

Київський національний університет будівництва і архітектури
Кафедра геоінформатики і фотограмметрії

Л.2 Базові функції геопросторового аналізу. Метричні та топологічні функції

доц., к.т.н. Горковчук Ю.В.

FACULTY
Geoinformation
systems and territory
management



»» Загальна концепція просторового моделювання

- **Об'єкти (Objects) географічного простору (географічні об'єкти) – природні або штучні, цілісні і відносно стабільні географічні утворення, що характеризуються певним місцем розташування на поверхні Землі та участю у формуванні й зміні ландшафту**
- це засіб моделювання об'єкта реального світу
- термін «географічний» асоціюється з характеристикою «просторовий»



Географічний об'єкт (Feature) – це абстракція реального світу (ISO 19101)



- **растрова модель (rastr)** – модель просторових даних, що ґрунтується на способах квантування простору за допомогою регулярної сітки розмірністю $N \times M$, якій у відповідність ставиться прямокутна матриця такої ж розмірності, кожний елемент якої характеризується набором ознак, а його місцеположення номером рядка і стовпчика цієї матриці

Растрові файли можуть мати одне або декілька значень (атрибутів або груп), пов'язаних з кожною позицією комірки або пікселя

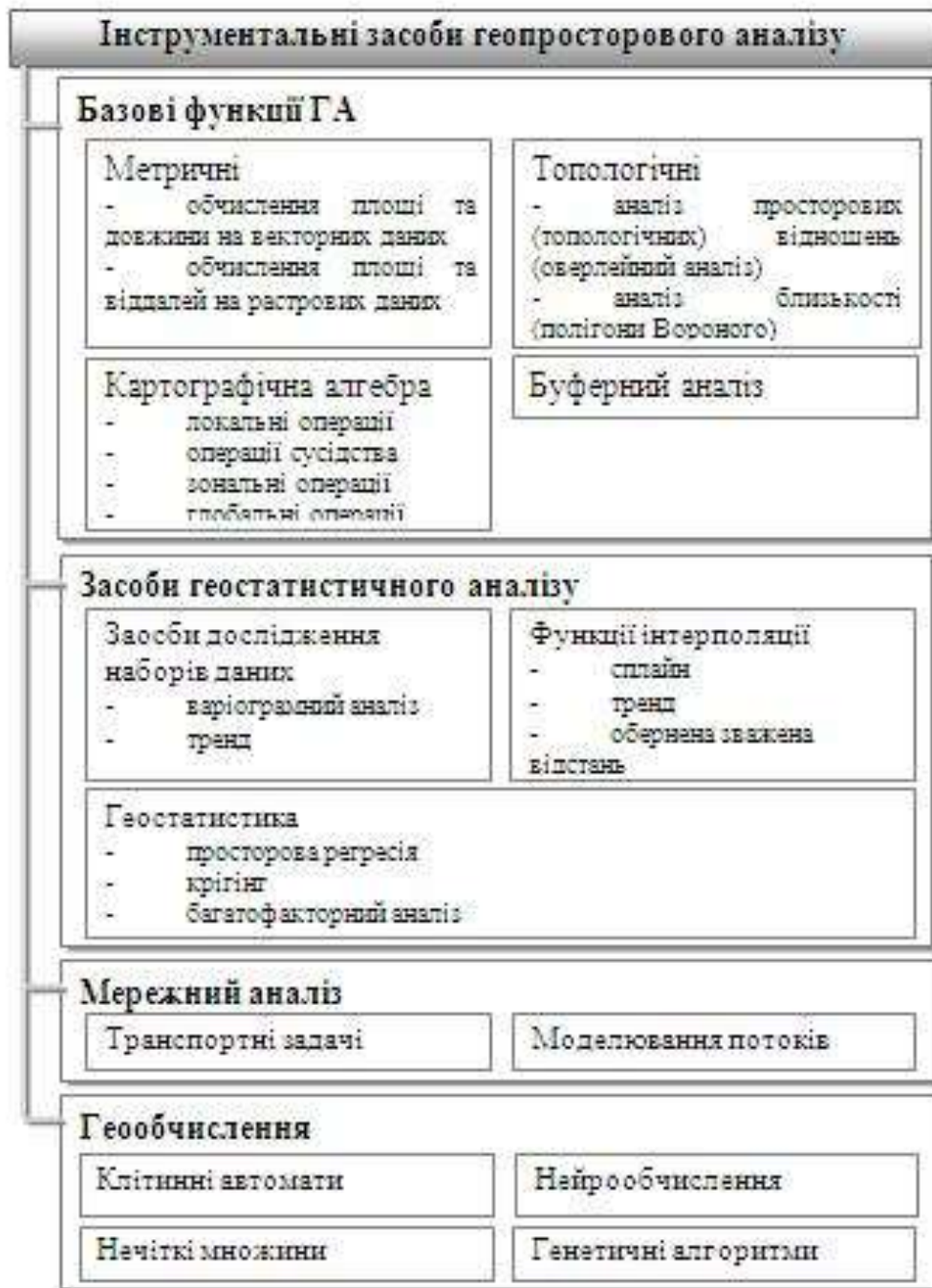
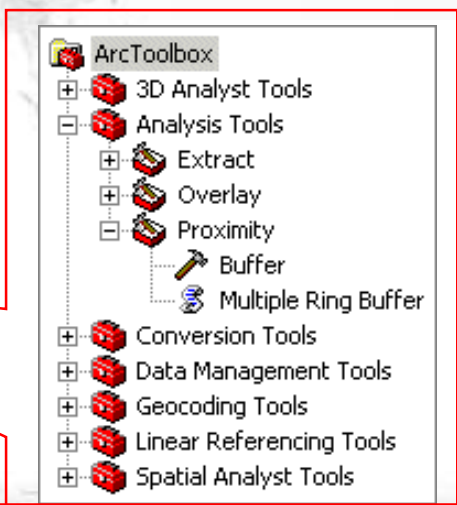
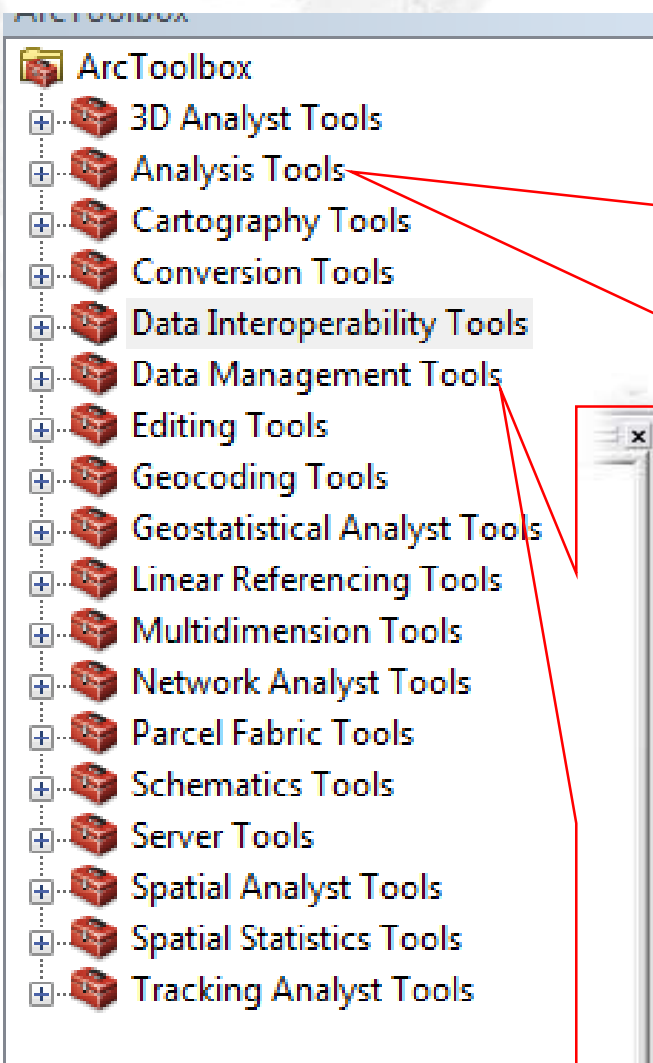
- **векторні дані (vector data)** - просторові дані, визначені в термінах границь та подані за допомогою конструктивних геометричних примітивів (*geometric primitive*) – геометричних об'єктів, що відображають окремі, зв'язані, гомогенні елементи простору

Векторне зберігання включає зберігання явної топології, що підвищує накладні витрати, проте зберігає тільки ті точки, які визначають об'єкти, та весь простір за межами цих об'єктів є "неіснуючим" (AGI)

Моделі даних	Приклади застосування
Графічна (без зберігання топології) (Graphical (non-topological))	Просте картографування
Зображення (Image)	Оброблення зображень, простий grid аналіз
Растр / сітка (Raster/grid)	Просторовий аналіз та моделювання, особливо в навколишньому середовищі
Вектор / Геореляційна топологія (Vector/Geo-relational topological)	Операції з векторними геометричними об'єктами в галузі картографії, соціально-економічному аналізі та моделюванні
Мережа (Network)	Мережевий аналіз в сфері логістики, гідрології та міського господарства
Поле	Візуалізація поверхні Землі
Об'єкт (Object)	Будь які операції з усіма сутностями (raster/vector/TIN тощо.)



Класифікація аналітичних засобів ГІС



Метричні функції

- **Довжина** - властивість, що характеризує лінійні просторові об'єкти. Значення довжини зберігається в базі даних або обчислюється.

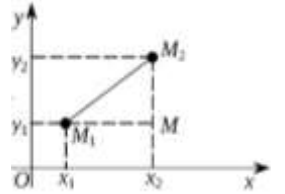
В метричному просторі відстань між двома точками можна знайти за формулою:

$$\rho(A, B) = \inf_{\gamma(A, B)} L(\gamma(A, B))$$

де $\gamma(A, B)$ - будь-яка крива, що з'єднує точки A та B,

$L(\gamma(A, B))$ - довжина цієї кривої.

- **Відстань** - ступінь віддаленості об'єктів один від одного - довжина траєкторії, яку можна пройти від однієї точки до іншої

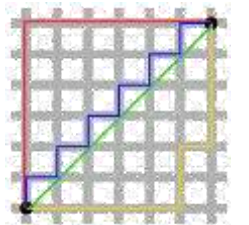


- Евклідова відстань

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

- Манхетенська відстань або відстань міських кварталів

$$d_{ij} = \sum_{i,j=1}^n |(x_i - x_j) + (y_i - y_j)|$$



Метричні функції

- Відстань на сфері

- Формула косинусу:

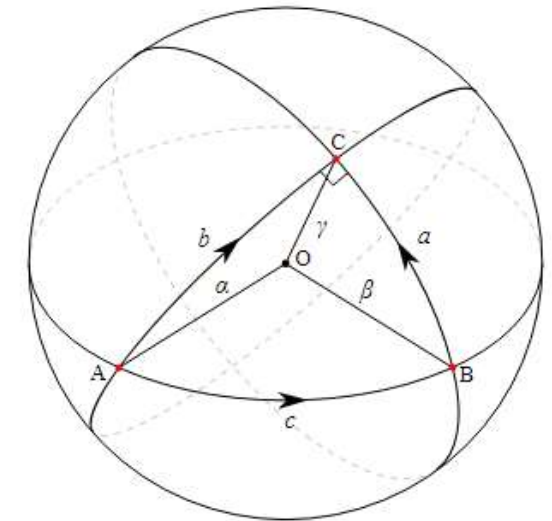
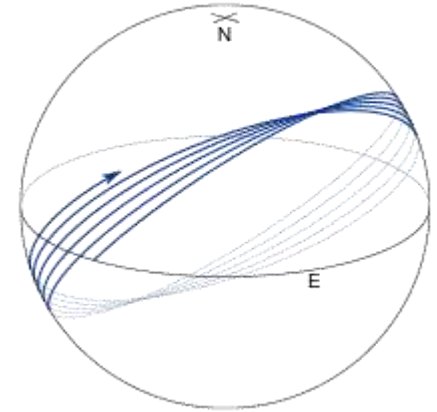
$$d_{ij} = R \cos^{-1}[\sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)]$$

- Haversine formula

$$d_{ij} = 2R \sin^{-1}\left(\sqrt{\sin^2(A) + \sin^2(B) \cos \phi_i \cos \phi_j}\right)$$

$$\text{де: } A = \frac{\phi_i - \phi_j}{2}, B = \frac{\lambda_i - \lambda_j}{2}$$

*R це радіус Землі (наприклад, середній радіус еліпсоїду WGS84)
(ϕ, λ) пари значень широта та довгота точок, що розглядаються*



Функція AREAINТ

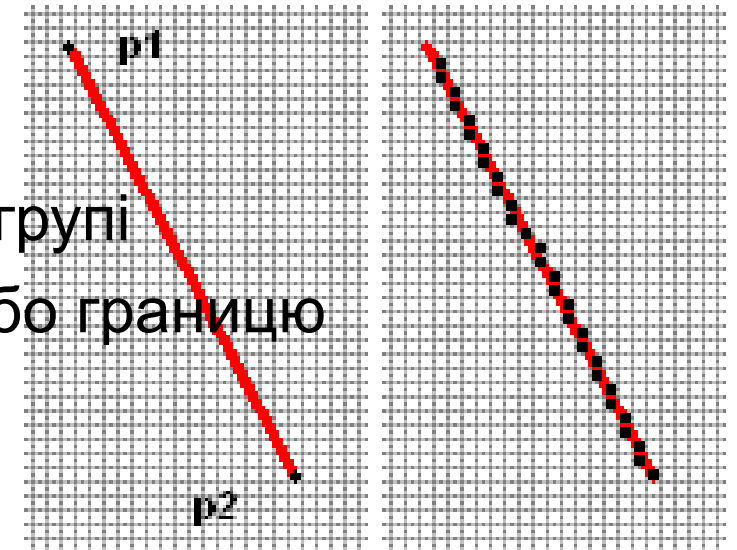
в інструментах

Mapping Toolbox [MATLab](#)

Метричні функції

Відстань на растрі

- довжина зовнішнього кордону кожної комірки в групі
- додавання кількості комірок, що містять лінію або границю
 - довжини ребра комірок, E .
 - довжина діагоналі приймається як $E\sqrt{2}$



- Для знаходження відстані до об'єкта розраховується матриця зі значенням найкоротшої відстані для кожної комірки

	■	
■	■	■
	■	

Хід тури

■		■
	■	
■		■

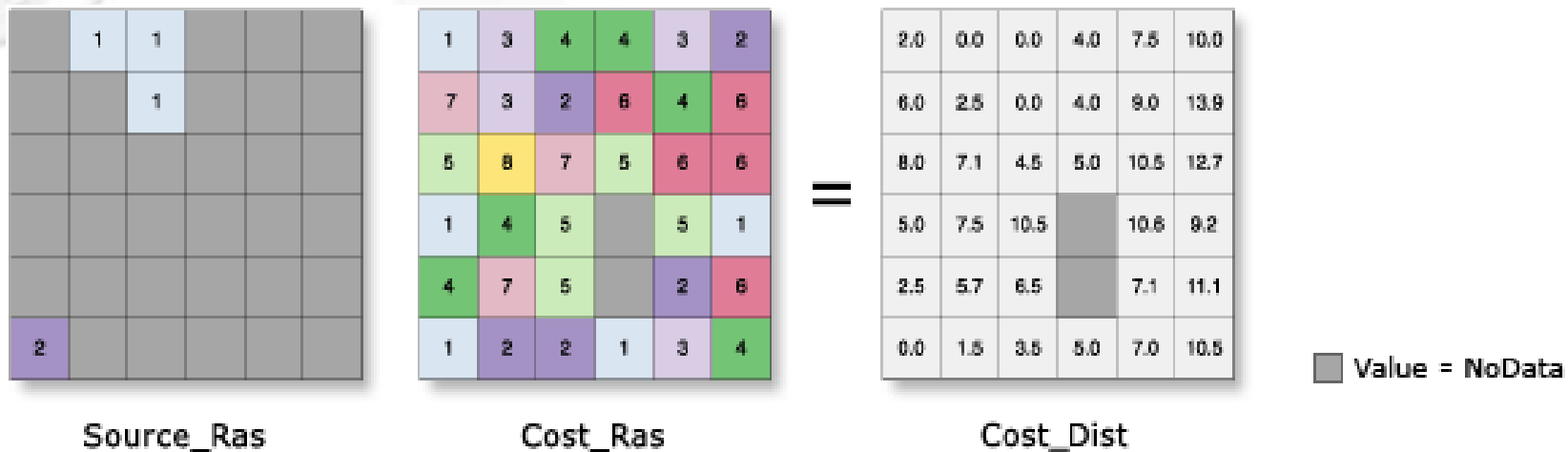
Хід королеви

1.41	1	1.41
1	0	1
1.41	1	1.41

Результат

Метричні функції

- Алгоритм інструменту Вартісна відстань (Cost Distance) ArcGIS



$$\text{accum_cost} = a2 + (\text{cost2} + \text{cost3}) / 2$$

де: cost2 - вартість комірки 2

cost3 - вартість комірки 3

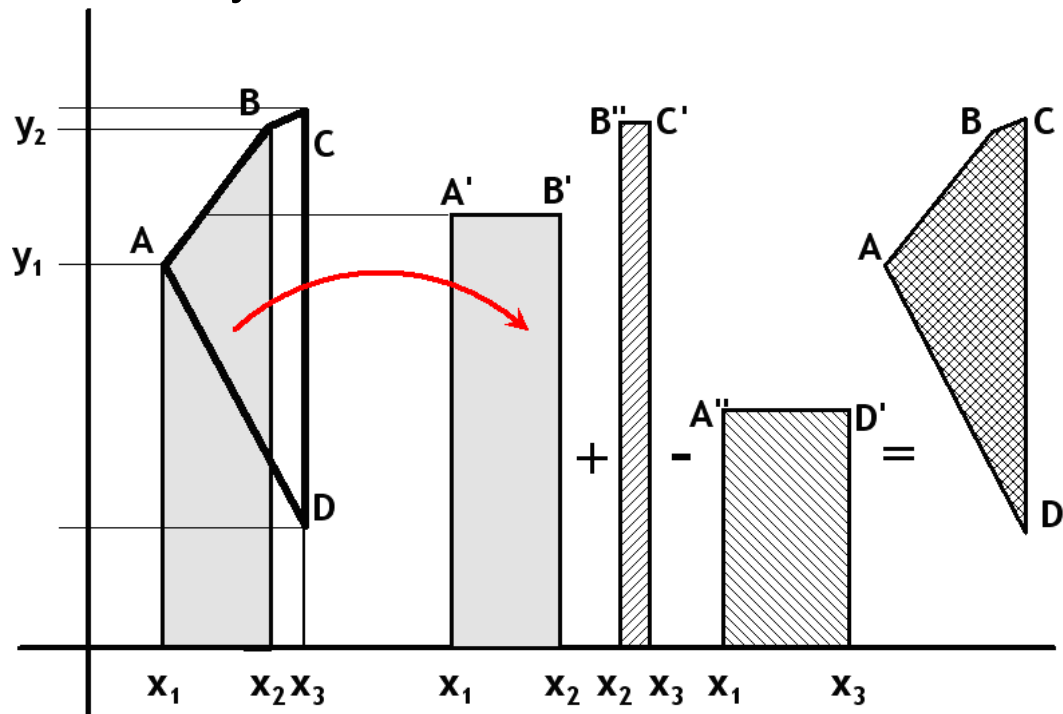
a2 - вартість переміщення з комірки 2 в комірку 3

accum_cost - сумарна вартість переміщення з комірки 3 в комірку 1

Метричні функції

Площа багатокутника (на площині)

Алгоритм Симпсона (Simpson Thomas) заснований на розбитті багатокутника на трапеції, обмежені лінійними сегментами меж полігону, перпендикулярами, опущеними з вершини сегменту на вісь X й вісь Y



$$S_{i,i+1} = \frac{1}{2} (x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)$$

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1})$$

Метричні функції

Площа багатокутника (на поверхні) – визначається на основі географічних координат (довготи та широти)

Площа прямокутника

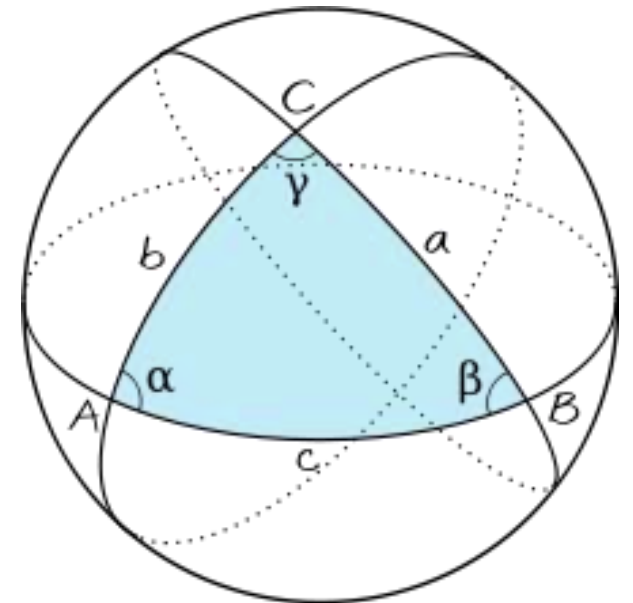
$$A = \frac{\pi}{180} |A_1 - A_2| |\lambda_1 - \lambda_2| R^2$$

Площа багатокутника

$$A = \left(\sum_i \theta_i - (n-2)\pi \right) R^2$$

де R радіус Землі, напр., 6378.137 км

θ_i - внутрішні кути полігону виміряні на кожній вершині, в радіанах



Функції AREAQUAD програмного продукту
[MATLab Mapping Toolbox \(MMT\)](#)

Метричні функції

Площа багатокутника

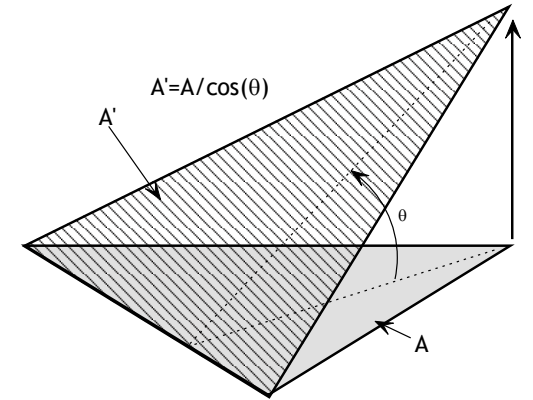
TIN модель:

- Площа трикутника, A
- Площа трикутника на поверхні, A'

$$A_j = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} +x_{2j}y_{1j} + x_{3j}y_{2j} + x_{1j}y_{3j} \\ -x_{1j}y_{2j} - x_{2j}y_{3j} - x_{3j}y_{1j} \end{pmatrix}$$

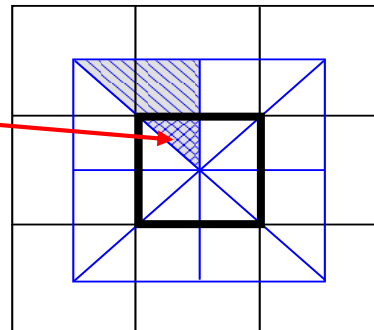
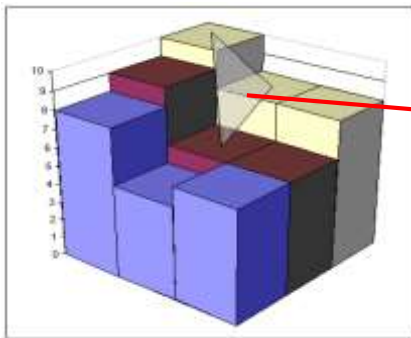
$$A' = A_j / \cos(\Theta_j)$$

$$A' = \frac{1}{2} \sqrt{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 & 1 \\ z_2 & x_2 & 1 \\ z_3 & x_3 & 1 \end{vmatrix}^2}$$



Grid модель:

- площа визначається за кількістю комірок в межах об'єкту



Метричні функції

- **Центр** – геометричний центр – точка (об'єкт), відстань від якої мінімальна до всіх інших точок (або об'єктів) множини

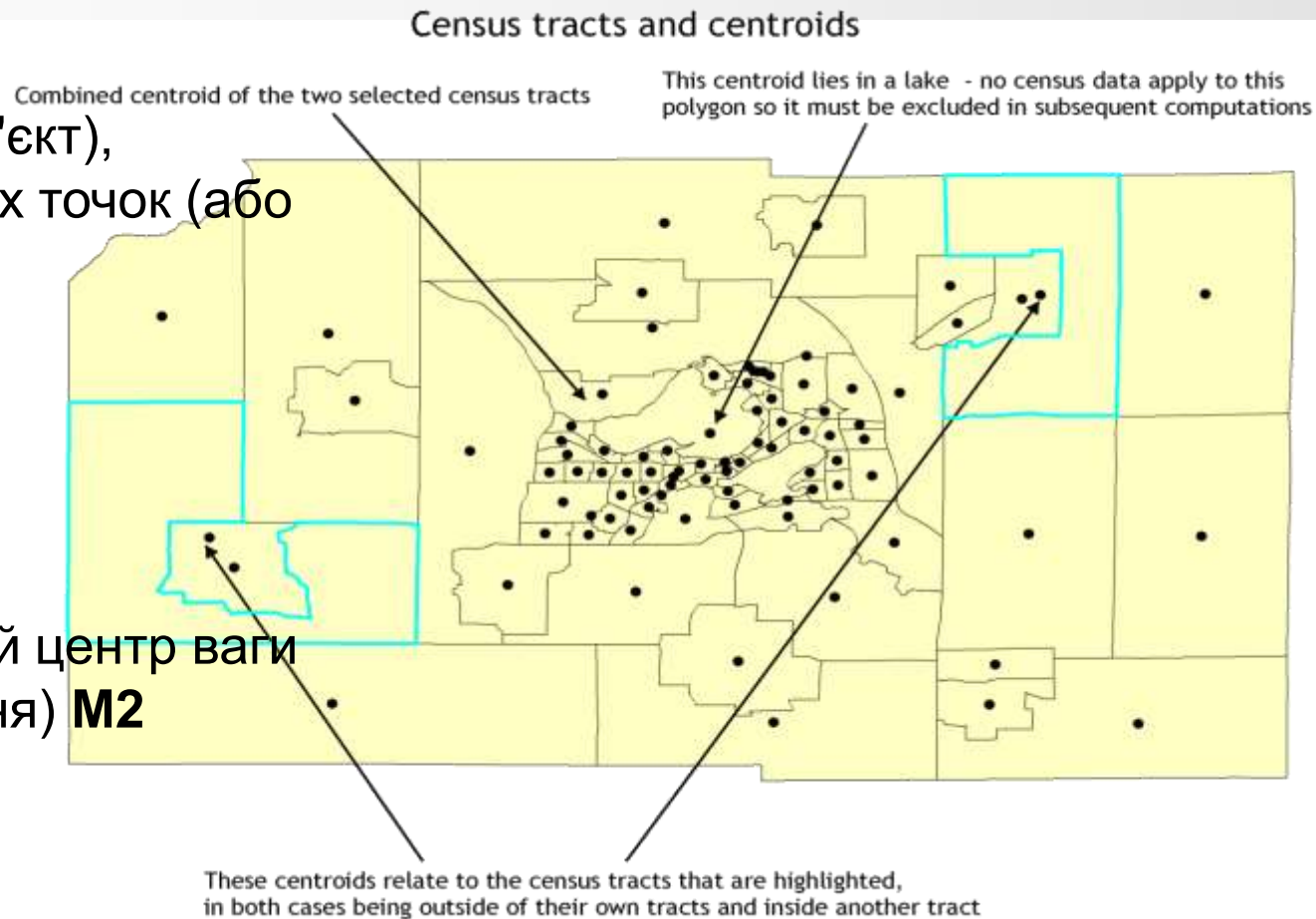
- Середній центр Mean Center **M1**

$$M1 = \left(\sum_i \frac{x_i}{n}, \sum_i \frac{y_i}{n} \right) = (\bar{x}, \bar{y})$$

- **Центроїд** – визначається як номінальний центр ваги об'єкту або набору об'єктів (центр тяжіння) **M2**

$$M2_x = \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1}y_i - x_i y_{i+1})(x_i + x_{i+1}) / 6A$$

$$M2_y = \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1}y_i - x_i y_{i+1})(y_i + y_{i+1}) / 6A$$



Метричні функції

- Прямокутник мінімального обмеження (Minimum Bounding Rectangle або MBR) **M3**

$$M3_x = [\max(x) - \min(x)] / 2$$

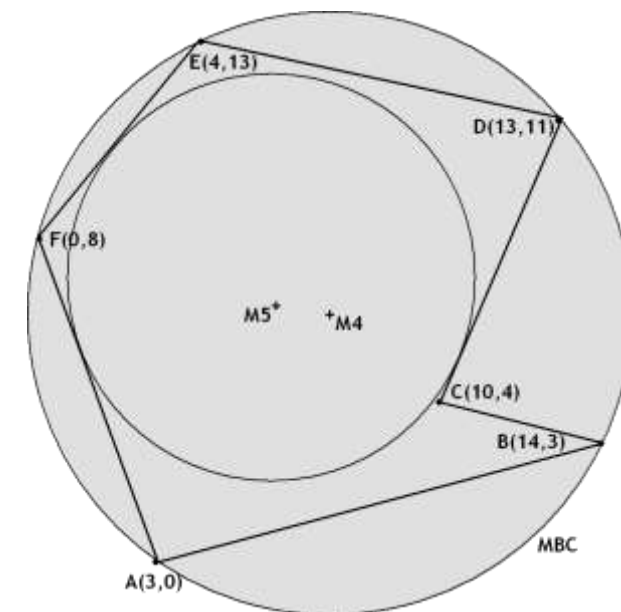
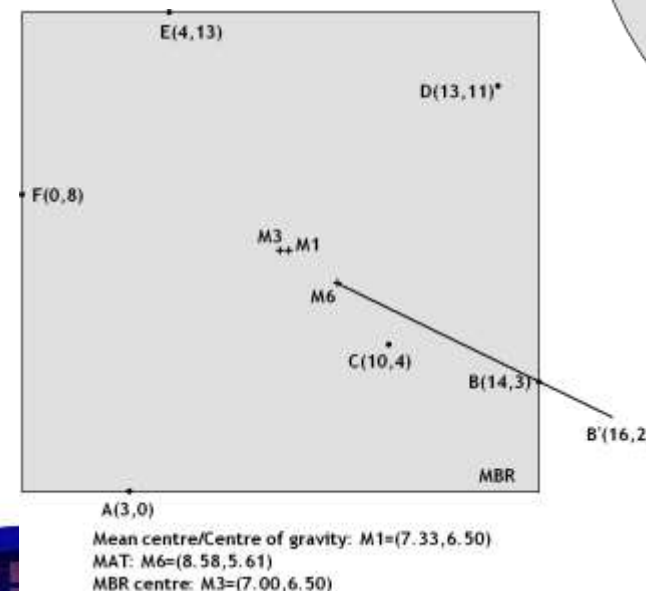
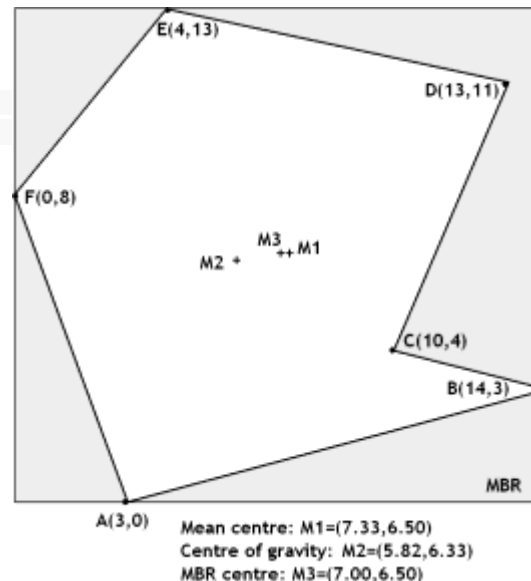
$$M3_y = [\max(y) - \min(y)] / 2$$

- Найменше коло, що покриває полігон, **M4**
- Найбільше коло, що вписане в полігон, **M5**
- Центр мінімального сукупного руху (Minimum Aggregate Travel (MAT)) **M6**

$$x_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i / d_{i,k}}{\sum_{i=1}^n w_i / d_{i,k}}$$

$$y_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i y_i / d_{i,k}}{\sum_{i=1}^n w_i / d_{i,k}}$$

де $d_{i,k}$ це оптимальна відстань від точки i^{th} до k^{th}

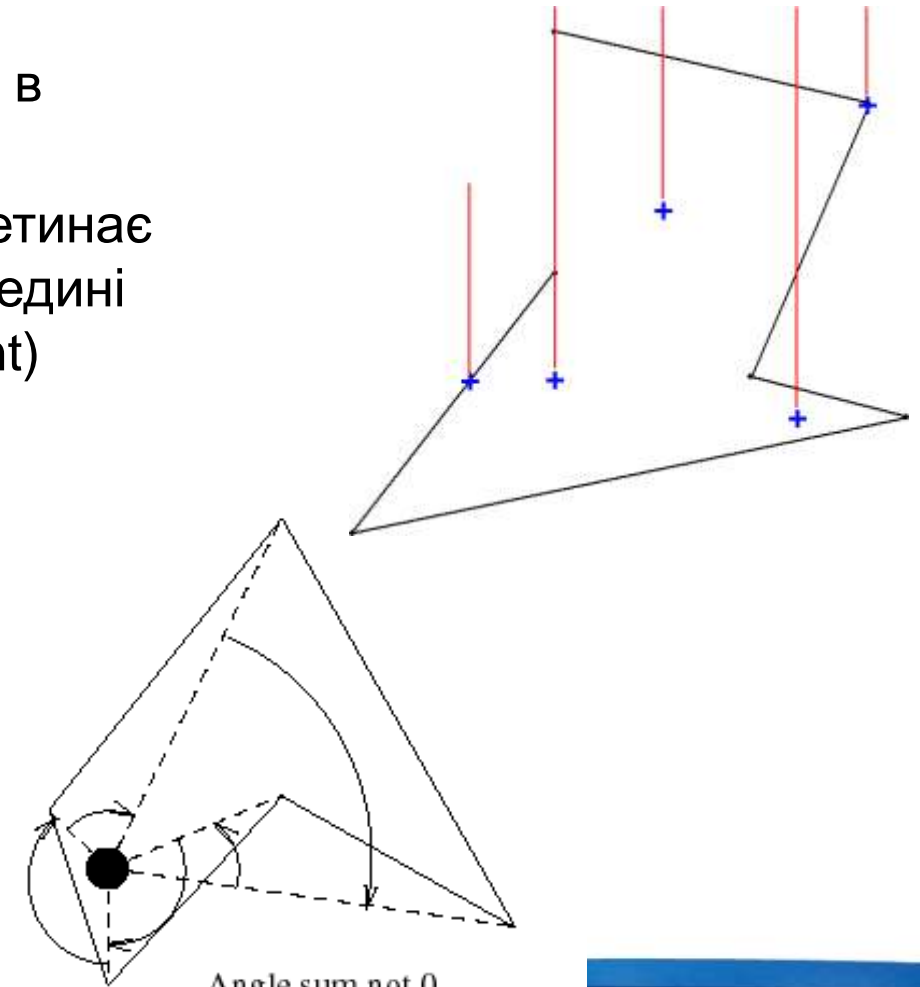


Топологічні функції

- **Вкладення** – перевірка чи розташована точка (об'єкт) в полігоні
 - **Алгоритм врахування перетину** - якщо лінія перетинає кордон непарне число разів, то точка лежить всередині полігону (semi-line algorithm, crossing number (count) algorithm або even-odd rule)
 - **Алгоритм обертання** – якщо сума кутів дорівнює нулю, то точка лежить за межами багатокутника

$$wn = \sum_{i=0}^{n-1} \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{pv}_i \cdot \mathbf{pv}_{i+1}}{|\mathbf{pv}_i| |\mathbf{pv}_{i+1}|} \right)$$

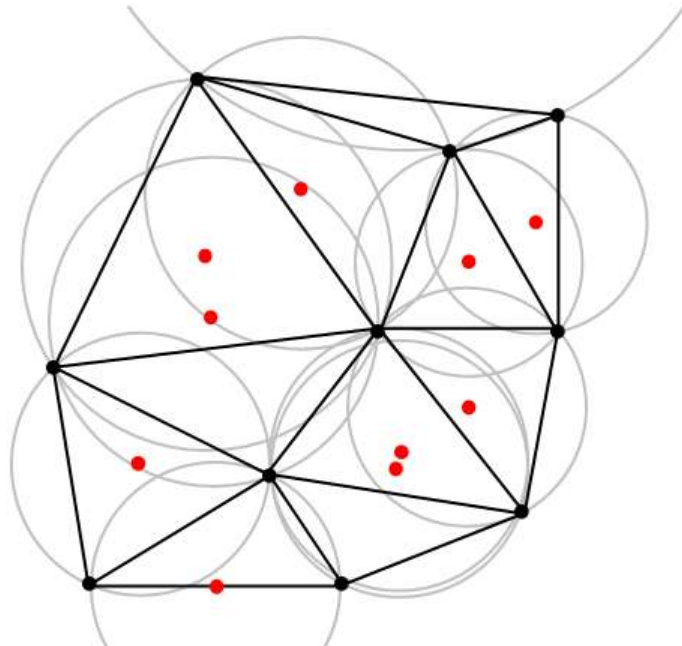
точка P знаходиться всередині багатокутника з вершинами $V_0, V_1, \dots, V_n = V_0$, обчисливши суму кутів між променями PV_{i-1} та PV_i (в радіанах та зі знаком)



Angle sum not 0,
so point is inside

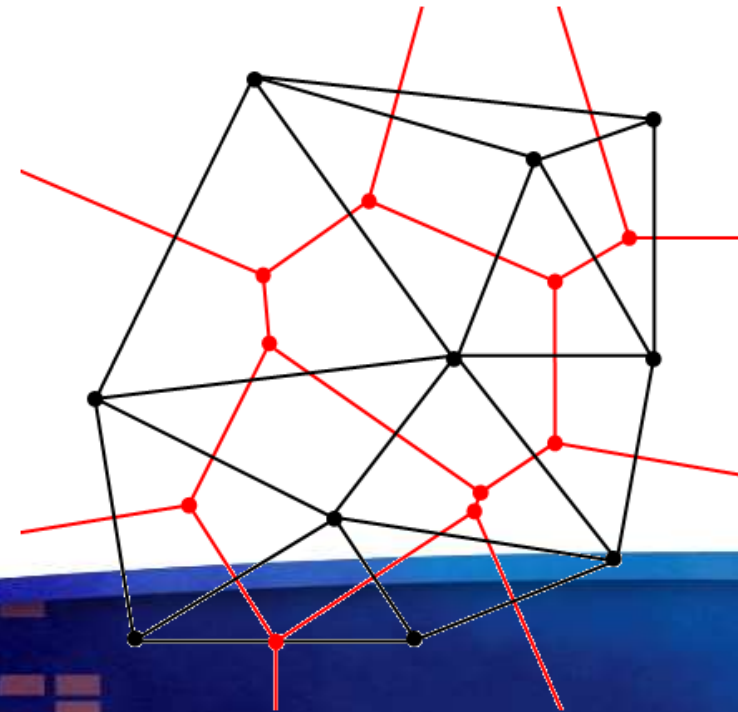
Топологічні функції

- **Триангуляція Делоне** для множини точок P на площині — це така триангуляція $DT(P)$, що жодна точка множини P не знаходиться всередині описаних довкола трикутників кіл в множині $DT(P)$.



Триангуляція Делоне зі всіма окружностями та їх центрами (червоні)

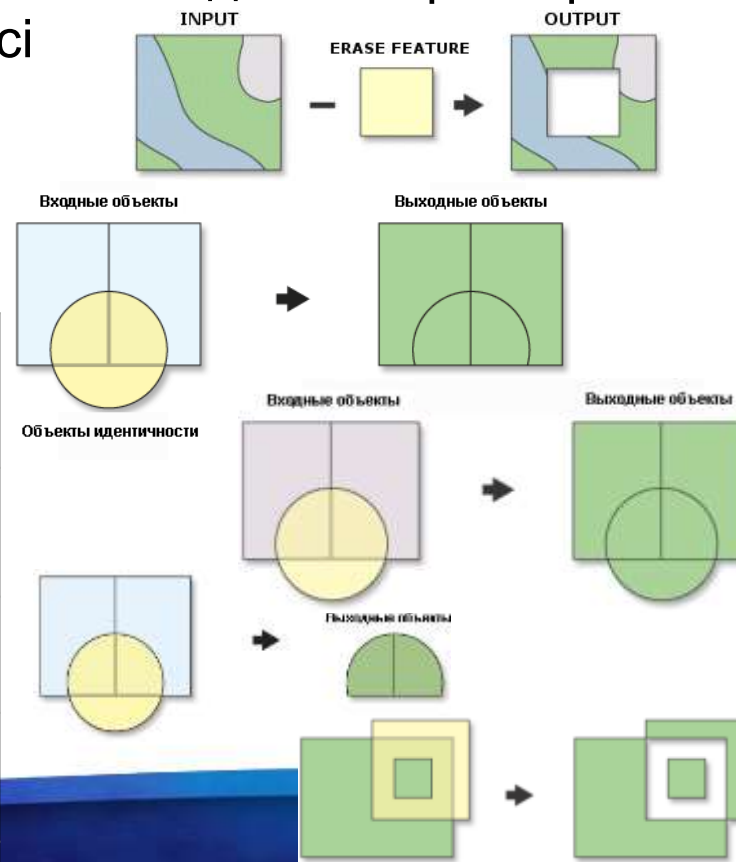
З'єднання центрів описаних кіл трикутників які мають спільне ребро утворює [діаграму Вороного](#) (червона)



Топологічні функції

- Накладання Overlay – група інструментів (Overlay) для накладення декількох класів просторових об'єктів, які дозволяють об'єднувати, змінювати або видаляти просторові об'єкти зі збереженням результатів в новому вихідному класі

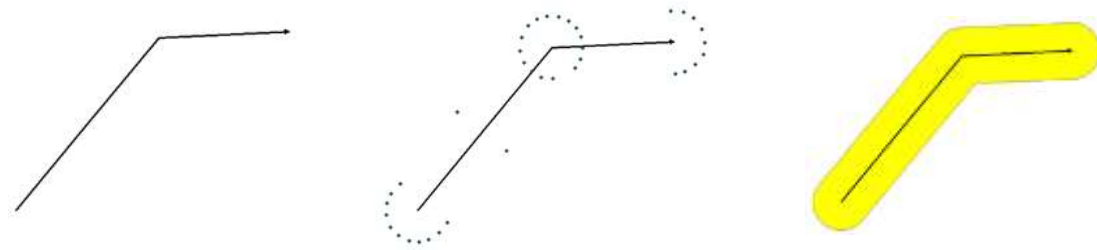
Інструмент	опис
<u>Стирання (Erase)</u> Різниця $A \setminus B = \{x \in A \mid x \notin B\}$.	Створює клас просторових об'єктів шляхом накладення вхідних об'єктів на полігони об'єктів, що стираються. У вихідний клас об'єктів копіюються тільки ті частини вхідних об'єктів, які знаходяться за межами об'єктів другого класу.
<u>Ідентичність (Identity)</u> Логічне додавання АБО (OR, , +)	Обчислює геометричний перетин між вхідними об'єктами та об'єктами ідентичності. До вхідних об'єктів або їх частин, які збігаються разом з об'єктами ідентичності, приєднуються атрибути відповідних об'єктів ідентичності.
<u>Об'єднання (Union)</u> Об'єднання $A \cup B$	Обчислює геометричне об'єднання вхідних об'єктів. У вихідний клас об'єктів будуть записані всі об'єкти та їх атрибути.
<u>Перетин (Intersect)</u> Перетин (або добуток) $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$.	Обчислює геометричний перетин між вхідними об'єктами. Просторові об'єкти або частини об'єктів, які перекриваються у всіх шарах і / або класах просторових об'єктів, будуть записані у вихідний клас
<u>Симетрична різниця (Symmetrical Difference)</u> Симетрична різниця $A \Delta B$.	У вихідний клас об'єктів будуть записані ті області вхідних просторових об'єктів, що не перекриваються.
<u>Просторове з'єднання (Spatial Join)</u>	Приєднує атрибути з одного класу до іншого на підставі просторового взаєморозташування. У вихідний клас об'єктів записуються цільові об'єкти (вихідного класу) з приєднаними атрибутами з іншого класу.



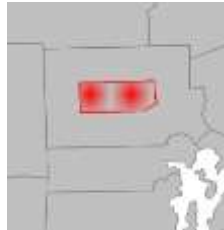
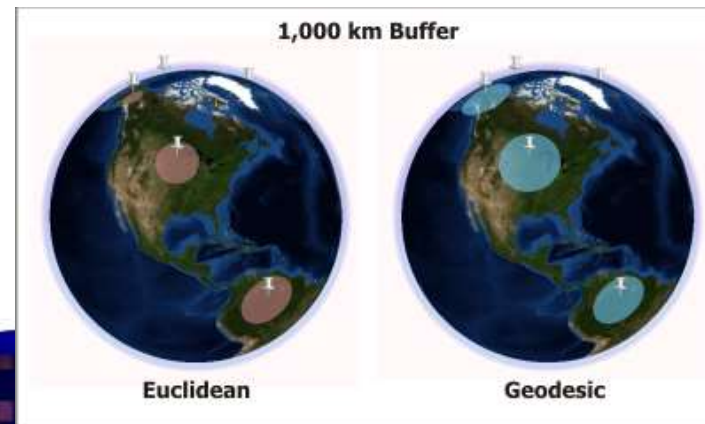
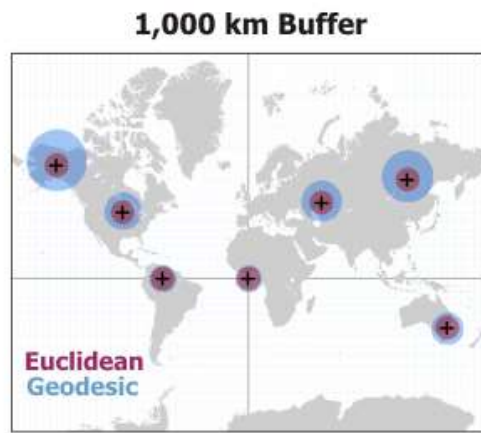
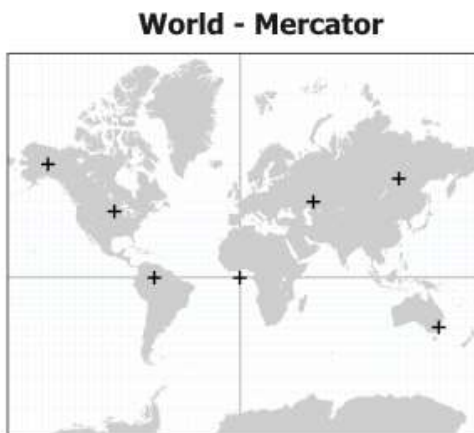
➤ Буферний аналіз

Буферизація – створення буферних зон - кожній вершини об'єкта за допомогою однакового алгоритму обчислюється буферне зміщення, вихідний буферний полігон будується з отриманих зміщень

- Буферизація точки, лінії та полігону
- Внутрішня, зовнішня та симетрична буферизація
- Окремі або об'єднані буфери



▪ Евклідова та геодезична буферизація



Список літератури

1. Eric Haines. Point in Polygon Strategies // <http://erich.realtimerendering.com/ptinpoly/>
2. Evans I. S. The selection of class intervals. Trans. Inst. Br. Geogr. (N. S.), 1977, 2, p. 98—124.
3. Голікова.А.П - Регіональна економіка та природокористування / http://b-ko.com/book_40.html
4. Статистика - Опря А.Т. / <http://pidruchniki.ws/15840720/statistika/statistika - oprya at>
5. Окунь Я. Факторный анализ: Пер. с. пол. М.: Статистика, 1974.- С.16.
6. Jain, Murty, Flynn [Data clustering: a review](#). // ACM Comput. Surv. 31(3), 1999.
7. Журавлев Ю. И., Рязанов В. В., Сенько О. В. Распознавание. Математические методы. Программная система. Практические применения. — М.: Фазис, 2006. [ISBN 5-7036-0108-8](#).
8. Дэвид А. Форсайт, Джин Понс [Computer Vision: A Modern Approach Компьютерное зрение. Современный подход]. — М.: «Вильямс», 2004. — 928 с.
9. Джордж Стокман, Линда Шапиро [Computer Vision Компьютерное зрение]. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. — 752 с.