

## Розрахункова робота «Інтеграл та їх застосування»

### Варіант 1

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{19} + \frac{4}{x-2} - 2\cos 12x - \sqrt{x-19}) dx$ , b)  $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+3) dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{7x+10}$ ; d)  $\int \operatorname{tg} 3x dx$ ;

2.  $\int \frac{\ln^2 x - 5 \ln x}{x} dx$ ; 3.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+4}}$ ;

4.  $\int x \cdot \sin 2x dx$ ; 5.  $\int \operatorname{arctg} x dx$ ; 6.  $\int \frac{(4x-1) dx}{x(x^2+x-2)}$ ; 7.  $\int \frac{x^3 - 2x^2 - 3x - 8}{x^3 + 4x} dx$ ;

8.  $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}$ ; 10.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2 - \sqrt{x-2}}}$ ; 11.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\pi} \sqrt{2 + \sin x} \cdot \cos x dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{-\infty}^4 \frac{dx}{(5-x)^2}$ ; б)  $\int_0^1 x \ln x dx$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2 - 2x$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = \cos \varphi + \sin \varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = -x^2 + 5x - 6$ ,  $y = 0$ .

### Варіант 2

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{18} - \frac{1}{x-28} - 2\sin 8x - \frac{4}{\cos^2 3x}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt{x} + x^3 \cdot e^x + x^2}{x^3} dx$ ; c)  $\int 5^{4x} dx$ ; d)  $\int \frac{dx}{3x^2 + 2}$ ;

2.  $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 5} dx$ ; 3.  $\int \frac{\ln(\operatorname{tg} x) dx}{\sin x \cdot \cos x}$ ;

4.  $\int (5x+2) \cdot \cos x dx$ ; 5.  $\int x \cdot \arcsin 3x dx$ ; 6.  $\int \frac{2x^4 - 2x^2 - 1}{x^3 + x} dx$ ;

7.  $\int \frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 8} dx$ ; 8.  $\int \sin^3 2x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{2 + \cos x}$ ; 10.  $\int \sqrt{9 - x^2} dx$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2 + x + 1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_1^e \frac{\ln^3 x + \sqrt[3]{\ln x + 1}}{x} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ ; б)  $\int_0^1 \frac{dx}{x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = (x-2)^3$ ,  $y = 4x - 8$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t \end{cases}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 3 \sin x$ ,  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .

### Варіант 3

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (2x^{27} - \frac{1}{x^2 + 4} - 3\cos 7x - \frac{4}{x+5}) dx$ ; b)  $\int \frac{(1-x)^2}{x \cdot \sqrt{x}} dx$ ; c)  $\int \operatorname{ctg} 9x dx$ ; d)  $\int \sin^2 5x dx$ ;

2.  $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$ ; 3.  $\int \frac{xdx}{\sqrt{9-x^2}}$ ;

4.  $\int x \cdot 3^{-x} dx$ ; 5.  $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^2 + 2x - 3}{(x^2 - 1)(x+1)} dx$ ;

7.  $\int \frac{x^2 + 3}{x^3 - x^2 + x} dx$ ; 8.  $\int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}\sqrt{x}}$ ; 10.  $\int \sqrt{4+x^2} dx$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x - \sqrt{x^2 - x + 1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ ; б)  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = (x+1)^2$ ,  $y^2 = x+1$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = a(1 + \sin \varphi)$ ,  $a > 0$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $2x - x^2 - y = 0$ ,  $2x^2 - 4x + y = 0$ .

### Варіант 4

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (2x^{16} + 4\sin 10x - \frac{3}{x-3} + e^{-x}) dx$ ; b)  $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}$ ; d)  $\int (3x+7)^8 dx$ ;

2.  $\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+1}} dx$ ; 3.  $\int \cos^7 2x \cdot \sin 2x dx$ ;

4.  $\int \ln 5x dx$ ; 5.  $\int (3-x) \cdot 4^x dx$ ; 6.  $\int \frac{x^2 + 2}{(x^2 + 2x)(x-1)} dx$ ;

7.  $\int \frac{x^2 + x + 4}{x(x^2 + 2)} dx$ ; 8.  $\int \operatorname{tg}^4 x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{5-4\cos x}$ ; 10.  $\int \frac{8-x}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx$ ; 11.  $\int x^5 \cdot \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$ ;

12.  $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_{-2}^{-1} \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/2} \operatorname{ctg} x dx$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = 2x - x^2 + 3$ ,  $y = x^2 - 4x + 3$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{7}{9}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 5\cos x$ ,  $y = \cos x$ ,  $x = 0$ ,  $x \geq 0$ .

**Варіант 5**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{15} + 4\cos 10x - \frac{2}{x^2 + 25} - \frac{1}{x-5}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt{x} \cdot 4^x - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$ ; c)  $\int 2^{6x-7} dx$ ; d)  $\int \sqrt[3]{8x-3} dx$ ;

2.  $\int \frac{dx}{\arccos x \cdot \sqrt{1-x^2}}$ ; 3.  $\int \frac{x}{(5-3x^2)} dx$ ;

4.  $\int \ln 5x dx$ ; 5.  $\int (3-x) \cdot 4^x dx$ ; 6.  $\int \frac{x^2+2}{(x^2+2x)(x-1)} dx$ ;

7.  $\int \frac{x^2+x+4}{x(x^2+2)} dx$ ; 8.  $\int \operatorname{tg}^4 x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{5-4x}$ ; 10.  $\int \frac{8-x}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2+x+1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^3 x - \sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{\infty} x \sin x dx$  б)  $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $xy=8$ ,  $y=9-x$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $y=e^{1-x}$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x=1$ .**Варіант 6**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{14} - \frac{1}{x-3} - 14\sin 2x + \frac{3}{x^2+100}) dx$ ; b)  $\int (\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} - \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^4}) dx$ ; c)  $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{7} dx$ ; d)  $\int (5x-7)^{12} dx$ ;

2.  $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$ ; 3.  $\int \frac{x}{2x^4+7} dx$ ;

4.  $\int x \cdot \cos 5x dx$ ; 5.  $\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^4+2x-1}{x^3+9x} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^2+1}{x^3-2x^2+x} dx$ ;

8.  $\int \sin^3 3x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$ ; 10.  $\int \frac{3x+4}{\sqrt{6x-x^2-8}} dx$ ; 11.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-4)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-3x+2}}$

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 4} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2+x+1}$ ; б)  $\int_0^1 \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y=\sqrt{e^x-1}$ ,  $y=0$ ,  $x=\ln 2$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 4e^{\frac{4\varphi}{3}}$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $y=1-x^2$ ,  $x=0$ ,  $x=\sqrt{y-2}$ ,  $x=1$ .

### Варіант 7

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{23} + \frac{4}{x-4} - 3\cos 2x + \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}) dx$ ; б)  $\int \frac{3x^2 + x^4}{x^3} dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{\cos^2(5x-2)}$ ; д)  $\int (6x-5)^{14} dx$ ;

2.  $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$ ; 3.  $\int x \cdot \sqrt{4-9x^2} dx$ ; 4.  $\int \arccos 2x dx$ ; 5.  $\int (2-3x) \cdot \sin 3x dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x-2)(x^2-4)} dx$ ;

7.  $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 + 1} dx$ ; 8.  $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$ ;

9.  $\int \frac{\operatorname{tg} x}{3\cos^2 x + 5\sin^2 x} dx$ ; 10.  $\int \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[4]{x+1}} dx$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1+4x^2)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}$

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x dx}{1+\sin^2 x}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2+2x+2}$ ; б)  $\int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2 - 4x + 2$ ,  $y = 8x - x^2 - 8$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 5(1 - \cos \varphi)$ ,  $-\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^2$ ,  $y = 1$ ,  $x = 2$ .

### Варіант 8

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{22} - 3\cos 7x + \frac{2}{x+9} - 4^{3x}) dx$ ; б)  $\int \frac{3x^2}{x^2+x^4} dx$ ; в)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ ; д)  $\int \sqrt[5]{7x-5} dx$ ;

2.  $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$ ; 3.  $\int x \cdot \sqrt{4-9x^2} dx$ ; 4.  $\int \arccos 2x dx$ ;

5.  $\int (2-3x) \cdot \sin 3x dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x-2)(x^2-4)} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 + 1} dx$ ; 8.  $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$ ;

9.  $\int \frac{\operatorname{tg} x}{3\cos^2 x + 5\sin^2 x} dx$ ; 10.  $\int \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[4]{x+1}} dx$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x-\sqrt{x^2-x+1}}$

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ ; б)  $\int_{0.5}^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2 - 9x + 10$ ,  $y = 9x - 2x^2 - 14$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = \sqrt{2}e^\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 3x - 2$ ,  $y = 2x - 1$ ,  $x = 3$ .

### Варіант 9

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (2x^{12} - \sqrt{x+5} + 3\cos 3x + \frac{2}{x-1}) dx$ ; b)  $\int \frac{(1+x)^2}{x^3+x^2} dx$ ; c)  $\int \cos \frac{x}{10} dx$ ; d)  $\int (4x-9)^5 dx$ ;  
2.  $\int \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\sin^2 x} dx$ ; 3.  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ ; 4.  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x^5}} dx$ ;  
5.  $\int x^2 \cdot \sin 4x dx$ ; 6.  $\int \frac{x^2 - x + 2}{(x-2)^2(x+4)} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^3}{x^3-8} dx$ ; 8.  $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$ ; 9.  $\int \operatorname{ctg}^3 5x dx$ ; 10.  $\int \frac{5x+3}{\sqrt{5+4x-x^2}} dx$ ;  
11.  $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+3}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{3 + \sin^2 x} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+8}$ ; б)  $\int_3^6 \frac{dx}{x^2-7x+10}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = 2x^2 + 7x - 3$ ,  $y = 10 - (x+1)^2$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $y^2 = 4x$ ,  $y^2 = x^3$ .

### Варіант 10

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{20} - \frac{3}{x+4} + 3\sin 20x + 7^{2x}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}} dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{10x^2-20}$ ; d)  $\int \sqrt[6]{(5x-8)} dx$ ;  
2.  $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x^2+5}}$ ; 3.  $\int \frac{\cos^3 x + \sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ ;  
4.  $\int (x+2) \cdot 2^{-x} dx$ ; 5.  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ ; 6.  $\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$ ; 7.  $\int \frac{x+4}{(x^2+4)(x-1)} dx$ ; 8.  $\int \sin 2x \cdot \sin^2 x dx$ ; 9.  
 $\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x + 5}$ ; 10.  $\int \sqrt{3-x^2} dx$ ; 11.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+16)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{1-\sqrt{1+x+x^2}}{x \cdot \sqrt{1+x+x^2}} dx$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^e \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_1^{+\infty} \frac{2x dx}{x^2+1}$ ; б)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ ,  $y = \frac{1}{2x}$ ,  $x = 16$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 2\sin \varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $y = e^{2x} - 1$ ,  $y = e^x + 1$ ,  $x = 0$ .

### Варіант 11

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{16} + 3\cos 11x + \frac{2}{x+4} - \sqrt{x+4})dx$ ; б)  $\int \frac{1-x}{\sqrt{x}-1}dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$ ; д)  $\int (4x-9)^{15}dx$ ;

2.  $\int \frac{2x dx}{\sqrt{4+x^2}}$ ; 3.  $\int (3+\cos^5 x)\sin x dx$ ;

4.  $\int \arcsin 4x dx$ ; 5.  $\int x \cdot \operatorname{tg}^2 x dx$ ; 6.  $\int \frac{2x}{(x^2+4x+3)(x+5)}dx$ ; 7.  $\int \frac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}dx$ ; 8.  $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx$ ;

9.  $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$ ; 10.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1} dx$ ; 11.  $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$ ; б)  $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $x=9-2y-y^2$ ,  $x=2y^2+7y-3$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ ,  $0 \leq \varphi \leq 3\pi$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y=x+2$ ,  $y=2-\sqrt{x}$ .

### Варіант 12

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. а)  $\int (x^{17} - \sqrt{x-5} - 4\sin 5x + \frac{2}{x^2+49})dx$ ; б)  $\int (\sqrt[3]{x}-2)(1+\sqrt{x})dx$ ; в)  $\int \frac{1+\cos^2 x}{\cos 2x+1} dx$ ; д)  $\int (5x+8)^{14} dx$ ;

2.  $\int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$ ; 3.  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ ;

4.  $\int x \cdot \cos 3x dx$ ; 5.  $\int \frac{\ln 4x}{\sqrt{x^5}} dx$ ; 6.  $\int \frac{dx}{(x+2)^2(x-1)}$ ; 7.  $\int \frac{1-3x}{x^3+x} dx$ ; 8.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$ ; 9.  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3+1}}$ ; 10.  $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx$ ;

11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$ ; 11.  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x \sqrt{2x^2-5x+3}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{1+\ln x}}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$ ; б)  $\int_{-2}^2 \frac{dx}{(x+2)^2}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y=(x-1)^2$ ,  $y^2=x-1$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $y=e^x+6$ ,  $\ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y=2x-x^2$ ,  $y=-x+2$ ,  $x=0$ .

**Варіант 13**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (2x^8 - \cos 7x + \frac{1}{x+3} - 3e^{3x}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2 + \sqrt[4]{x^5}}{x} dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{2-2\cos^2 x}$ ; d)  $\int \sqrt[3]{3x-7} dx$ ;

2.  $\int \frac{2x + (\arctg x)^2}{1+x^2} dx$ ; 3.  $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \cdot \ln x} dx$ ;

4.  $\int \frac{\lg x}{x^2} dx$ ; 5.  $\int \sin \sqrt{x} dx$ ; 6.  $\int \frac{(x^2+4)dx}{(x^2-1)(x+1)}$ ; 7.  $\int \frac{x^4+2x}{x^3+27} dx$ ; 8.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x + 2}$ ;

10.  $\int \frac{dx}{(\sqrt{x^2+1})^3}$ ; 11.  $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}}{x} dx$ ; 12.  $\int \frac{x dx}{(x+1)\sqrt{1-x-x^2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4+x^2}$ ; б)  $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $x = 4 - y^2$ ,  $x = y^2 - 2y$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $y = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 3}{4}$ ,  $0 \leq x \leq 2$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 2x - x^2$ ,  $y = -x + 2$ .

**Варіант 14**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{12} - \frac{2}{\cos^2 8x} - \sin 9x + \frac{1}{x+16}) dx$ ; b)  $\int \frac{(7-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{8x^2-18}$ ; d)  $\int \sqrt[4]{3x+8} dx$ ;

2.  $\int x \cdot \cos(x^2) dx$ ; 3.  $\int \frac{x + 4\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ;

4.  $\int (x-1) \cdot e^{2x} dx$ ; 5.  $\int \frac{x \cdot \arctg x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ ; 6.  $\int \frac{(4x-1)dx}{x^3+x^2-2x}$ ; 7.  $\int \frac{x^3-2x^2-3x+8}{x^3+4x} dx$ ; 8.  $\int \cos^5 x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{1-\sqrt[4]{x+1}}$ ;

10.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-16}}$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-16}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x \sin 2x dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^x dx$ ; б)  $\int_0^2 \frac{2x}{\sqrt{4-x^2}} dx$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $x = (y-2)^3$ ,  $x = 4y - 8$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}$ ,  $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^2$ ,  $y^2 - x = 0$ .

**Варіант 15**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{15} - \sqrt{x+1} - \cos 4x + \frac{1}{x-3}) dx$ ; б)  $\int \frac{5^x + \sqrt[3]{x^2} \cdot 3^x}{3^x} dx$ ; в)  $\int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$ ; д)  $\int (6x-5)^{15} dx$ ;

2.  $\int \sqrt{e^x - 1} dx$ ; 3.  $\int \frac{\ln x dx}{x - x \cdot \ln^2 x}$ ;

4.  $\int \sin 2x \cdot (x+1) dx$ ; 5.  $\int \ln(1-x) dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x+5)(x^2 - 25)} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 - 8} dx$ ; 8.  $\int \operatorname{ctg}^5 2x dx$ ;

9.  $\int \cos 4x \cdot \cos 7x dx$ ; 10.  $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x^2}}$ ; 12.  $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x} dx$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$  б)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $x = 4 - (y-1)^2$ ,  $x = y^2 - 4y + 3$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $y = \sqrt{e^{2x} - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{e^{2x} - 1}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$ .

**Варіант 16**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. а)  $\int (x^{13} - \frac{5}{x+9} + \sin 3x + \frac{2}{x^2 + 25}) dx$ ; б)  $\int \frac{(2-\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{16-8x^2}$ ; г)  $\int \sqrt[6]{3x-7} dx$ ;

2.  $\int \frac{4x+3}{(x-2)^2} dx$ ; 3.  $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{4-9^x}}$ ;

4.  $\int (2+x) \cdot e^{-x} dx$ ; 5.  $\int \ln(x^2 + 1) dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^4 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 5x} dx$ ; 8.  $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$ ; 9.

$\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ ; 10.  $\int \frac{(x-1)dx}{\sqrt{x^2 + 8x + 17}}$ ; 11.  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{x^2} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx$  б)  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 3 - x$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $y = \operatorname{arcsine}^{-x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 3x - 1$ .



### Варіант 17

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{11} - \frac{1}{x+5} - \cos 9x + 5^{-4x}) dx$ ; b)  $\int \frac{(x-2)^3}{\sqrt{x}} dx$ ; c)  $\int 3^x \cdot e^x dx$ ; d)  $\int (7x-9)^7 dx$ ;

2.  $\int x \cdot \sqrt{x+1} dx$ ; 3.  $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sin(\ln x)}{x} dx$ ;

4.  $\int x \cdot \cos 7x dx$ ; 5.  $\int \arctg \sqrt{x} dx$ ; 6.  $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x-4)}$ ; 7.  $\int \frac{dx}{x^4+x}$ ; 8.  $\int \cos 3x \cdot \cos 5x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{3\sin x - \cos x}$ ;

10.  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ ; 11.  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$ ; 12.  $\int \frac{x - \sqrt{x^2+3x+2}}{x + \sqrt{x^2+3x+2}} dx$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\pi/6} x \cdot \cos 3x dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$  б)  $\int_2^{10} \frac{dx}{\sqrt[3]{(2-x)^2}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y^2 = 2x+1$ ,  $y = x-1$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi$ ,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $xy = 4$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$ .

### Варіант 18

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{14} - \frac{1}{x-8} + \sin 8x + \frac{3}{\sqrt{4-x^2}}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{5^{3x}}$ ; d)  $\int \frac{dx}{10x^2-5}$ ; e)  $\int \sqrt[6]{(8x-9)} dx$ ;

2.  $\int e^x \cdot \sin e^x dx$ ; 3.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ ;

4.  $\int x \cdot \cos(3x-1) dx$ ; 5.  $\int x^2 \cdot \ln(x+1) dx$ ; 6.  $\int \frac{x^2+4x-2}{(x-1)(x^2+2x)} dx$ ; 7.  $\int \frac{x+3}{x^3+2x} dx$ ; 8.  $\int \sin^4 2x dx$ ;

9.  $\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$ ; 10.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+9)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{(1-\sqrt{1+x+x^2})^2}{x^2 \sqrt{1+x+x^2}} dx$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$ ; б)  $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = 6x - x^2 - 9$ ,  $y = x^2 - 4x + 3$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ ,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій  $(y-3)^2 + 3x = 0$ ,  $x = -3$ .

### Варіант 19

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (2x^{15} - \frac{1}{x+4} + 3\cos 5x + \frac{3}{x^2+9}) dx$  b)  $\int (\sqrt{x}-2)(\sqrt[3]{x}+3x+1) dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{12-6x^2}}$ ; d)  $\int \frac{\cos^2 x - 2}{\sin^2 x} dx$ ;  
2.  $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x}$ ; 3.  $\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ;  
4.  $\int \ln(x-3) dx$ ; 5.  $\int x^2 \cdot e^{-x} dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^2+2x-5}{(x-3)^2(x+5)} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^2}{x^4-16} dx$ ; 8.  $\int \frac{dx}{(1+\sqrt[4]{x}) \cdot \sqrt{x}}$ ; 9.  $\int \frac{dx}{\sin x - 2}$ ;  
10.  $\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt{1+x^2}}$ ; 11.  $\int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{x^2-3x+2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$ ; б)  $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = 62x - x^2$ ,  $y = -x$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = 4\cos^3 t, \\ y = 4\sin^3 t, \end{cases} \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ ,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = \sin^2 x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .

### Варіант 20

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (2x^{11} - \frac{1}{x+7} + 3\sin 6x + \frac{7}{x^2+64}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt{x-x^4} \cdot e^x + x^2}{x^4} dx$ ; d)  $\int \frac{dx}{\sin^2 11x}$ ; e)  $\int \sqrt[8]{(4x+5)} dx$ ;  
2.  $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{\sin^2 x}} dx$ ; 3.  $\int \frac{\ln(\arcsin x)}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}} dx$ ;  
4.  $\int (3x+5) \cdot e^{2x} dx$ ; 5.  $\int x \cdot \log_5 x dx$ ; 6.  $\int \frac{2x^4 - 2x^2 - 1}{x^3 - x} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 - x^2 + x} dx$ ; 8.  $\int \sin^2 5x \cdot \cos^2 5x dx$ ;  
9.  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ ; 10.  $\int \frac{\sqrt{x+4} dx}{1 + \sqrt[3]{x+4}}$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+9)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{(1 + \sqrt{x(x+1)})^2}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^1 \sin^3 x dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2/2} dx$ ; б)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2$ ,  $y = 3 - 2x$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ ,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y^2 = x^3$ ,  $x = 1$ .

**Варіант 21**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (3x^{10} - \frac{1}{x-10} + 3\cos 5x + e^{-3x}) dx$ ; b)  $\int (\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{x \cdot \sqrt{x}}{4}) dx$ ; c)  $\int \operatorname{ctg}^2 4x dx$ ; d)  $\int \sqrt[4]{4x-7} dx$ ;

2.  $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx$ ; 3.  $\int \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$ ;

4.  $\int (4x+1) \cdot e^{2x} dx$ ; 5.  $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$ ; 6.  $\int \frac{x-2}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx$ ; 7.  $\int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)} dx$ ; 8.  $\int \frac{dx}{3\sin x - 2\cos x}$ ;

9.  $\int \cos 2x \cdot \cos 6x dx$ ; 10.  $\int \frac{x \sqrt[3]{2+x}}{x+\sqrt[3]{2+x}} dx$ ; 11.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(4x^2-3)^3}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x-\sqrt{1-2x-x^2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln x}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$ ; б)  $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = \frac{1}{3}x^2$ ,  $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 8\cos\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $2x+2y-3=0$ .

**Варіант 22**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^{15} - \frac{1}{x+7} + \cos 5x - \sqrt[4]{x}) dx$  b)  $\int \frac{(2+\sqrt[3]{x})^2}{x} dx$ ; c)  $\int \operatorname{tg} 12x dx$ ; d)  $\int (5x+8)^{16} dx$ ;

2.  $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{2-x^3}} dx$ ; 3.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x (\operatorname{ctg} x - 1)^2}$ ;

4.  $\int x \cdot \cos \frac{x}{3} dx$ ; 5.  $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ ; 6.  $\int \frac{x-8}{x^3-4x^2+4x} dx$ ; 7.  $\int \frac{x^5}{x^4-16} dx$ ; 8.  $\int \sin \frac{1}{4}x \cdot \cos \frac{3}{4}x dx$  9.  $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$ ;

10.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+\sqrt[3]{x}}}$ ; 11.  $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{x^2+4}$ ; б)  $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y^2 = 16x$ ,  $y = 4x$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = 2(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2\sin t - \sin 2t), \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ ,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^3$ ,  $y = 8$ ,  $x = 0$ .

**Варіант 23**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^4 - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin 9x - \frac{3}{x-9}) dx$ ; b)  $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$ ; c)  $\int \frac{dx}{14x^2 - 7}$ ; d)  $\int \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} dx$ ; e)  $\int \sqrt[5]{7x-6} dx$ ;

2.  $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4 + \cos^2 x}} dx$ ; 3.  $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \ln^2 x}{x} dx$ ;

4.  $\int \frac{x-5}{e^x} dx$ ; 5.  $\int x \cdot \ln 2x dx$ ; 6.  $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 9x} dx$ ; 7.  $\int \frac{3x-2}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8} dx$ ; 8.  $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$ ;

9.  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx$ ; 10.  $\int \frac{\sqrt{x-1} + 1}{\sqrt{x-1} - 1} dx$ ; 11.  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^3}$ ; б)  $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $x = y^2$ ,  $x = \frac{3}{4}y^2 + 1$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t, \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$ ,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $x = \sqrt[3]{y-2}$ ,  $x=1$ ,  $y=1$ .

**Варіант 24**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^4 - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin 9x - \frac{3}{x-9}) dx$ ; b)  $\int \frac{\sqrt[4]{x^3} - 3\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}} dx$ ; c)  $\int \frac{\cos^2 x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} dx$ ; d)  $\int 7^{-12x} dx$ ; e)  $\int (5x-8)^7 dx$ ;

2.  $\int \frac{\operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} dx$ ; 3.  $\int \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ ;

4.  $\int (1-3x) \cdot \sin x dx$ ; 5.  $\int \ln^2 5x dx$ ; 6.  $\int \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{x^2 - 4x + 4} dx$ ; 7.  $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$ ; 8.  $\int \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx$ ;

9.  $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}}$ ; 10.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x}}$ ; 11.  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x^2+1}}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{x^2(x + \sqrt{x^2+1})}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 20}$ ; б)  $\int_0^{0.5} \frac{dx}{x \ln^2 x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = 3x - x^2 + 2$ ,  $y = x^2 - 5x + 2$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$ ,  $-\pi \leq t \leq -\pi/2$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = \sqrt{x+4}$ ,  $y = 2 - \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ .

**Варіант 25**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^9 - \frac{6}{x+5} + \cos 8x - \frac{2}{x^2+4}) dx$ ; b)  $\int \frac{x^2 e^x - x + 3\sqrt{x}}{x^2} dx$ ; c)  $\int (\frac{5}{\sin^2 x} - 2^{-3x}) dx$ ; d)  $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$  e)  $\int \frac{x dx}{x^2 + 5}$ ;

2.  $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2 - 3} dx$ ; 3.  $\int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$ ; 4.  $\int (2x-5) \cdot \sin x dx$ ; 5.  $\int x \cdot \arcsin 3x dx$ ; 6.  $\int \frac{3x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2(x+2)} dx$ ;

7.  $\int \frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 8} dx$ ; 8.  $\int \sin^3 2x dx$ ; 9.  $\int \frac{dx}{4 + \sin x}$ ; 10.  $\int \sqrt{4 - x^2} dx$ ; 11.  $\int \frac{dx}{x(1 + \sqrt[3]{x})^2}$ ; 12.  $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + x + 1}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1 + e^x}}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ ; б)  $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $y = x^2 + 7x + 1$ ,  $y = 5x + 4$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОУ фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$ .

**Варіант 26**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a)  $\int (x^7 - \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2+16} + \sin 6x - \frac{1}{x-6}) dx$ ; b)  $\int \frac{4x}{x^3+x} dx$ ; c)  $\int \frac{(x^3-1)dx}{1-x}$ ; d)  $\int \sqrt[4]{8x-5} dx$ ;

2.  $\int \frac{\ln x dx}{x(\ln x + 13)^7}$ ; 3.  $\int x \cdot \sqrt{3-4x^2} dx$ ; 4.  $\int \arccos 2x dx$ ; 5.  $\int (3-2x) \cdot \cos 5x dx$ ; 6.  $\int \frac{x^3-2}{x^3+4x} dx$ ;

7.  $\int \frac{3x^2+3x+10}{(x+1)(x^2+4)} dx$ ; 8.  $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$ ;

9.  $\int \frac{\operatorname{tg} x}{3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x} dx$ ; 10.  $\int \frac{(\sqrt{x}+3)}{x(\sqrt[3]{x}-4)} dx$ ; 11.  $\int x^3(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} dx$ ; 12.  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ .

2) Обчисліть визначений інтеграл  $\int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}$ .

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а)  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)^3}$ ; б)  $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}$ .

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями  $x = y^2 - 3y + 3$ ,  $x = 3y - y^2 - 1$ .

5) Знайдіть довжину дуги кривої  $\rho = 8 \cos \varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ .

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій  $y^2 = 6x$ ,  $y = \sqrt{6} x^2$