Бондаренко Н.В., Наголкіна З.І.,
Печук В.Д.

Завдання до варіантів контрольної роботи № 2

1. – 5. Обчисліть невизначені інтеграли.

6. Обчисліть визначений інтеграл.

7. Обчисліть невласний інтеграл або доведіть його розбіжність.

8. Знайдіть загальний інтеграл диференціального рівняння.

9. Знайдіть розв'язок задачі Коші.

10. Знайдіть диференціали першого та другого порядків функції $z = f(x, y)$.

11. Знайдіть похідну складеної функції $z = f(x, y)$, де $x = x(u, v),\ y = y(u, v)$.

12. Для функції $F(x; y; z) = 0$ знайдіть:

    a) похідну функції в точці M_0 в напрямку від точки M_0 до точки M;

    b) градієнт функції в точці M_0.

13. Обчисліть площу області D (за допомогою формули $S = \iint\limits_D ds$).

14. Обчисліть об'єм тіла V, обмеженого поверхнями, вказаними в таблиці (за допомогою формули $V = \iiint\limits_V dv$).

15. Обчисліть довжину l дуги кривої L, де L − плоска крива (за допомогою формули $l = \int\limits_L dl$).

Варіант № 1

1. $\int (\sqrt[3]{x} + \sin 3x + 3x^{19} - \frac{1}{x-2})dx$; **2.** $\int x^2 \cdot \sqrt{1+x^3}dx$;

3. $\int (x - x^2)\ln x dx$; **4.** $\int \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x^2 + 2x + 1)}dx$; **5.** $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x}$.

6. $\int_0^{\pi} \sqrt{2 + \sin x} \cdot \cos x \, dx$.

7. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^3}$.

8. $\sqrt{1-y^2}dx - xydy = 0$.

9. $y'' - 2y' + 3y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$.

10. $z = xy^5 - 3\sin(6x - y)$

11. $z = x^2 - y^2$, де $x = u\cos v,\ y = u\sin v$.

12. $u = 2x^3 + 4x^2y - xy^2 - z^2 - 5,\ M_0(4;8;-1),\ M(7;12;2)$.

13. $D:\ y = 4x - x^2,\ y = x$.

14. $V: 2x + 5y + z - 10 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ y = ch x + 1,\ 0 \le x \le 2$.

Варіант № 2

1. $\int (\frac{2}{x+8} + 2^x - 4x^{11} + \cos 2x)dx$; **2.** $\int \frac{\cos x}{1 + 2\sin x}dx$;

3. $\int (3x + 1)\sin 2x dx$; **4.** $\int \frac{3x + 2}{x(x^2 - 1)}dx$; **5.** $\int (1 + 2\cos 2x)^2 dx$.

6. $\int_{\ln 3}^{2} \frac{e^x}{e^x + 1}dx$.

7. $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$.

8. $(x + xy)dy - (x^2 + 1)ydx = 0$

9. $y'' + 2y' - 8y = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1$.

10. $z = x^2y^4 + \cos(3y - 5)$

11. $z = x \cdot \sin y + y \cdot \cos x$, де $x = \frac{u}{v},\ y = uv$

12. $u = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - zx + 1,\ M_0(3;1;-2),\ M(6;5;3)$.

13. $D:\ y = 4 - x^2,\ y = x^2 - 2x$.

14. $V: 4x + 6y + 3z - 12 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ x = 8\sin t + 6\cos t,\ y = 6\sin t - 8\cos t,\ 0 \le t \le \pi/2$.

Варіант № 3

1. $\int (x^9 - \frac{3}{x-3} + \sin 7x - \frac{2}{x^2+9})dx;$ **2.** $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[4]{x^3+1}};$

3. $\int (2x-1)\ln(x-1)dx;$ **4.** $\int \frac{x+4}{x^2+3x+2}dx;$ **5.** $\int \sin x \cos 5x dx.$

6. $\int_1^e \frac{\ln^3 x + \sqrt[3]{\ln x}+1}{x}dx.$

7. $\int_5^{13} \frac{xdx}{\sqrt{x^2-25}}.$

8. $y^3 dx - \sqrt{1-x^2}dy = 0.$

9. $y''+8y'+16y=0,\ y(0)=2,\ y'(0)=-1.$

10. $z = y^3\sqrt{x} + \ln(3x-4y)$

11. $z = e^{xy}\sqrt{1-y}$, де $x = u\cdot\sin v,\ y = u^2.$

12. $u = 4x^2 - \frac{2}{y} - 3x^2 - yz^2 - 2,\ M_0(4;2;1),\ M(2;7;3).$

13. $D:\ y = 2^x,\ y = 2^{-x},\ y = 4.$

14. $V: x+5y+4z-20=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

15. $L: y = \ln\cos x + 2, 0 \le x \le \pi/6.$

Варіант № 4

1. $\int (x^{12} - \frac{1}{\cos^2 x} + \cos 8x - \frac{2}{x+8})dx;$ **2.** $\int \sin(\ln x)\frac{dx}{x};$

3. $\int (2x+1)arctgx\,dx;$ **4.** $\int \frac{x+5}{x^2-1}dx;$ **5.** $\int (1+2\sin x)^2 dx.$

6. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}dx.$

7. $\int_{-1}^{0} \frac{e^{1/x}}{x^2}dx.$

8. $y' = y^2\cos x.$

9. $y''+4y'+20y=0,\ y(0)=-1,\ y'(0)=1.$

10. $z = x^4y^2 + \ln(7x+2y).$

11. $z = \sqrt{x^2-y^2}$, де $x = \sin(uv),\ y = \frac{u}{v}.$

12. $u = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2y^2 - 4x - zy^2 + 4,\ M_0(1;2;-1),\ M(4;3;-2).$

13. $D:\ y = (x-2)^3,\ y = 4x-8.$

14. $V: 7x+7y+z-14=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

15.. $L: x = e^t\sin t,\ y = e^t\cos t,\ 0 \le t \le \pi/2.$

Варіант № 5

1. $\int (x^7 - \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2+16} + \sin 6x - \frac{1}{x-6})dx$; **2.** $\int e^{1/x} \frac{dx}{x^2}$;

3. $\int (3x+5)\cos 6x\, dx$; **4.** $\int \frac{x^2+1}{x^3-x^2} dx$; **5.** $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$.

6. $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$. **7.** $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-4x+3}$.

8. $(x^2-1)y' = 2xy^2$. **9.** $y''-4y'+13y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=2$.

10. $z = xy^3 + x\sin 2y$. **11.** $z = e^{xy} - \ln^2 x$, де $x = \cos(uv),\ y = u^5 - 7v$.

12. $u = 4x^3 - 2y^2x + yx - z^3 - 2,\ M_0(-3;-6;2),\ M(11;1;4)$.

13. $D:\ y = (x+1)^2,\ y^2 = x+1$.

14. $V: x+5y+3z-15=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L: y = e^x + 26,\ \ln\sqrt{8} \le x \le \ln\sqrt{24}$.

Варіант № 6

1. $\int (x^9 - \frac{6}{x+5} + \cos 8x - \frac{2}{x^2+4})dx$; **2.** $\int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

3. $\int \arcsin 2x\, dx$; **4.** $\int \frac{(x+2)dx}{(x+3)(x^2+1)}$; **5.** $\int \frac{\sin^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$.

6. $\int_{-2}^{-1} \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$. **7.** $\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

8. $x^2y' = 1 + \cos 2y$. **9.** $y''-6y'+9y=0,\ y(0)=-3,\ y'(0)=1$.

10. $z = x^2y^3 - 5\sin(5x-3y)$.

11. $z = y \cdot \arcsin^2 x$, де $x = \ln(u^2 - v^3),\ y = \frac{v}{u}$.

12. $u = x^3y + y^2x - 5y + 2z + 1,\ M_0(5;-7;1),\ M(4;5;-2)$.

13. $D:\ y = 2x - x^2 + 3,\ y = x^2 - 4x + 3$.

14. $V: 6x+3y+2z-12=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $x = 5(t - \sin t),\ y = 5(1-\cos t),\ 0 \le t \le \pi$.

Варіант № 7

1. $\int (x^4 - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin 9x - \frac{3}{x-9})dx$; **2.** $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+1}$;

3. $\int (4x-5)\sin 5x\, dx$; **4.** $\int \frac{xdx}{(x-2)(x^2+2)}$; **5.** $\int \frac{\sin^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$.

6. $\int_0^{\pi/4} \frac{tg^3 x - \sqrt[3]{tgx}}{\cos^2 x} dx$. **7.** $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$.

8. $(x+2)dy - (y+1)dx = 0$. **9.** $y'' - 2y' + y = 0,\ y(0) = -1,\ y'(0) = 3$.

10. $z = x^3 y^2 - \cos(8x - 3y)$.

11. $z = x^2 \sin(1 - xy^3)$, де $x = v\sqrt{u}$, $y = v \cdot \cos u$.

12. $u = 2x^3 + 3x^2 - 2y^2 - z^2 y - 3,\ M_0(-2;4;3),\ M(2;7;1)$.

13. $D:\ xy = 8,\ y = 9 - x$.

14. $V: 4x + 2y + 3z - 12 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ y = e^x + 2e,\ \ln\sqrt{3} \le x \le \sqrt{15}$.

Варіант № 8

1. $\int (x^4 - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin 9x - \frac{3}{x-9})dx$; **2.** $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \cdot \arcsin x}$;

3. $\int (x-5)\cos 4x\, dx$; **4.** $\int \frac{x-3}{x^3 - 2x^2 + x} dx$; **5.** $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$.

6. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 4} dx$. **7.** $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$. **8.** $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$.

9. $y'' + 4y' + 4y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -2$.

10. $z = x^2 y^6 + e^{2x-3y}$.

11. $z = \cos(x^2\sqrt{y} - y^3)$, де $x = \frac{\sin u}{v}$, $y = u^4$.

12. $u = 3y^3 - x^3 + 2xy - 5z - 3,\ M_0(-4;2;-1),\ M(2;9;-1)$.

13. $D:\ y = \sqrt{e^x - 1},\ y = 0,\ x = \ln 2$.

14. $V: 2x + 9y + 2z - 18 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ x = 4\cos^3 t,\ y = 4\sin^3 t,\ \ \pi/6 \le t \le \pi/4$.

Варіант № 9

1. $\int (x^{15} - \frac{1}{x+7} + \cos 5x - \sqrt[4]{x})dx$; **2.** $\int \frac{(2\ln x + 3)^2}{x} dx$;

3. $\int arctg5x\, dx$; **4.** $\int \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)^2} dx$; **5.** $\int \cos^3 x\, dx$.

6. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos x\, dx}{1+\sin^2 x}$. **7.** $\int_3^8 \frac{dx}{(x-3)^2}$. **8.** $y\sin x dx + \cos^6 x dy = 0$.

9. $y''+4y'-21y=0,\ y(0)=2,\ y'(0)=-2$.

10. $z = x^4\sqrt{y} + tg(3x-y)$. **11.** $z = x^2 \ln y$, де $x = \frac{u}{v},\ y = \sqrt[3]{u} + v^3$.

12. $u = 5x^3 + 3y^2 - \frac{x^2}{y} + 2z + 4,\ M_0(3;1;2),\ M(3;2;-2)$.

13. $D:\ y = x^2 - 4x + 2,\ y = 8x - x^2 - 8$.

14. $V: 2x + y + 4z - 8 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1-x^2},\ 0 \le x \le \frac{3}{4}$.

Варіант № 10

1. $\int (3x^{10} - \frac{1}{x-10} + 3\cos 5x + e^{-3x})dx$; **2.** $\int \frac{\sin x\, dx}{\sqrt[3]{\cos x + 1}}$;

3. $\int x \ln\sqrt{x-1}\, dx$; **4.** $\int \frac{x^2+1}{x^3-x^2} dx$; **5.** $\int \sin^4 3x\, dx$.

6. $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$. **7.** $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x}$. **8.** $y' = \frac{2xy}{x^2+3}$.

9. $y''+y'+y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=-1$.

10. $z = x^3 y + \ln(9x - 5y)$.

11. $z = \ln(x^2 - y^2)$, де $x = \sqrt{u+v},\ y = u^2 + v^2$.

12. $u = y^3 + x^2 y^3 - 3x^2\sqrt{y} + 5z + 6,\ M_0(-2;-3;1),\ M(1;1;2)$.

13. $D:\ y = x^2 - 4,\ x - y + 8 = 0$.

14. $V: 3x + y + 3z - 6 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ x = e^t(\cos t + \sin t),\ y = e^t(\cos t - \sin t),\ \pi/6 \le t \le \pi/4$.

Варіант № 11

1. $\int (2x^{11} - \frac{1}{x+7} + 3\sin 6x + \frac{7}{x^2+64})dx$; **2.** $\int \frac{e^{arctgx} + x}{1+x^2} dx$;

3. $\int e^{-3x}(2-9x)\,dx$; **4.** $\int \frac{x^2+2}{(x+1)^2(x-1)} dx$; **5.** $\int ctg^3 x\,dx$.

6. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{9+\sin^2 x} dx$.

7. $\int_0^{e^{-1}} \frac{dx}{x\ln^2 x}$.

8. $(x^2+1)y' = y-5$.

9. $y''+8y'+16=0,\ y(0)=-1,\ y'(0)=3$.

10. $z = x^5\sqrt{y} + \sin(4x-5y)$.

11. $z = arctg(x^2y^2)$, де $x = \sin u - v,\ y = uv$.

12. $u = x^3 - 6x^2 - 4y^3x^2 + z^2 - 3,\ M_0(-4;-7;2),\ M(1;5;-1)$.

13. D: $y = x^2 - 9x + 10,\ y = 9x - 2x^2 - 14$.

14. V: $x + 3y + z - 6 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. L: $y = chx + 2,\ 0 \le x \le 1$.

Варіант № 12

1. $\int (2x^{15} - \frac{1}{x+4} + 3\cos 5x + \frac{3}{x^2+9})dx$; **2.** $\int \frac{x^2}{x^6+5} dx$;

3. $\int (2x+1)\ln\sqrt{x+1}\,dx$; **4.** $\int \frac{x-4}{(x-3)(x^2+2)} dx$; **5.** $\int \frac{dx}{\sin^2 x\cos^2 x}$.

6. $\int_0^{e} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$.

7. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}+5}$.

8. $y' = x^2e^{-x^3}$.

9. $y''-14y''+49y=0,\ y(0)=-2,\ y'(0)=1$.

10. $z = \sqrt[3]{y}\cdot x^4 + \sin(7x-2y)$.

11. $z = x\cdot\arcsin(xy)$, де $x = u+5v,\ y = uv^2$.

12. $u = 3x^3 - y^3 + x^2y - 9z + 7,\ M_0(1;-4;2),\ M(5;4;1)$.

13. D: $y = \frac{1}{2}\sqrt{x},\ y = \frac{1}{2x},\ x = 16$.

14. V: $3x + 6y + z - 18 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. L: $x = 2(2\cos t - \cos 2t),\ y = 2(2\sin t - \sin 2t),\ 0 \le t \le \pi/3$.

Варіант № 13

1. $\int (x^{14} - \frac{1}{x-8} + \sin 8x + \frac{3}{\sqrt{4-x^2}})dx$; **2.** $\int \frac{tgx\,dx}{\cos^2 x}$;

3. $\int \arccos 2x\,dx$; **4.** $\int \frac{x+3}{x^2-4}dx$; **5.** $\int \sin 3x \cos x\,dx$.

6. $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x}dx$. **7.** $\int_1^2 \frac{dx}{(x-3)(x-2)}$.

8. $(x+7)y' = y^2 + 1$. **9.** $y'' - 7y' + 10y = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1$.

10. $z = y^3x^4 + e^{9x-2y}$.

11. $z = \sqrt{x^2 + 2xy}$, де $x = u - \sqrt{v},\ y = 2u + v^2$.

12. $u = \frac{1}{3}y^3 + x^2y^3 - x + 2z^2 + 2,\ M_0(-2;3;1),\ M(2;5;1)$.

13. $D:\ xy = 1,\ x + y = 4$.

14. $V: 2x + y + 5z - 10 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ y = -\arccos x + \sqrt{1-x^2},\ 0 \le x \le \frac{9}{16}$.

Варіант № 14

1. $\int (x^{11} - \frac{1}{x+5} - \cos 9x + 5^{-4x})dx$; **2.** $\int x \cdot \sqrt[5]{3x^2 - 2}dx$;

3. $\int (3+2x)\ln x\,dx$; **4.** $\int \frac{2x-1}{x(x-1)^2}dx$; **5.** $\int \frac{(\sin^2 x + 1)dx}{\cos^2 x}$.

6. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$. **7.** $\int_1^{+\infty} \frac{x^3dx}{x^8+4}$.

8. $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$. **9.** $y'' - y' - 2y = 0,\ y(0) = -3, y'(0) = 2$.

10. $z = x^3y^2 + 2\sin(7x - 2y)$.

11. $z = x \cdot tg(x^2 + 3y)$, де $x = 2u + 7v,\ y = uv^{-2}$.

12. $u = 0.25x^4 - 2y^2 + 3xz^2 - 7,\ M_0(6;-6;-1),\ M(2;1;-1)$.

13. $D:\ y = (x-1)^2,\ y^2 = x - 1$.

14. $V: 4x + y + 2z - 8 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ x = 3t^2,\ y = 3t - t^3,\ 0 \le t \le 2$.

Варіант №15

1. $\int (x^{13} - \frac{5}{x+9} + \sin 3x + \frac{2}{x^2+25})dx$; **2.** $\int \frac{\cos x\, dx}{3-2\sin x}$;

3. $\int (5x-1)e^{2x}dx$; **4.** $\int \frac{2x-3}{x^3+x}dx$; **5.** $\int \sin^5 2x\, dx$.

6. $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$. **7.** $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{dx}{(x+6)^2}$.

8. $(x+xy)dy + (y-xy)dx = 0$. **9.** $y''+4y=0,\ y(0)=-1,\ y'(0)=1$.

10. $z = y^2x^5 - 3\ln(2x-3y)$.

11. $z = 3x^2 + \cos x \cdot \cos y$, де $x = 3^u + 3^v$, $y = u^2 + v$.

12. $u = 4x^3 + 4xy^2 - 3/\ y^2 - 3z + 7$, $M_0(-4;1;2)$, $M(2;1;3)$.

13. $D:\ 3x+2y-6=0,\ \ 3x^2-2y=0,\ y=0$.

14. $V: 2x+4y+z-8=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L:\ y = 1-\ln(x^2-1),\ 3 \le x \le 4$.

Варіант № 16

1. $\int (x^{15} - \sqrt{x+1} - \cos 4x + \frac{1}{x-3})dx$, **2.** $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}+4}}$;

3. $\int (5x-3)\cos 7x\, dx$; **4.** $\int \frac{x-2}{x^3+x}dx$; **5.** $\int \sin^3 3x\, dx$.

6. $\int\limits_{0}^{\pi/2} \cos^5 x \sin 2x\, dx$. **7.** $\int\limits_{-2}^{2} \frac{dx}{(x-1)^3}$.

8. $(y^2+1)dx - (x-2)dy = 0$. **9.** $y''+6y'+25y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=2$.

10. $z = x^7y^2 - 5\sin(7x-4y)$.

11. $z = e^{\sqrt{x^2+y^2}}$, де $x = u^3+v^3$, $y = 2u+5v$.

12. $u = 2x^3 - 3y^2x - 4xy + 5z + 2$, $M_0(2;-1;3)$, $M(3;4;1)$.

13. $D:\ y = (x-2)^3,\ y = 4x-8$.

14. $V: 6x+4y+3z-12=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L:\ x = 3(t-\sin t),\ y = 3(1-\cos t),\ 0 \le t \le 2\pi$.

Варіант № 17

1. $\int (x^{12} - \frac{2}{\cos^2 8x} - \sin 9x + \frac{1}{x+16})dx;$ **2.** $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)};$

3. $\int e^{-3x}(1-x)\,dx;$ **4.** $\int \frac{x+4}{(x+3)(x^2+1)}dx;$ **5.** $\int \frac{dx}{2+\cos x}.$

6. $\int_0^1 x\,e^{-x}\,dx.$ **7.** $\int_0^{+\infty} e^{-2x}dx.$ **8.** $3x^2ydx + 2\sqrt{9-x^3}dy = 0.$

9. $y''-13y'+36y=0,\ y(0)=-2,\ y'(0)=1.$

10. $z = x^5y^3 + 4\ln(6x-5y).$

11. $z = y\ln^2(x+y^2)$, де $x=\sin(uv),\ y=4u+5v.$

12. $z = x^3y^2 - 5x^2 + y + 3z^2,\ M_0(3;1;-2),\ M(2;5;1).$

13. $D:\ y=x^2,\ xy=8,\ x=6.$

14. $V: 4x+y+2z-8=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

15. $L:\ y=1-\ln\sin x, \frac{\pi}{3}\le x\le\frac{\pi}{2}.$

Варіант № 18

1. $\int (2x^8 - \cos 7x + \frac{1}{x+3} - 3e^{3x})dx;$ **2.** $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{9-\cos^2 x}};$

3. $\int (2x-1)e^{2x}\,dx;$ **4.** $\int \frac{x+4}{(x+1)(x^2-9)}dx;$ **5.** $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx.$

6. $\int_{1/e}^{2} \frac{dx}{x\ln^4 x}.$ **7.** $\int_4^{+\infty} \frac{xdx}{(x-3)^3}.$

8. $e^x(y+1)dx + ydy = 0.$ **9.** $y''+12y'+35y=0, y(0)=2, y'(0)=0.$

10. $z = x^3y^6 + 5\ln(8x-2y).$

11. $z = (x+y)arctg\sqrt{xy}$, де $x=\sqrt{u}-v^2,\ y=\cos(uv).$

12. $z = 5x^5 + y^2x - 4y^3 - 3z + 3,\ M_0(-1;-3;2),\ M(1;5;-1).$

13. $D:\ y=3\sqrt{x},\ y=\frac{3}{x},\ x=9.$

14. $V: 5x+y+10z-10=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

15. $L:\ x=5\cos^3 t,\ y=5\sin^3 t,\ 0\le t\le 2\pi.$

Варіант № 19

1. $\int (x^{17} - \sqrt{x-5} - 4\sin 5x + \frac{2}{x^2+49})dx$; **2.** $\int \frac{\sqrt{3+ctgx}dx}{\sin^2 x}$;

3. $\int \ln\sqrt{x-1}\,dx$; **4.** $\int \frac{x+1}{x^2+2x+10}dx$; **5.** $\int \frac{dx}{3+\cos x}$.

6. $\int_0^{\pi/6} x\cdot\cos 3x\,dx$. **7.** $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}$.

8. $xdy + y(x^2+7)dx = 0$. **9.** $y''-12y'+11y=0,\ y(0)=0, y'(0)=1$.

10. $z = x^2y^5 - \ln(2x+6y)$.

11. $z = \ln(x\cdot ctgy)$, де $x = uv^3,\ y = u^2+v^2$.

12. $z = 2x^3 - 3y^2x - 4xy + 2z + 3,\ M_0(2;-1;1), M(3;-2;2)$.

13. $D:\ y = 1-x^2,\ y = -1-x$.

14. $V: 5x+3y+3z-15=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L:\ y = 2 - \ln\cos x, 0 \le x \le \frac{\pi}{6}$.

Варіант № 20

1. $\int (x^{16} + 3\cos 11x + \frac{2}{x+4} - \sqrt{x+4})dx$; **2.** $\int \frac{dx}{x(2\ln x - 1)}$;

3. $\int (4x-3)e^{4x}dx$; **4.** $\int \frac{2x+1}{x^2-8x+12}dx$; **5.** $\int \frac{dx}{\sin 2x}$.

6. $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x+3}dx$. **7.** $\int_{-\infty}^4 \frac{dx}{(5-x)^2}$. **8.** $(x+1)^3dy - (y-2)^2dx = 0$.

9. $16y''+8y'+y=0,\ y(0)=-1,\ y'(0)=1$.

10. $z = x^2y^8 + 4\sin(4x+3y)$.

11. $z = \sqrt{x^3 + tg(xy)}$, де $x = tg(uv),\ y = u+3v^2$.

12. $u = 2x^3y^3 + x^2y^2 + x - z^2 + 2,\ M_0(-3;-1;2), M(2;3;1)$.

13. $D:\ y = 2x^2+6x-3,\ y = -x^2+x+5$.

14. $V: x+3y+z-9=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L:\ x = e^t(\cos t + \sin t),\ y = e^t(\cos t - \sin t), 0 \le t \le \pi$.

Варіант № 21

1. $\int (x^{20} - \frac{3}{x+4} + 3\sin 20x + 7^{2x})dx;$ **2.** $\int \frac{\sqrt{\arcsin x}\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$

3. $\int (x+5)\cos 2x dx;$ **4.** $\int \frac{x+2}{x^2-9x+18}dx;$ **5.** $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx.$

6. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2}dx.$ **7.** $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{(x+1)(x-2)}.$

8. $y' = (2y+1)ctgx.$ **9.** $y''+9y'+8y=0,\ y(0)=2,\ y'(0)=1.$

10. $z = x^3y^6 + \sin(5x-6y).$

11. $z = \frac{\ln(x-2y)}{\ln(y+2x)}$, де $x = u^2 - \sqrt{v},\ y = 3uv.$

12. $u = 2x^3y + xy^2 - y^2 + 5z^2 - 1,\ M_0(2;3;-1),\ M(2;-3;2).$

13. $D:\ x+y=2,\ y=x^3,\ y=0.$

14. $V: 2x+y+2z-6=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

15. $L:\ y=\ln(x^2-1),\ 2\le x\le 3.$

Варіант № 22

1. $\int (2x^{12} - \sqrt{x+5} + 3\cos 3x + \frac{2}{x-1})dx;$ **2.** $\int \frac{e^x\,dx}{\sqrt{e^{2x}+1}};$

3. $\int x^2 e^{-x}dx;$ **4.** $\int \frac{x+4}{x(x^2+1)}dx;$ **5.** $\int \sin 3x\cos 2x\,dx.$

6. $\int_{1}^{2} \frac{dx}{x(x+1)}.$ **7.** $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{(x+3)(x-2)}.$

8. $y(1+x^2)y' = (1+y^2).$ **9.** $y''-16y=0,\ y(0)=-1,\ y'(0)=1.$

10. $z = x^5y^3 + 2^{4x-7y}.$

11. $z = e^{2x}\cos y + e^{\sin y}$, де $x = u^2 - v^3,\ y = \sqrt{uv}.$

12. $u = x^2 - 5y^2x - \frac{2}{y^3} - 4z^2 + 3,\ M_0(2;3;-1),\ M(1;4;2).$

13. $D:\ y = x^2 - 8x + 18,\ \ y = -2x + 18.$

14. $V: x+4y+2z-4=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0.$

15. $L: x = t^3/3 - t,\ \ y = t^2+1,\ 0\le t\le\sqrt{3}.$

Варіант № 23

1. $\int (x^{22} - 3\cos 7x + \frac{2}{x+9} - 4^{3x})dx;$ **2.** $\int \frac{arctg^5 x}{x^2+1}dx;$

3. $\int \ln(x+2)\,dx;$ **4.** $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)};$ **5.** $\int tg^3 2x\,dx.$

6. $\int\limits_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x\ln^3 x}.$ **7.** $\int\limits_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2-x}.$ **8.** $x\sqrt{1-y^2}dx + \sqrt{1-x^2}dy = 0.$

9. $25y'' - 10y' + y = 0, y(0) = 2, y'(0) = -1.$

10. $z = x^5y^3 + \sin(3x - 5y).$

11. $z = tg^2 x \cdot arctg(xy)$, де $x = u^3v,\ y = 2u + v^2.$

12. $u = 0{,}5x^2 - 8xy^2 + y^3 + 2xz - 5,\ M_0(2;2;1), M(2;1;-1).$

13. $D: xy = 6,\ x + y - 7 = 0.$

14. $V: 3x + 2y + 6z - 6 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0.$

15. $L:\ y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}, 0 \le x \le \frac{7}{9}.$

Варіант № 24

1. $\int (x^{23} + \frac{4}{x-4} - 3\cos 2x + \frac{2}{\sqrt{4-x^2}})dx;$ **2.** $\int \frac{(\arccos 3x)^2 dx}{\sqrt{1-9x^2}};$

3. $\int \ln^2 x dx;$ **4.** $\int \frac{2x+1}{(x-1)(x^2+4)}dx;$ **5.** $\int \sin^3 x \cos^3 x\,dx.$

6. $\int\limits_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1}\,dx.$ **7.** $\int\limits_1^2 \frac{dx}{x\ln^3 x}.$

8. $y - xy' = 2(1 + x^2y').$ **9.** $y'' + y' + 2y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

10. $z = x^3y^7 + \cos(8x - 9y).$

11. $z = tgx + \frac{1}{y}$, де $x = u^v,\ y = u^2v.$

12. $u = 2y^3 - x^3 + x^4y^2 + 4z - 6,\ M_0(-2;3;1), M(2;1;2).$

13. $D: y = -x^2 - 3x + 2,\ y = -6 - x.$

14. $V: 3x + 4y + z - 12 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0.$

15. $L: x = 4(t - \sin t),\ y = 4(1 - \cos t),\ 0 \le t \le 2\pi.$

Варіант № 25

1. $\int (x^{14} - \sqrt{x+2} - 14\sin 2x + \dfrac{3}{x^2+100})dx$; **2.** $\int \dfrac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$;

3. $\int (3x-4)\sin 5x\, dx$; **4.** $\int \dfrac{x+2}{x^3-2x^2+x}dx$; **5.** $\int \cos^5 5x\, dx$.

6. $\int\limits_{\pi}^{2\pi} \dfrac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}dx$. **7.** $\int\limits_{1}^{e} \dfrac{dx}{x\sqrt{1-\ln x}}$.

8. $(y+x^2y)y' = 1+y^2$. **9.** $y''+y'+3y=0,\ y(0)=2,\ y'(0)=0$.

10. $z = y^2\sqrt{x} + \ln(9x+3y)$.

11. $z = \ln(x^3+2y^3) + \cos(xy)$, де $x = u\sin v,\ y = 3u-2v$.

12. $u = x^2y - y^3 + 4x^2y^2 + 2z + 9,\ M_0(3;2;-1),\ M(1;2;1)$.

13. $D: y = e^x,\ y = e^{2x},\ x = 1$.

14. $V: 8x+2y+2z-3=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L:\ y = \ln x,\ \sqrt{3} \le x \le \sqrt{5}$.

Варіант № 26

1. $\int (x^{15} + 4\cos 10x - \dfrac{2}{x^2+25} - \dfrac{1}{x-5})dx$; **2.** $\int \dfrac{\ln^2 x + 1}{x}dx$;

3. $\int (5x+3)e^{3x}dx$; **4.** $\int \dfrac{xdx}{(x^2-1)(x+2)}$; **5.** $\int \sin^2 \dfrac{5x}{2}\, dx$.

6. $\int\limits_{0}^{3} \dfrac{x^2}{\sqrt{x+1}}dx$. **7.** $\int\limits_{2}^{6} \dfrac{dx}{(x-4)^2}$.

8. $(x+1)dy - xydx = 0$. **9.** $y''-10y'+9y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=2$.

10. $z = x^2y^3 - 5\sin(3x-7y)$.

11. $z = \sqrt{x-y} + \ln(\cos xy)$, де $x = 4u-7v,\ y = \dfrac{u^2}{v^3}$.

12. $u = y^3 + x^2y - 5y^2 - 3z + 1,\ M_0(-3;2;1),\ M(2;1;-2)$.

13. $D: y = -x^2 + 8x + 3,\ y = 5x+3$.

14. $V: 4x+2y+z-4=0,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

15. $L: x = 4\cos^3 t,\ y = 4\sin^3 t,\ 0 \le t \le \pi/2$.

Варіант № 27

1. $\int (2x^{16} + 4\sin 10x - \frac{3}{x-3} + e^{-x})dx$; **2.** $\int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}}dx$;

3. $\int \arcsin 2x\, dx$; **4.** $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$; **5.** $\int \frac{\sin^2 x + 1}{\cos^2 x}\, dx$.

6. $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$. **7.** $\int\limits_{2}^{6} \frac{dx}{(x-4)^2}$.

8. $y' = (2x-1)ctgy$. **9.** $y'' - 5y' + 4y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = -1$.

10. $z = x^3y^5 + \cos(9x - 2y)$.

11. $z = e^x \sin(2x + y^2)$, де $x = \sqrt{u} \cdot v,\ y = 4u + 5v$.

12. $u = 5x^3 - y^2x + 3xy - 4z + 6,\ M_0(-2;-3;1),\ M(1;1;2)$.

13. $D: y = 3x^2 - x,\ y = -2x^2 + 4x$.

14. $V: 5x + 3y + 15z - 15 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L:\ y = -\ln\cos x,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{6}$.

Варіант № 28

1. $\int (2x^{27} - \frac{1}{x^2+4} - 3\cos 7x - \frac{4}{x+5})dx$; **2.** $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$;

3. $\int (2x+1)e^{-7x}\, dx$; **4.** $\int \frac{3x+2}{x(x^2+3)}dx$; **5.** $\int \sin^2 x \cos^3 x\, dx$.

6. $\int\limits_{0}^{1} \frac{x\,dx}{1+x^4}$. **7.** $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4}$. **8.** $(1+e^x)dy - e^x(y^2+1)dx = 0$.

9. $5y'' - 6y' + 5y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$.

10. $z = x^3y^7 + \ln(3x - 4y)$.

11. $z = tgx \cdot \ln(x^2 + y)$, де $x = tg(uv),\ y = 2u - 5v$.

12. $u = 4x^3 - 5y^2x^2 + 3y - 5z + 7,\ M_0(3;-2;2),\ M(1;4;-1)$.

13. $D: y = 3x^2 - x,\ y = -2x^2 + 4x$.

14. $V: 6x + 2y + z - 8 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

15. $L: x = 1 - e^t,\ y = 1 + e^t,\ 0 \le t \le 1$.

Варіант № 29

1. $\int (x^{18} - \frac{1}{x-28} - 2\sin 8x - \frac{4}{\cos^2 3x})dx;$ **2.** $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos x + 1}};$

3. $\int (x + \frac{1}{2})\ln(x+1)\,dx;$ **4.** $\int \frac{(x-3)}{x^3 - x^2}dx;$ **5.** $\int \sin^4 3x\,dx.$

6. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{4+\ln x}}.$ **7.** $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}.$ **8.** $(1+y^2)dx - (y + yx^2)dy = 0.$

9. $y'' + 2y' + 5y = 0,\ y(0) = 3,\ y'(0) = 0.$

10. $z = x^4 y - 7\ln(7x - 6y).$

11. $z = 3^{x-y}\sin(x^2 - y^2)$, де $x = \frac{\sqrt{v}}{u},\ y = \cos(u+v).$

12. $u = 2y^4 - 3x^2 y + x^3 - 3z + 6,\ M_0(3;0;1),\ M(2;3;-1).$

13. $D: y = x^2 - 4x + 8,\quad y = -2x^2 - 3x = 10.$

14. $V: 2x + 3y + z - 6 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0.$

15. $L:\ y = \ln 7 - \ln x, \sqrt{3} \le x \le \sqrt{8}.$

Варіант № 30

1. $\int (x^{19} + \frac{4}{x-2} - 2\cos 12x - \sqrt{x-19})dx;$ **2.** $\int \frac{x^2}{x^6 + 5}dx;$

3. $\int e^{-3x}(2 - 9x)\,dx;$ **4.** $\int \frac{x-4}{(x-3)(x^2+5)}dx;$ **5.** $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}.$

6. $\int_9^{16} \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+1}.$ **7.** $\int_2^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x^3 - 7}}.$

8. $y' = (3y + 2)tgx.$ **9.** $y'' + 2y' - 8y = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = -1.$

10. $z = x^4 y^3 + \sin(7x - 6y).$

11. $z = tg(x\cos y) - \sqrt{y}$, де $x = \ln\frac{u}{v},\ y = u + 6v.$

12. $u = 5x^2 - 6y^3 x + y^2 - 2z + 8,\ M_0(0;3;-1),\ M(3;2;1).$

13. $D: y = -x^2 + 2x + 3,\ y = 7x - 3.$

14. $V: 3x + 7y + 21z - 21 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0.$

15. $L: x = \cos t - t\sin t,\ y = \sin t + t\cos t,\ 0 \le t \le \pi.$