне рівняння площини. Рівняння площини, що проходить через три точки. Відстань від точки до площини. Кут між площинами.

**Практичне заняття 17.** Запис загального рівняння площини, рівняння площини у відрізках на осях, нормального рівняння площини, рівняння площини, що проходить через три точки. Розв'язування задач із використанням різних рівнянь прямої. Знаходження відстані від точки до площини.

**Лекція 18.** Пряма у просторі та різні види її рівняння. Канонічні рівняння прямої в просторі. Параметричні рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Рівняння прямої в просторі, як перетин двох площин. Кут між прямими. Відстань від точки до прямої в просторі. Взаємне розміщення прямої та площини в просторі.

**Практичне заняття 18.** Запис рівняння прямої в просторі різних видів: канонічні рівняння прямої, параметричні рівняння прямої, рівняння прямої, що проходить через дві точки. Розв'язування задач із використанням різних рівнянь прямої у просторі та площини.

### **Тема 2.4 Криві другого порядку на площині**

**Лекція 19.** Загальне рівняння кривої другого порядку на площині. Класифікація кривих другого порядку. Коло. Еліпс. Канонічне рівняння еліпса, його основні властивості.

**Практичне заняття 19.** Визначення по загальному рівнянню кривої другого порядку виду кривої другого порядку. Знаходження канонічного рівняння кола та еліпса і їхніх властивостей. Знаходження ексцентриситету та директрис еліпса.

**Лекція 20.** Гіпербола та парабола, їх канонічні рівняння та основні властивості.

**Практичне заняття 20.** Задачі на знаходження канонічного рівняння гіперболи та параболи, їхніх властивостей та основних параметрів.

**Лекція 21.** Приведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду. Поверхні другого порядку. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку.

**Практичне заняття 21.** Контрольна робота 1 на тему «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

## **Змістовий модуль 3. Диференціальне числення функцій однієї змінної**

### **Тема 3.1. Числові послідовності та їхні границі. Функція дійсної змінної. Границя і неперервність функції**

**Лекція 22.** Числові множини. Числові проміжки. Окіл точки. Числова пряма. Числові послідовності. Границя числової послідовності та її основні властивості. Монотонні послідовності. Число  $e$ .

**Практичне заняття 22.** Обчислення границь числових послідовностей.

**Лекція 23.** Функція дійсної змінної. Область визначення функції, область значення функції. Основні елементарні функції, їхні графіки. Границя функції та її основні властивості. Перша та друга важливі границі, їх наслідки. Основні теореми про границі. Еквівалентні нескінченно малі функції. Порівняння нескінченно малих функцій.

**Практичне заняття 23.** Побудова графіків основних елементарних функцій. Знаходження границь функцій. Застосування першої та другої важливої границі та їх наслідків до обчислення границь функцій. Застосування властивостей еквівалентних нескінченно малих функцій до обчислення границь функцій.

**Лекція 24.** Односторонні границі. Неперервність функції в точці, на відрізьку та на інтервалі. Точки розриву функції та їх класифікація.

**Практичне заняття 24.** Знаходження односторонніх границь функцій. Дослідження функцій на неперервність в точці. Знаходження точок розриву функцій та визначення їх характеру.

**Лекція 25.** Властивості функцій неперервних на відрізьку: теореми Вейерштрасса та Больцано-Коші. Рівномірна неперервність.

**Практичне заняття 25.** Застосування теорем Вейерштрасса та Больцано-Коші до розв'язування задач. Дослідження функцій на рівномірну неперервність.

### **Тема 3.2. Похідна та її застосування до дослідження функцій**

**Лекція 26.** Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Задачі, що приводять до поняття похідної. Похідні від основних елементарних функцій, таблиця похідних. Правила обчислення похідних. Похідна від складеної функції. Логарифмічне диференціювання.

**Практичне заняття 26.** Знаходження похідних елементарних функцій. Обчислення похідної складеної функції, оберненої функції і показниково-степеневої функції. Обчислення похідної функції, заданої неявно і заданої параметрично.

**Лекція 27.** Диференціал функції, його геометричний зміст. Інваріантність форми першого диференціала. Застосування диференціалів до наближених обчислень.

**Практичне заняття 27.** Знаходження диференціала функції. Наближені обчислення за допомогою диференціала.

**Лекція 28.** Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Диференціювання функцій, заданих неявно і в параметричному вигляді. Основні теореми диференціального числення: теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопітала.

**Практичне заняття 28.** Знаходження похідних і диференціалів вищих порядків. Формула Лейбніца. Знаходження похідної другого порядку функції, заданої параметрично. Задачі на застосування теорем диференціального числення: Ролля, Лагранжа, Коші. Знаходження границь за правилом Лопітала. Знаходження рівняння дотичної і нормалі до графіка функції.

**Лекція 29.** Застосування похідної до дослідження функцій. Локальний максимум та локальний мінімум функції. Максимальне і мінімальне значення функції на відрізьку. Дослідження функцій за допомогою похідних (монотонність, точки локального екстремуму, екстремум функції, випуклість вгору та вниз графіка функції, точки перегину функції, асимптоти).

**Лекція 30.** Побудова графіка функції.

**Практичне заняття 29.** Знаходження локального максимуму та мінімуму функції. Знаходження максимального і мінімального значень функції на відрізьку. Дослідження функції на монотонність. Знаходження інтервалів, на яких графік функції випуклий вгору чи вниз та точок перегину функції. Знаходження асимптот функції. Побудова графіків функцій.

**Практичне заняття 30.** Контрольна робота 2 на тему «Диференціальне числення функцій однієї змінної».

## Модуль 2

### Змістовий модуль 1. Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння

#### Тема 1.1. Невизначений інтеграл

**Лекція 1.** Первісна функції. Невизначений інтеграл і його властивості. Таблиця основних інтегралів. Основні методи інтегрування: метод безпосереднього інтегрування та внесення функції під знак диференціалу.

**Практичне заняття 1.** Обчислення невизначених інтегралів безпосередньо або методом внесення функції під знак диференціалу.

**Лекція 2.** Методи інтегрування невизначеного інтегралу. Метод заміни змінної. Метод інтегрування частинами.

**Практичне заняття 2.** Обчислення невизначених інтегралів методом заміни змінної та методом інтегрування частинами.

**Лекція 3.** Дробово-раціональні вирази. Розклад дробово-раціональної функції на елементарні дроби. Інтегрування дробово-раціональних виразів.

**Практичне заняття 3.** Розкладання дробово-раціональних функцій на елементарні дроби методом невизначених коефіцієнтів. Інтегрування дробово-раціональних функцій.

**Лекція 4.** Інтегрування тригонометричних функцій та ірраціональних функцій.

**Практичне заняття 4.** Обчислення інтегралів від тригонометричних функцій. Застосування універсальної тригонометричної підстановки. Обчислення інтегралів від ірраціональних функцій.

#### Тема 1.2. Визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла

**Лекція 5.** Визначений інтеграл. Означення визначеного інтегралу. Умови існування визначеного інтеграла. Геометричний зміст. Властивості визначеного інтеграла. Основна формула інтегрального числення. Заміна змінної та інтегрування за частинами у визначеному інтегралі.

**Практичне заняття 5.** Обчислення визначених інтегралів за формулою Ньютона-Лейбніца. Обчислення визначеного інтеграла методом заміни змінних та методом інтегрування частинами.

**Лекція 6.** Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур. Обчислення довжини дуги кривої. Обчислення об'єму тіла по відомим площам його поперечних перерізів. Обчислення площі поверхні та об'єму тіла обертання. Статичні моменти, координати центру ваги і моменти інерції дуги плоскої кривої та плоскої фігури.

**Практичне заняття 6.** Обчислення площ плоских фігур, границя яких задана кривими в декартових координатах, полярних координатах та параметричними рівняннями. Обчислення довжини дуги кривої на площині, рівняння якої задано в декартових координатах, полярних координатах та параметричними рівняннями. Обчислення об'єму тіла за площами поперечних перерізів. Обчислення об'єму і площі поверхні тіла обертання. Знаходження центру ваги плоскої фігури та плоскої кривої.

**Лекція 7.** Невласні інтеграли I роду від обмежених функцій по необмеженому проміжку. Достатні ознаки збіжності і розбіжності невластних інтегралів I роду від додатних функцій. Абсолютна збіжність. Невласні інтеграли II роду від необмежених функцій по обмеженому відрізку. Достатні ознаки збіжності і розбіжності невластних інтегралів II роду. Абсолютна збіжність.

**Практичне заняття 7.** Обчислення невластних інтегралів першого та другого роду. Дослідження невластних інтегралів на збіжність.



## **Тема 1.3. Диференціальні рівняння**

**Лекція 8.** Диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення. Поле напрямків, ізокліни. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння.

**Практичне заняття 8.** Приклади запису диференціальних рівнянь найпростіших задач. Розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними. Розв'язування однорідних диференціальних рівнянь. Знаходження розв'язку задач Коші.

**Лекція 9.** Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Метод Я. Бернуллі і метод Лагранжа варіації довільної сталої. Рівняння І. Бернуллі. Рівняння в повних диференціалах.

**Практичне заняття 9.** Розв'язування лінійних диференціальних рівнянь першого порядку методом Бернуллі та методом варіації довільної сталої. Розв'язування рівнянь І. Бернуллі. Розв'язування рівнянь в повних диференціалах.

**Лекція 10.** Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку. Лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.

**Практичне заняття 10.** Розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків, що допускають зниження порядку. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами зі спеціальною правою частиною та з довільною правою частиною. Розв'язання лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами методом виключення.

**Лекція 11.** Системи диференціальних рівнянь.

**Практичне заняття 11.** Контрольна робота 1 на тему «Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння».

## **Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Числові та функціональні ряди**

### **Тема 2.1. Диференціальне числення функцій кількох змінних**

**Лекція 12.** Функції багатьох змінних. Геометрична інтерпретація функції двох змінних. Внутрішні і граничні точки області. Границя функції двох змінних, неперервність функції двох змінних.

Частинні похідні функцій двох змінних. Геометричний зміст частинних похідних. Складена функція кількох змінних. Диференційовність і повний диференціал функції двох змінних. Інваріантність форми першого диференціала. Повна похідна і повний диференціал складеної функції.

**Практичне заняття 12.** Знаходження області визначення функцій двох змінних. Знаходження границь функцій двох змінних. Дослідження функцій двох змінних на неперервність.

Знаходження частинних похідних функцій двох, трьох змінних. Похідна від складеної функції двох змінних. Знаходження повного диференціалу. Застосування повного диференціалу до наближених обчислень.

**Лекція 13.** Похідні і диференціали вищих порядків. Теорема про мішані похідні. Рівняння дотичної площини і нормалі до поверхні у випадках явного і неявного задання поверхні функцією двох змінних.

**Практичне заняття 13.** Знаходження частинних похідних і диференціалів вищих порядків. Складання рівняння дотичної площини і нормалі до поверхні.

**Лекція 14.** Застосування частинних похідних. Локальний екстремум функції двох змінних. Необхідні і достатні умови існування локального екстремуму функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції, неперервної в замкненій обмеженій області.

**Практичне заняття 14.** Знаходження локального екстремуму функції двох змінних. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції, неперервної в замкненій обмеженій області. Знаходження умовного екстремуму.

## **Тема 2.2. Подвійні і потрійні інтеграли та їх застосування**

**Лекція 15.** Подвійні інтеграли. Основні поняття та означення. Умови існування та властивості подвійних інтегралів. Обчислення подвійного інтеграла в декартових та полярних системах координат. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Застосування подвійного інтеграла.

**Практичне заняття 15.** Обчислення подвійних інтегралів. Обчислення подвійних інтегралів методом заміни змінної. Знаходження площі плоскої області. Знаходження об'єму циліндричного тіла. Знаходження площі гладкої поверхні. Знаходження маси плоскої пластинки, яка має форму замкненої обмеженої області. Знаходження координат центра мас плоскої пластини. Знаходження моментів інерції плоскої пластини відносно координатних осей.

**Лекція 16.** Потрійні інтеграли. Означення потрійного інтеграла, властивості, геометричний зміст, обчислення. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній та сферичній системах координат. Застосування потрійного інтеграла.

**Практичне заняття 16.** Обчислення потрійного інтеграла безпосередньо та методом заміни змінної. Обчислення об'єму замкненої обмеженої області в просторі. Обчислення маси тіла. Обчислення координат центра маси тіла.

## **Тема 2.3. Криволінійні та поверхневі інтеграли**

**Лекція 17.** Криволінійні інтеграли. Обчислення криволінійних інтегралів першого роду. Обчислення криволінійних інтегралів другого роду. Формула Гріна. Застосування криволінійних інтегралів.

**Практичне заняття 17.** Обчислення криволінійних інтегралів першого роду по кривих, рівняння яких задані в декартових координатах, полярних координатах та у параметричному вигляді. Обчислення криволінійних інтегралів другого роду. Застосування формули Гріна до обчислення криволінійних інтегралів.

Знаходження довжини дуги кривої. Знаходження маси кривої. Знаходження координат центра мас кривої. Знаходження роботи сили при переміщенні матеріальної точки вздовж кривої.

**Лекція 18.** Поверхневі інтеграли першого роду та їх основні властивості. Поверхневі інтеграли другого роду та їх основні властивості. Застосування поверхневих інтегралів.

**Практичне заняття 18.** Обчислення поверхневих інтегралів першого та другого роду. Застосування формул Остроградського-Гаусса та формули Стокса до обчислення інтегралів.

## Тема 2.4. Елементи теорії поля

**Лекція 19.** Елементи теорії поля. Основні поняття. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля та його властивості.

**Практичне заняття 19.** Знаходження похідної за напрямком. Знаходження градієнта скалярного поля.

**Лекція 20.** Векторне поле. Векторні лінії. Потік вектора через поверхню. Дивергенція поля. Формула Остроградського-Гаусса у векторній формі. Циркуляція векторного поля. Ротор вектора. Формула Стокса у векторній формі. Соленоїдальне поле. Потенціальне поле.

**Практичне заняття 20.** Знаходження векторних ліній. Знаходження потоку вектора через поверхню. Знаходження дивергенції поля. Застосування формули Остроградського-Гаусса у векторній формі. Знаходження циркуляції векторного поля. Знаходження ротора вектора. Застосування формули Стокса у векторній формі. Визначення того, чи є поле соленоїдальним чи потенціальним.

## Тема 2.5. Числові ряди

**Лекція 21.** Числові ряди. Основні поняття та означення числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Достатня умова розбіжності числового ряду. Властивості числових рядів. Знакододатні ряди. Достатні ознаки збіжності знакододатних рядів. Ознака порівняння та гранична ознака порівняння для знакододатних рядів. Ознака Д'аламбера, радикальна ознака Коші та інтегральна ознака Коші.

**Практичне заняття 21.** Дослідження числових рядів на збіжність за означенням. Застосування достатньої умови розбіжності ряду. Дослідження на збіжність знакододатних рядів за ознакою порівняння та граничною ознакою порівняння. Дослідження на збіжність знакододатних рядів за ознакою Д'аламбера, радикальною ознакою Коші та інтегральною ознакою Коші.

**Лекція 22.** Знакопочередні ряди. Ознака Лейбніца. Знакозмінні ряди. Абсолютна і умовна збіжність.

**Практичне заняття 22.** Дослідження на збіжність знакопочередних рядів за ознакою Лейбніца. Дослідження на абсолютну та умовну збіжність знакозмінних рядів.

## Тема 2.6. Функціональні ряди

**Лекція 23.** Функціональні ряди. Рівномірна збіжність функціональних рядів. Властивості рівномірно збіжних рядів.

**Лекція 24.** Степеневі ряди. Властивості степеневих рядів.

**Практичне заняття 23.** Дослідження на рівномірну збіжність функціональних рядів. Знаходження радіусу збіжності, інтервалу збіжності степеневого ряду та області збіжності степеневого ряду.

**Лекція 25.** Ряд Тейлора та ряд Маклорена. Розкладання елементарних функцій у ряд Маклорена. Деякі застосування степеневих рядів.

**Практичне заняття 24.** Розкладання функцій у ряд Тейлора та Маклорена. Наближене обчислення значень функцій. Наближене обчислення визначених інтегралів. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь.

**Лекція 26.** Ряди Фур'є. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій. Ряд Фур'є для  $2l$ -періодичних функцій. Ряд Фур'є для функцій, заданих на відрізку  $[0, l]$  або на довільному відрізку  $[a, b]$ .

**Практичне заняття 25.** Обчислення коефіцієнтів Фур'є і запис ряду Фур'є для різних випадків задання функції.

**Практичне заняття 26.** Контрольна робота 2 на тему " Диференціальне числення

функцій двох змінних. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Числові та функціональні ряди.

## Індивідуальні завдання

### Модуль 1

**Контрольна робота 1.** Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

Зміст завдань індивідуальної роботи: знаходження коренів многочленів; знаходження многочлена від матриці; розв'язання матричних рівнянь; обчислення визначника; розв'язання систем лінійних рівнянь; знаходження фундаментальної системи розв'язків; завдання на скалярний; векторний або мішаний добутки; задача на складання рівнянь прямої на площині; задача на складання рівняння площини або прямої в просторі.

**Контрольна робота 2.** Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Зміст завдань індивідуальної роботи: знаходження границь послідовностей, знаходження границь функцій, знаходження границь функцій із застосуванням першої та другої важливої границі, знаходження похідної функцій, застосування похідної до дослідження функцій.

Вимоги до оформлення. Індивідуальна робота повинна бути виконана в окремому зошиті та здана в термін, вказаний викладачем.

### Модуль 2

**Контрольна робота 1.** Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння.

Зміст завдань індивідуальної роботи: знаходження невизначених інтегралів, знаходження визначених інтегралів; знаходження невластних інтегралів першого та другого роду; розв'язування диференціальних рівнянь першого порядку та вищих порядків.

**Контрольна робота 2.** Диференціальне числення функцій двох змінних. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Числові та функціональні ряди.

Зміст завдань індивідуальної роботи: знаходження частинних похідних функції двох змінних; знаходження диференціалів першого та другого порядків функцій двох змінних; знаходження локального екстремуму функцій двох змінних; знаходження подвійних та потрійних інтегралів; знаходження криволінійних інтегралів першого та другого роду; знаходження поверхневих інтегралів; дослідження знакододатних рядів на збіжність; дослідження знакопочередних рядів на збіжність; знаходження області збіжності степеневих рядів; розкладання функцій у ряд Тейлора, Маклорена.

Вимоги до оформлення. Індивідуальна робота повинна бути виконана в окремому зошиті та здана в термін, вказаний викладачем.

### Розподіл годин самостійної роботи здобувачів

№	Назва самостійної роботи	Кількість годин
Модуль 1		
1.	Опрацювання тексту конспекту лекцій	15
2.	Підготовка до практичних занять	20
3.	Підготовка до контрольних робіт	20
4.	Підготовка до екзамену	20
<b>Разом</b>		<b>75</b>
Модуль 2		

1.	Опрацювання тексту конспекту лекцій	13
2.	Підготовка до практичних занять	13
3.	Підготовка до контрольних робіт	10
4.	Підготовка до заліку	10
Разом		<b>46</b>

### **Методи контролю та оцінювання знань**

Загальне оцінювання здійснюється через вимірювання результатів навчання у формі проміжного (модульного) та підсумкового контролю (залік, захист індивідуальної роботи тощо) відповідно до вимог зовнішньої та внутрішньої системи забезпечення якості вищої освіти.

### **Політика щодо академічної доброчесності**

Тексти індивідуальних завдань (в т.ч. у разі, коли вони виконуються у формі презентацій або в інших формах) можуть перевірятись на плагіат. Для цілей захисту індивідуального завдання оригінальність тексту має складати не менше 70%. Виключення становлять випадки зарахування публікацій Здобувачів у матеріалах наукових конференціях та інших наукових збірниках, які вже пройшли перевірку на плагіат.

Списування під час тестування та інших опитувань, які проводяться у письмовій формі, заборонені (в т.ч. із використанням мобільних девайсів). У разі виявлення фактів списування з боку здобувача він отримує інше завдання. У разі повторного виявлення призначається додаткове заняття для проходження тестування.

### **Політика щодо відвідування**

Здобувач, який пропустив аудиторне заняття з поважних причин, має продемонструвати викладачу та надати до деканату факультету документ, який засвідчує ці причини.

За об'єктивних причин (хвороба, міжнародне стажування, наукова та науково-практична конференція (круглий стіл) тощо) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу.

### **Методи контролю**

Основні форми участі Здобувачів у навчальному процесі, що підлягають поточному контролю: виступ на практичних заняттях; доповнення, опонування до виступу, рецензія на виступ; участь у дискусіях; аналіз першоджерел; письмові завдання (тестові, індивідуальні роботи у формі рефератів); та інші письмові роботи, оформлені відповідно до вимог. Кожна тема курсу, що винесена на лекційні та практичні заняття, відпрацьовується Здобувачами у тій чи іншій формі, наведеній вище. Обов'язкова присутність на лекційних заняттях, активність впродовж семестру, відвідування/відпрацювання усіх аудиторних занять, виконання інших видів робіт, передбачених навчальним планом з цієї дисципліни.

При оцінюванні рівня знань Здобувача аналізу підлягають:

- характеристики відповіді: цілісність, повнота, логічність, обґрунтованість, правильність;
- якість знань (ступінь засвоєння фактичного матеріалу): осмисленість, глибина, гнучкість, дієвість, системність, узагальненість, міцність;
- ступінь сформованості уміння поєднувати теорію і практику під час розгляду ситуацій, практичних завдань;
- рівень володіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, узагальнювати, робити висновки з проблем, що розглядаються;
- досвід творчої діяльності: уміння виявляти проблеми, розв'язувати їх, формувати гіпотези;

- самостійна робота: робота з навчально-методичною, науковою, допоміжною вітчизняною та зарубіжною літературою з питань, що розглядаються, уміння отримувати інформацію з різноманітних джерел (традиційних; спеціальних періодичних видань, ЗМІ, Internet тощо).

**Тестове опитування** може проводитись за одним або кількома змістовими модулями. В останньому випадку бали, які нараховуються Здобувачу за відповіді на тестові питання, поділяються між змістовими модулями.

**Індивідуальне завдання** підлягає захисту Здобувачем на заняттях, які призначаються додатково.

Література, що рекомендується для виконання індивідуального завдання, наведена у цій робочій програмі, а в електронному вигляді вона розміщена на Освітньому сайті КНУБА, на сторінці кафедри.

Також як виконання індивідуального завдання за рішенням викладача може бути зарахована участь Здобувача у міжнародній або всеукраїнській науково-практичній конференції з публікацією у матеріалах конференції тез виступу (доповіді) на одну з тем, дотичних до змісту дисципліни, або публікація статті на одну з таких тем в інших наукових виданнях.

Текст індивідуального завдання подається викладачу не пізніше, ніж за 2 тижні до початку залікової сесії. Викладач має право вимагати від Здобувача доопрацювання індивідуального завдання, якщо воно не відповідає встановленим вимогам.

Результати поточного контролю заносяться до журналу обліку роботи. Позитивна оцінка поточної успішності Здобувачів за відсутності пропущених та невідпрацьованих практичних занять та позитивні оцінки за індивідуальну роботу є підставою для допуску до підсумкової форми контролю. Бали за аудиторну роботу відпрацьовуються у разі пропусків.

**Підсумковий контроль** здійснюється під час проведення залікової сесії з урахуванням підсумків поточного та модульного контролю. Під час семестрового контролю враховуються результати здачі усіх видів навчальної роботи згідно зі структурою кредитів.

## Розподіл балів для дисципліни

### Модуль 1

Поточне оцінювання					Підсумковий контроль, екзамен	Сума балів
Змістові модулі			Контр. Робота 1	Контр. Робота 2		
1	2	3				
10	10	10	15	15	40	100

### Модуль 2

Поточне оцінювання					Підсумковий контроль, залік	Сума балів
Змістові модулі		Контр. Робота 1	Контр. Робота 2			
1	2					
15	15	15	15	40	100	

Шкала оцінювання балів за Змістові модулі 1, 2, 3 для урахування в модулі 1

Рейтингова оцінка	Бали
A	10
B	9
C	7

D	5
E	4

Шкала оцінювання балів за Змістові модулі 1, 2 та Контрольні роботи для урахування в модулях 1 і 2

Рейтингова оцінка	Бали
A	15
B	13
C	11
D	8
E	6

Шкала оцінювання балів за екзамен для урахування в модулях 1 і 2

Оцінка за екзамен	Бали
A	40
B	34
C	28
D	22
E	16

Шкала оцінювання балів за залік для урахування в модулях 1 і 2

Оцінка за залік	Бали
A	40
B	34
C	28
D	22
E	16

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	<b>A</b>	Відмінно
82-89	<b>B</b>	Добре
74-81	<b>C</b>	Добре
64-73	<b>D</b>	Задовільно
60-63	<b>E</b>	Задовільно
35-59	<b>FX</b>	Не зараховано з можливістю повторного складання
<u>0-34</u>	<b>F</b>	Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### Умови допуску до підсумкового контролю

Здобувачу, який має підсумкову оцінку за дисципліну від 35 до 60 балів, призначається додаткова залікова сесія. В цьому разі він повинен виконати додаткові завдання, визначені викладачем.

Здобувач, який не виконав вимог робочої програми по змістових модулях, не допускається до складання підсумкового контролю. В цьому разі він повинен виконати

визначене викладачем додаткове завдання по змісту відповідних змістових модулів в період між основною та додатковою сесіями.

Здобувач має право на опротестування результатів контролю (апеляцію). Правила подання та розгляду апеляції визначені внутрішніми документами КНУБА, які розміщені на сайті КНУБА та зміст яких доводиться Здобувачам до початку вивчення дисципліни.

## **Методичне забезпечення дисципліни**

### **Підручники:**

1. Овчинников П.П. та ін. Вища математика: Підручник. У 2 ч. – 3-тє вид., випр. – К.: Техніка, 2003.
2. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. Вища математика у прикладах та задачах. Частина 1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї змінної. – Харків: ХТУРЕ, 2002. – 552 с.
3. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. – Харків: ХТУРЕ, 2002. – 440 с.
4. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч. 3. Диференціальні рівняння. Ряди. Функції комплексної змінної Операційне числення. – Харків: ХТУРЕ, 2002. – 596 с.

### **Навчальні посібники:**

5. Бондаренко Н.В., Отрашевська В.В. Лінійна алгебра: Навч. посібник. – Київ: КНУБА, 2023, 180 с.
6. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика: Навч. посібник. Ч.1-4. – Київ: НАУ, 2006.
7. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – Київ: Вища шк., 2006.

### **Конспекти лекцій:**

8. Бондаренко Н.В, Отрашевська В.В. Аналітична геометрія: конспект лекцій. – Київ: КНУБА, 2022, 84 с.
9. Бондаренко Н.В., Отрашевська В.В. Числові та функціональні ряди. – Київ: КНУБА, 2024, 84 с.

### **Збірники задач:**

10. Дубовик В.П., Юрик І.І. Збірник задач з вищої математики. – Київ: Вища шк., 2005, 250 с.

### **Методичні роботи:**

11. Бондаренко Н.В, Отрашевська В.В., Килимник О.О. Аналітична геометрія в просторі. Методичні вказівки, самостійні та контрольні роботи з вищої математики. – Київ: КНУБА, 2024, 40 с.
12. Бондаренко Н.В., Забарилло О.В., Отрашевська В.В., Соколова Л.В., Краснеєва А.О. Інтегралі та їх застосування: практичний посібник. – Київ: КНУБА, 2024, 88 с.
13. Бондаренко Н.В. Лінійна алгебра. Методичні вказівки та самостійні завдання – К. КНУБА, 2024, 90 с.
14. Бондаренко Н.В., Наголкіна З.І., Пастухова М.С., Печук В.Д. Вища математика. Методичні вказівки та завдання до виконання контрольної роботи №1 для студентів



спеціальностей 192 «Будівництво та цивільна інженерія» і 193 «Геодезія та землеустрій» заочної форми навчання. – К: КНУБА, 2019, 64 с.

15. Бондаренко Н.В., Наголкіна З.І., Печук В.Д., Якимів Я.М. Вища математика. Методичні вказівки та завдання до виконання контрольної роботи №2 для студентів спеціальностей 192 «Будівництво та цивільна інженерія» і 193 «Геодезія та землеустрій» заочної форми навчання. – К: КНУБА, 2019, 48 с.

16. Філонов Ю.П., Забарилло О.В., Коротких Ю.А. Методи інтегрування. Завдання для самостійної роботи з вищої математики для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей 192 Будівництво та цивільна інженерія 193 Геодезія та землеустрій 194 Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології. Київ: КНУБА, 2024 р., 36 с.

### **Інформаційні ресурси:**

<http://library.knuba.edu.ua/> – Бібліотека Київського національного університету будівництва та архітектури.

<https://org2.knuba.edu.ua/> – Освітній сайт Київського національного університету будівництва та архітектури.

<http://www.dnabb.org> – Державна наукова архітектурно-будівельна бібліотека ім. В.Г.Заболотного, м. Київ, Конрактова пл., 4

<http://www.nbu.gov.ua> – Національна бібліотека України ім.Вернадського, м. Київ, пр. Голосіївський, 3

<http://www.library.gov.ua> – Державна науково-технічна бібліотека України, м. Київ, вул. Антоновича, 180.