ПЛАН
проведення практичного заняття №2 з навчальної дисципліни

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИГНАЛІВ ТА КІЛ

Блок змістових модулів 1.1

Змістовий модуль 1.1.2. Електричні сигнали та їх характеристики

Цільова настанова: Набуття навичок визначення характеристик складних несинусоїдних сигналів

Навчальні питання і розподілення часу

Вступ: перевірка наявності особового складу. Оголошення теми і мети заняття ... 5хв
1. Складні періодичні сигнали та їх спектральний аналіз …................................. 25хв
2. Визначення розподілу потужності та реальної ширини спектра складного періодичного сигналу……………………………………………….......................... 25хв
3. Визначення екстремальних та інтегральних характеристик складних періодичних сигналів………………………………………………………………………...30хв

Закінчення та відповіді на запитання: підведення підсумків заняття, доведення завдання на самопідготовку 5хв

Матеріальне забезпечення заняття

1. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, Ч1. М – Л: издательство «Энергия», 1966.
2. Методична розробка.

Форми контролю засвоєння навчального матеріалу

1. Усне опитування.

Завдання і методичні рекомендації до самостійної роботи

1. Вивчення матеріалу тем 11 - 15.

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА
проведення практичного заняття №2 з навчальної дисципліни
ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИГНАЛІВ ТА КІЛ

Блок змістових модулів 1.1

Змістовий модуль 1.1.2. Електричні сигнали та їх характеристики

Цільова настанова: Набуття навичок визначення характеристик складних несинусоїдних сигналів

Навчальні питання і розподілення часу

Вступ: перевірка наявності особового складу. Оголошення теми і мети заняття ... 5хв
1. Складні періодичні сигнали та їх спектральний аналіз …................................. 25хв
2. Визначення розподілу потужності та реальної ширини спектра складного періодичного сигналу……………………………………………….......................... 25хв
3. Визначення екстремальних та інтегральних характеристик складних періодичних сигналів…………………………………………………………………………...30хв

Закінчення та відповіді на запитання: підведення підсумків заняття, доведення завдання на самопідготовку 5хв

Матеріальне забезпечення заняття

1. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, Ч1. М – Л: издательство «Энергия», 1966.
2. Методична розробка.

ЗМІСТ ЗАНЯТТЯ ТА МЕТОДИКА ЙОГО ПРОВЕДЕННЯ

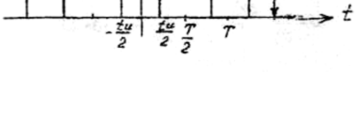
Вступ: перевірка наявності особового складу. Оголошення теми і мети заняття

1. Складні періодичні сигнали та їх спектральний аналіз

Приклад 1

Розглянемо приклад спектрального аналізу сигналу, що являє собою періодичну послідовність прямокутних імпульсів (рис. 1.5), які застосовуються в цифровій контрольно-вимірювальній апаратурі та обчислювальній техніці.

У межах періоду повторення сигнал u(t) можна подати такою математичною моделлю:



$$u(t)=\begin{cases}0, & -\frac{T}{2}<t<-\frac{t_i}{2}\\ U_m, & -\frac{t_i}{2}<t<\frac{t_i}{2}\\ 0, & \frac{t_i}{2}<t<\frac{T}{2}\end{cases}, \qquad (1.13)$$

Рис. 1.5.

де T – період повторення імпульсів; t_i – тривалість імпульсу; U_m – амплітуда або висота імпульсу.

Відношення періоду T до тривалості імпульсу t_i називається шпаруватістю проходження імпульсів

$$q=\frac{T}{t_i}. \qquad (1.14)$$

Сигнал u(t), що описується виразом (1.13), є симетричним відносно осі ординат та може бути поданий таким рядом Фур'є:

$$u(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k\omega_1 t. \qquad (1.15)$$

Визначимо постійну складову $A_0/2$, використовуючи формулу (1.3), в якій приймаємо $t_0 = -T/2$:

$$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{2}\,\frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)dt = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} u(t)dt.$$

Вираз для постійної складової ряду Фур'є збігається з виразом для середнього значення сигналу за період, тобто

$$U_{cep} = \frac{A_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{t_i}{2}}^{+\frac{t_i}{2}} U_m dt = U_m \frac{t_i}{T} = \frac{U_m}{q}. \qquad (1.16)$$

Визначимо коефіцієнти C_k, використовуючи вирази (1.3) та (1.13) ,

$$C_k = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)\cos k\omega_1 t dt = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} u(t)\cos k\omega_1 t dt =$$

$$= \frac{4}{T}\int_{0}^{\frac{t_i}{2}} U_m \cos k\omega_1 t dt = \frac{4U_m}{T}\,\frac{\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2}}{k\omega_1} = \frac{2U_m}{q}\,\frac{\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2}}{k\omega_1 \frac{t_i}{2}} \qquad (1.17)$$

З виразу (1.17) видно, що залежність C_k від частоти визначається функцією $\frac{\sin x}{x}$, де $x = k\omega_1 \frac{t_i}{2}$. Оскільки для даного сигналу всі коефіцієнти B_k дорівнюють нулю, то комплексна амплітуда дорівнює

$$\underline{A}_k = B_k + jC_k = jC_k,$$

а її модуль

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} = |C_k|.$$

Запишемо вираз для амплітуди k-ї гармоніки

$$U_{mk} = A_k = \frac{2U_m}{q}\,\frac{\left|\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2}\right|}{k\omega_1 \frac{t_i}{2}} \qquad (1.18)$$

та для модуля спектральної функції

$$S(k\omega_1) = \frac{T}{2} A_k = \frac{2U_m}{k\omega_1}\left|\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2}\right|. \qquad (1.18)$$

З останніх виразів випливає, що із зростанням номера гармонійних складових їх амплітуди та модуль спектральної функції зменшуються, однак не монотонно, а коливально. При цьому деякі гармоніки будуть відсутніми в амплітудно-частотному спектрі сигналу. Для відсутніх у спектрі гармонік має виконуватись співвідношення

$$\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2} = 0 \ ,$$

звідки випливає, що

$$k\omega_1 \frac{t_i}{2} = \pi n, \quad n = 0,1,2,3,...$$

З останнього виразу знайдемо номери відсутніх гармонік

$$k = \frac{2\pi n}{\omega_1 t_i} = \frac{T}{t_i} n = qn. \tag{1.20}$$

Тобто номери відсутніх у спектрі гармонік визначаються шпаруватістю проходження прямокутних імпульсів.

У відповідності з виразами (1.19) та (1.20) побудуємо АЧС послідовності прямокутних імпульсів (рис. 1.6).

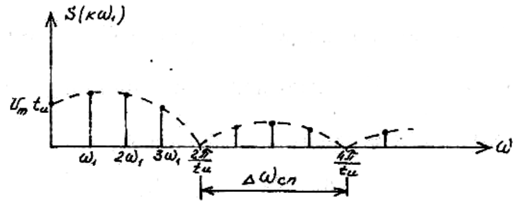


Рис. 1.6

З графіка видно, що АЧС має пелюстковий характер. Кожна пелюстка, крім першої, визначена в інтервалі частот між двома нульовими значеннями гармонік спектра, а його ширина дорівнює

$$\Delta\omega_{сп} = \frac{4\pi}{t_i} - \frac{2\pi}{t_i} = \frac{2\pi}{t_i}. \tag{1.21}$$

Визначимо кількість гармонік в кожній пелюстці

$$\frac{\Delta\omega_{сп}}{\omega_1} = \frac{2\pi T}{2\pi t_i} = \frac{T}{t_i} = q. \tag{1.22}$$

Отже, ширина пелюстки АЧС визначається тривалістю імпульсу, а кількість гармонік у пелюстці дорівнює шпаруватості проходження імпульсів. Дослідимо ФЧС сигналу, який розглядається, згідно з формулою (1.9)

$$\psi(k\omega_1) = \psi_k = \operatorname{arctg}\frac{C_k}{B_k}. \tag{1.23}$$

Якщо $C_k > 0$, то при наближенні B_k до нуля кут $\psi(k\omega_1)$ у граничному значенні дорівнює $\pi/2$ та не залежить від значення $k\omega_1$, оскільки

$$\psi_k = \operatorname{arctg}(+\infty) = \frac{\pi}{2}.$$

Якщо $C_k < 0$, то при $B_k \to 0$ кут $\psi(k\omega_1)$ у граничному значенні дорівнює $3\pi/2$ і також не залежить від значення $k\omega_1$, оскільки

$$\psi_k = \operatorname{arctg}(-\infty) = \frac{3}{2}\pi.$$

Визначимо інтервал частот, в яких $C_k > 0$. З формули (1.17) випливає, що $C_k > 0$ у випадку, якщо

$$\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2} > 0 .$$

Це співвідношення буде виконуватись за умови

$$2\pi n + \pi > k\omega_1 \frac{t_i}{2} > 2\pi n .$$

Перетворимо останню нерівність та отримаємо

$$\frac{2\pi}{t_i}(2n+1) > k\omega_1 > \frac{2\pi}{t_i}2\pi, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots . \tag{1.24}$$

Підставляючи різні значення n, можна побачити, що співвідношення (1.24) виконуються в межах першої та інших непарних пелюсток спектра.

Визначимо інтервал частот, в яких $C_k < 0$. Проводячи такий саме аналіз, як і попередній, отримаємо нерівності:

$$\sin k\omega_1 \frac{t_i}{2} < 0,$$

$$2\pi n + 2\pi > k\omega_1 \frac{t_i}{2} > 2\pi n + \pi, \tag{1.25}$$

$$\frac{4\pi}{t_i}(n+1) > k\omega_1 > \frac{2\pi}{t_i}(2n+1) \quad (n = 0,1,2,\ldots).$$

З співвідношення (1.25) випливає, що $C_k < 0$ у межах другої та інших парних пелюсток спектра.

На основі викладеного побудуємо графік ФЧС сигналу, який розглядається (рис. 1.7).

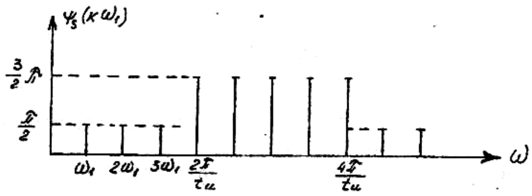


Рис. 1.7

2. Визначення розподілу потужності та реальної ширини спектра складного періодичного сигналу

Приклад 2

Періодична послідовність однополярних прямокутних імпульсів характеризується амплітудою імпульсу U_m, періодом повторення T та тривалістю імпульсу t_i. Визначити коефіцієнти форми та амплітуди сигналу.

Розв'яжемо задачу в такій послідовності:

1. Визначимо середньовипрямлене значення $U_{сер\ в}$ сигналу

$$U_{сер.в} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{t_i}{2}}^{\frac{t_i}{2}} U_m dt = U_m \frac{t_i}{T} = \frac{U_m}{q}$$

2. Визначимо середньоквадратичне значення U сигналу

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-\frac{t_i}{2}}^{\frac{t_i}{2}} U_m^2 dt} = U_m\sqrt{\frac{t_i}{T}} = \frac{U_m}{\sqrt{q}}.$$

3. Визначимо коефіцієнт форми сигналу

$$K_\phi = \frac{U}{U_{сер.в}} = \frac{U_m \cdot q}{\sqrt{q}\cdot U_m} = \sqrt{q}.$$

4. Визначимо коефіцієнт амплітуди сигналу

$$K_a = \frac{U_m}{U} = \frac{U_m \cdot \sqrt{q}}{U_m} = \sqrt{q}.$$

Контрольні запитання та задачі

1. Записати загальний вираз для складного періодичного сигналу у вигляді тригонометричного ряду. Що називають гармонійною складовою?
2. Що називається основною гармонікою? Які гармоніки називаються вищими?
3. Записати вираз для ряду Фур'є та коефіцієнти Фур'є.
4. Яку функцію називають парною? Які особливості її розкладу в ряд Фур'є?
5. Яку функцію називають непарною? Які особливості її розкладу в ряд Фур'є?
6. Записати вирази для ряду Фур'є в комплексній формі та для комплексної амплітуди цього ряду.
7. Що являють собою АЧС та ФЧС? Що являє собою спектральна функція?
8. Від чого залежить інтервал між лініями спектра періодичного сигналу? Як буде змінюватись характер спектра, якщо період сигналу буде збільшуватись?
9. Сигнал у вигляді періодичної послідовності прямокутних імпульсів змінюється за законом

$$u(t) = 10 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{200}{k\pi}\left|\sin\frac{k\pi}{10}\right|\cos 2k\pi 10^3 t, \text{ B.}$$

Визначити такі параметри цього сигналу: U_m, T, t_i, q.

1. Як визначити активну потужність періодичного несинусоїдного сигналу, знаючи активні потужності окремих гармонік?
2. Як визначити реальну ширину спектра сигналу, який має теоретично нескінченно широкий спектр?
3. Визначити активну потужність сигналу, який характеризується струмом

$i = 0{,}2 \sin 2\omega_1 t + 0{,}1 \sin 3\omega_1 t + 0{,}04 \sin 5\omega_1 t$, A

та напругою

$u = 2 \sin(2\omega_1 t - 45°) + 6 \sin(3\omega_1 t + 60°) + 10 \cos 5\omega_1 t$, B.

1. Як пов'язані між собою середньоквадратичне значення несинусоїдного струму та середньоквадратичні значення його окремих гармонік?

2. Записати вирази для середнього та середньовипрямленого значення напруги сигналу.
3. Перелічити та дати визначення екстремальних характеристик сигналу.
4. Записати вираз для визначення коефіцієнтів форми, амплітуди та гармонік.
5. Визначити середньоквадратичне значення несинусоїдної напруги

$u(t) = 8 + 5 \sin\omega_1 t + 3 \sin 2\omega_1 t$, B.

6. Визначити коефіцієнт гармонік для струму
$i(t) = 10 \sin \omega_1 t + 4 \sin 2 \omega_1 t + 3 \sin(3 \omega_1 t - \pi)$, А.

5. Підведення підсумків заняття, відповіді на запитання, доведення завдання на самопідготовку

1. Вивчення матеріалу лекцій змістового модуля.
2. Вирішити завдання 1.9 – 1.11, контрольне завдання 1.5 (кожен свій варіант) згідно посібника [2].