

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

МЕТОДИ І ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

кафедра прикладної математики



Методичні вказівки
до індивідуальних занять для студентів спеціальності
6.090214 «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні,
меліоративні машини і обладнання»

ЗМІСТ

ВСТУП	6
ВАРІАНТ №1	7
Завдання #1	7
Вхідні дані	7
Знайти	7
Порядок розв'язання	7
Завдання #2	7
ВАРІАНТ №2	8
Завдання #1	8
Вхідні дані	8
Знайти	8
Порядок розв'язання	8
Завдання #2	8
ВАРІАНТ №3	9
Завдання #1	9
Вхідні дані	9
Знайти	9
Порядок розв'язання	9
Завдання #2	9
ВАРІАНТ №4	10
Завдання #1	10
Вхідні дані	10
Знайти	10
Порядок розв'язання	10
Завдання #2	10
ВАРІАНТ №5	11
Завдання #1	11
Вхідні дані	11
Знайти	11
Порядок розв'язання	11
Завдання #2	11
ВАРІАНТ №6	12
Завдання #1	12
Вхідні дані	12
Знайти	12
Порядок розв'язання	12
Завдання #2	12
ВАРІАНТ №7	13
Завдання #1	13
Вхідні дані	13
Знайти	13
Порядок розв'язання	13
Завдання #2	13
ВАРІАНТ №8	14
Завдання #1	14
Вхідні дані	14
Знайти	14
Порядок розв'язання	14
Завдання #2	14
ВАРІАНТ №9	15

Завдання #1	15
Вхідні дані	15
Знайти	15
Порядок розв'язання	15
Завдання #2	15
ВАРІАНТ №10	16
Завдання #1	16
Вхідні дані	16
Знайти	16
Порядок розв'язання	16
Завдання #2	17
ВАРІАНТ №11	18
Завдання #1	18
Вхідні дані	18
Знайти	18
Порядок розв'язання	18
Завдання #2	18
ВАРІАНТ №12	19
Завдання #1	19
Вхідні дані	19
Знайти	19
Порядок розв'язання	19
Завдання #2	20
ВАРІАНТ №13	21
Завдання #1	21
Вхідні дані	21
Знайти	21
Порядок розв'язання	21
Завдання #2	22
ВАРІАНТ №14	23
Завдання #1	23
Вхідні дані	23
Знайти	23
Порядок розв'язання	23
Завдання #2	23
ВАРІАНТ №15	24
Завдання #1	24
Вхідні дані	24
Знайти	24
Порядок розв'язання	24
Завдання #2	25
ВАРІАНТ №16	26
Завдання #1	26
Вхідні дані	26
Знайти	26
Порядок розв'язання	26
Завдання #2	26
ВАРІАНТ №17	27
Завдання #1	27
Вхідні дані	27
Знайти	27
Порядок розв'язання	27
Завдання #2	28

ВАРІАНТ №18	29
Завдання #1	29
Вхідні дані	29
Знайти	29
Порядок розв'язання	29
Завдання #2	29
ВАРІАНТ №19	30
Завдання #1	30
Вхідні дані	30
Знайти	30
Порядок розв'язання	30
Завдання #2	31
ВАРІАНТ №20	32
Завдання #1	32
Вхідні дані	32
Знайти	32
Порядок розв'язання	32
Завдання #2	32
ВАРІАНТ №21	33
Завдання #1	33
Вхідні дані	33
Знайти	33
Порядок розв'язання	33
Завдання #2	33
ВАРІАНТ №22	34
Завдання #1	34
Вхідні дані	34
Характеристика насоса	34
Знайти	34
Порядок розв'язання	34
Завдання #2	34
ВАРІАНТ №23	35
Завдання #1	35
Вхідні дані	35
Характеристика насоса	35
Знайти	35
Порядок розв'язання	35
Завдання #2	36
ВАРІАНТ №24	37
Завдання #1	37
Вхідні дані	37
Знайти	37
Порядок розв'язання	37
Завдання #2	37
ВАРІАНТ №25	38
Завдання #1	38
Вхідні дані	38
Порядок розв'язання	38
Завдання #2	38
ВАРІАНТ №26	39
Завдання #1	39
Вхідні дані	39

<i>ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ</i>	39
ЗАВДАННЯ #2	39
ВАРІАНТ №27	40
ЗАВДАННЯ #1	40
<i>ВХІДНІ ДАНІ</i>	40
<i>ЗНАЙТИ</i>	40
<i>ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ</i>	40
ЗАВДАННЯ #2	41
ВАРІАНТ №28	42
ЗАВДАННЯ #1	42
<i>ВХІДНІ ДАНІ</i>	42
<i>ЗНАЙТИ</i>	42
<i>ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ</i>	42
ЗАВДАННЯ #2	43

ВСТУП

Індивідуальне завдання виконується студентами спеціальності БМО в другій половині 3-го семестру, тобто в 6-й чверті.

Індивідуальне завдання складається з двох частин – задачі та прикладу.

Індивідуальне завдання виконується і повністю оформлюється в середовищі MathCAD.

Здається індивідуальне завдання у вигляді друкованого звіту, що повинен складатися з наступних частин:

1. Титульний аркуш, оформлений згідно встановлених стандартів. Він повинен містити наступну інформацію:
 - назва міністерства;
 - назва університету;
 - назва кафедри;
 - назва дисципліни;
 - номер варіанту завдання;
 - група, прізвище та ініціали виконавця;
 - посада, прізвище та ініціали перевіряючого;
 - місто та рік виконання роботи.
2. Зміст індивідуальної роботи.
3. Завдання згідно отриманого варіанту.
4. Порядок розв'язку завдань з коментарями, оформлений належним чином.
5. Список використаних літературних джерел.

За результатами виконання індивідуального завдання студент отримує оцінку, яка має статус оцінки за третій модуль і впливає на підсумкову залікову оцінку.

ВАРІАНТ №1

ЗАВДАННЯ #1

Визначити довжину шляху розгону автомобіля-самоскида, що змінює швидкість з 0 до 60 км/год, та максимальне прискорення, при якому цементний розчин не виліється з його кузова, довжина якого 2,6 м, ширина –1,8 м, та висота – 0,8 м. Кузов заповнений розчином на $\frac{3}{4}$. З якою силою при цьому прискорений цементний розчин діє на задній борт кузова? Рух автомобіля прямолінійний, рівноприскорений.

Вхідні дані

v	60	км/год	максимальна швидкість
l	2,6	м	довжина кузова
b	1,8	м	ширина кузова
h	0,8	м	висота кузова
ρ	2200	кг/м ³	густина цементного розчину

Знайти

a	?	м/с ²	максимальне прискорення
L	?	м	довжина шляху розгону
P	?	кН	сила дії розчину на борт автомобіля

Побудувати графік залежності довжини шляху розгону від швидкості в межах від 20 км/год до 60 км/год. Побудувати гістограму сили тиску розчину на задній борт в залежності від його ширини в межах від 1 м до 1,8 м. Інтервал зміни швидкості прийняти 10 км/год, а інтервал зміни ширини кузова – 0,2 м. До графіку та гістограми додати таблиці результатів.

Порядок розв'язання

1. Рівняння рівня поверхні: $Xdx+Ydy+Zdz=0$, де $X=-a$, $Y=0$, $Z=-g$. Спростити і вирішити це рівняння відносно z . Отримаємо рівняння прямої у вигляді $z=Ax+B$, де A – від'ємний тангенс кута нахилу розчину $tg(\varphi)$.
2. Тангенс кута нахилу розчину, при русі автомобіля $tg(\varphi)=(1-\frac{3}{4})h/0,5l$. Знайти значення максимального прискорення автомобіля a , з рівняння $A=-tg(\varphi)$.
3. Швидкість руху автомобіля $v=at$. Довжина шляху розгону $L=at^2/2$.
4. Сила дії цементного розчину на задній борт автомобіля $P=\rho gh_c S$. Де h_c – середня висота заднього борту, а S – його площа.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №2

ЗАВДАННЯ #1

Визначити силу тиску води на плоску та сферичну кришки цистерни, яка рухається горизонтально з прискоренням $1,5 \text{ м/с}^2$. Радіус цистерни $0,75 \text{ м}$, її довжина 3 м , висота наповнення 1 м .

ВХІДНІ ДАНІ

a	1,5	м/с^2	прискорення цистерни
R	0,75	м	радіус цистерни
L	3	м	довжина цистерни
h	1	м	висота заповнення

ЗНАЙТИ

P_1	?	кН	сила тиску води на плоску кришку
P_2	?	кН	сила тиску води на сферичну кришку

Побудувати графіки залежності тиску води на обидві кришки цистерни в залежності від її прискорення в межах від 1 м/с^2 до 2 м/с^2 . Інтервал зміни прискорення вибрати $0,1 \text{ м/с}^2$. До графіку додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

- Рівняння рівня поверхні: $Xdx+Ydy+Zdz=0$, де $X=-a$, $Y=0$, $Z=-g$. Спростити і вирішити це рівняння відносно z . Отримаємо рівняння прямої у вигляді $z=Ax+B$, де A – від'ємний тангенс кута нахилу розчину $\text{tg}(\varphi)$.
- Тиск води на плоску кришку $P_1=\rho gh_c S$. Де S – площа плоскої кришки, а h_c – відстань по вертикалі від площини поверхні води до центра ваги кришки $h_c=h-\Delta h$, $\Delta h=L\text{tg}(\varphi)/2$.
- Сила тиску води на сферичну кришку $P_2=((N+F)^2+G^2)^{1/2}$. Де N – сила тиску на плоский перетин сферичної кришки: $N=\rho gh_a S$, де $h_a=h+\Delta h$. G – вага рідини об'ємом V : $G=\rho gV$, $V=2\pi R^3/3$. F – сила інерції рідини об'ємом V : $F=\rho aV$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №3

ЗАВДАННЯ #1

По трубопроводу діаметром 1,2 см перекачується індустріальне масло ІС-20 з температурою 30°C. Визначити втрати тиску на ділянці трубопроводу та показання ртутного манометра, приєднаного до трубопроводу у двох точках, віддалених одна від одної на відстань 3 м, якщо витрати масла 0,3 л/с.

Вхідні дані

d	1,2	см	діаметр труби
ρ_m	890	кг/м ³	густина масла індустріального ІС-20
t	30	°С	температура масла
l	3	м	відстань між точками трубопроводу
Q	0,3	л/с	витрати масла
ν	47	мм ² /с	кінематична в'язкість масла ІС-20
ρ_p	13600	кг/м ³	густина ртуті

Знайти

ΔP	?	кН	втрати тиску рідини в трубі
h	?	м	висота ртутного стовпчика манометра

Побудувати графіки залежності зміни втрат тиску рідини в трубі та висоти ртутного стовпчика манометра від діаметру труби в межах від 1 до 2 см. Інтервал зміни діаметру труби прийняти 0,1 см. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

1. Для визначення втрат тиску на ділянці трубопроводу знаходимо швидкість руху масла та число Рейнольдса: $v=4Q/\pi d^2$, $Re=vd/\nu$.
2. Втрати тиску визначаємо за формулою: $\Delta P=128\rho_m \nu Q/\pi d^4$.
3. Для визначення висоти показання манометра прирівнюємо вирази для тисків у точках 1 та 2: $P_1+\rho_m g(a+h)=P_2+\rho_m ga+\rho_p gh$, де P_1 та P_2 – тиск у початковому та кінцевому перерізах ділянки трубопроводу. Звідси знаходимо: $\Delta P=P_1-P_2$.
4. З отриманої рівності вираховуємо h .

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №4

ЗАВДАННЯ #1

Визначити витрату води, що витікає з трубки діаметром 25 мм та довжиною 0,4 м під напором 1 м, якщо трубка обертається навколо вертикальної осі з частотою 120 хв^{-1} . Якими будуть витрати води з рухомої та нерухомої трубки?

Вхідні дані

d	25	мм	діаметр трубки
l	0,4	м	довжина трубки
H	1	м	напір води
n	120	хв^{-1}	частота обертання трубки

Знайти

Q	?	л/с	втрати води в рухомій трубці
Q'	?	л/с	втрати води в нерухомій трубці

Побудувати графік залежності витрат води в рухомій трубці від частоти обертання м межах від 100 хв^{-1} до 200 хв^{-1} . Інтервал зміни частоти обертання прийняти 10 хв^{-1} . До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

1. Скористаємося рівнянням Бернуллі для відносного руху рідини: $(\alpha\omega_1^2/2g)+(p_1/\rho g)+z_1=(\alpha\omega_2^2/2g)+(p_2/\rho g)+z_2+\Delta H_{\text{ін}}$, де $\omega_1=0$; $p_1=p_2=p_a$; $z_1=H$; $z_2=0$, інерційний напір $\Delta H_{\text{ін}}=(u_1^2/2g)-(u_2^2/2g)$, причому $u_1=0$; $u_2=\pi d n/30$.
2. Шляхом підстановки в рівняння Бернуллі всіх наведених величин, отримуємо значення швидкості рідини відносно трубки ω_2 .
3. Витрати рідини в трубці, що обертається $Q=\pi d^2 \omega_2/4$.
4. Швидкість витікання рідини з нерухомої трубки: $\omega_2'=(2gH)^{1/2}$.
5. Витрати рідини з нерухомої трубки: $Q'=\pi d^2 \omega_2'/4$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №5

Завдання #1

Робоча рідина – масло IC-20, при температурі 50°C, підводиться у поршневу порожнину гідроциліндра. Визначити тиск в першому отворі та витрати масла, за яких швидкість переміщення 2 см/с, якщо витрати робочої рідини через кільцевий зазор (60 мкм) між циліндром та поршнем – 5 см³/с, діаметр поршня – 100 мм, ширина поршня – 70 мм, тиск в другому отворі – 80 кПа. Чому буде дорівнювати зусилля в штоці, якщо діаметр штока 50 мм?

Вхідні дані

t	50	°C	температура масла
ν	20	мм ² /с	кінематична в'язкість масла при t
ρ	890	кг/м ³	густина масла індустріального IC-20
v_n	2	см/с	швидкість переміщення
δ	60	мкм	кільцевий зазор
q	5	см ³ /с	витрати робочої рідини
D	100	мм	діаметр поршня
l	70	мм	ширина поршня
P_2	80	кПа	тиск в другому отворі
d	50	мм	діаметр штока

Знайти

Q	?	л/с	витрати масла
P_1	?	кПа	тиск в першому отворі
R	?	кН	зусилля в штоці

Побудувати графіки залежності шуканих величин від зміни швидкості руху поршня в межах від 1,5 см/с до 2,5 см/с. Інтервал зміни швидкості прийняти 0,1 см/с. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

1. Витрати робочої рідини: $Q = \pi D^2 v_n / 4 + q$.
2. Тиск в першому отворі знайдемо із формули: $q = \pi D [\delta^3 (P_1 - P_2) / 12 \mu l + v_n \delta / 2]$.
Звідси визначити P_1 .
3. Динамічна в'язкість визначається за формулою: $\mu = \nu \rho$.
4. Зусилля в штоці циліндра визначається за формулою: $R = \pi D^2 P_1 / 4 - \pi (D^2 - d^2) P_2 / 4$.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №6

Завдання #1

Визначити втрати тиску на тертя у трубопроводі діаметром 250 мм та довжиною 1,5 км, по якому перекачується бензин з витратами 65,5 т/год. Шорсткість стінок трубопроводу прийняти 0,2 мм.

Вхідні дані

d	250	мм	діаметр трубопроводу
l	1,5	км	довжина трубопроводу
ρ	700	кг/м ³	густина бензину
ν	0,75	мм ² /с	кінематична в'язкість бензину
Q'	65,5	т/год	витрати бензину
Δ	0,2	мм	шорсткість стінок трубопроводу

Знайти

ΔP	?	кПа	втрати тиску в трубопроводі
λ	?	–	тертя в трубопроводі

Побудувати графіки залежності шуканих величин від діаметру трубопроводу в межах від 150 мм до 250 мм. Інтервал зміни діаметру прийняти 10 мм. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

1. Знаходимо об'ємні витрати бензину: $Q = Q' / \rho$.
2. Середня швидкість бензину: $v = 4Q / \pi d^2$.
3. Число Рейнольдса: $Re = vd / \nu$.
4. Коефіцієнт гідравлічного тертя: $\lambda = 0,11(\Delta/d + 68/Re)^{0,25}$.
5. Втрати тиску в трубопроводі: $\Delta P = \lambda \rho v^2 / 2d$.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №7

ЗАВДАННЯ #1

У системі змащення двигуна внутрішнього згоряння одна з секцій шестеренного насоса нагнітає масло по трубопроводу 1 у масляний радіатор 3, з якого воно, охолонувши, зливається у піддон по трубопроводу 2. Визначити необхідний тиск насоса. Труби гладкі. Трубопровід 1 має шість колін, а трубопровід 2 – три.

ВХІДНІ ДАНІ

Q	0,4	л/с	подача насоса
l_1	1,8	м	довжина нагнітального трубопроводу
d_1	10	мм	діаметр нагнітального трубопроводу
l_2	1,1	м	довжина зливного трубопроводу
d_2	15	мм	діаметр зливного трубопроводу
ν_1	8	мм ² /с	кінематична в'язкість масла в нагнітальному трубопроводі
ν_2	11	мм ² /с	кінематична в'язкість масла в зливному трубопроводі
ρ	900	кг/м ³	густина масла
ζ_k	0,3	–	опір в колінах трубопроводу 1
ζ	2	–	місцевий опір радіатора
ζ_1	0,5	–	коефіцієнт опору входу в трубу 1
ζ_2	1	–	коефіцієнт опору виходу з труби 2

ЗНАЙТИ

P	?	кПа	необхідний тиск насосу
-----	---	-----	------------------------

Побудувати графіки залежності тиску насоса від зміни діаметрів нагнітального та зливного трубопроводів в межах від 10 мм до 15 мм. Інтервал зміни діаметру прийняти 1 мм. До графіку додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Тиск насоса визначається за формулою: $P = \rho g(h_1 + h_2 + h_3)$, де h – втрати напору в трубопроводах 1, 2 і радіаторі 3.
2. Середня швидкість рідини: $v = 4Q / \pi d^2$.
3. Число Рейнольдса: $Re = vd / \nu$.
4. Коефіцієнт гідравлічного тертя: $\lambda = 0,3164 / Re^{0,25}$.
5. Втрати опору в трубопроводі 1 і 2 визначається за формулою: $h = (\lambda l / d + N \zeta_k + \zeta_s) v^2 / 2g$, де N – кількість колін в трубопроводі, ζ_s – коефіцієнт опору для відповідної труби.
6. Втрати опору в радіаторі: $h_3 = \zeta v^2 / 2g$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №8

ЗАВДАННЯ #1

Визначити діаметр напірної гідролінії об'ємного гідроприводу, по якій масло подається насосом через зворотній гідроклапан та гідророзподільник у гідроциліндр, якщо загальна довжина гідролінії 7,3 м, втрата тиску в ній 0,1 Мпа, подача насоса 94 л/хв.

ВХІДНІ ДАНІ

l	7,3	м	довжина гідролінії
ΔP	0,1	Мпа	втрата тиску в гідролінії
Q	94	л/хв	подача насоса
ρ	880	кг/м ³	густина робочої рідини
ν	10	мм ² /с	кінематична в'язкість робочої рідини
$\zeta_{кл}$	2	–	коефіцієнт опору гідроклапана
ζ_k	0,33	–	коефіцієнт опору коліна
ζ_p	2,5	–	коефіцієнт опору гідророзподільника
ζ_v	1	–	коефіцієнт вихідного опору

ЗНАЙТИ

d	?	мм	діаметр напірної гідролінії
-----	---	----	-----------------------------

Діаметр знайти графоаналітичним способом за допомогою графіка залежності втрат тиску від зміни діаметру в межах від 15 мм до 30 мм. Інтервал зміни діаметру 5 мм. До графіку додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Використаємо рівняння для простого трубопроводу: $(P_1/\rho g + z_1) - (P_2/\rho g + z_2) = (\lambda/d + \sum \zeta) v^2 / 2g$. В умовах даної задачі приймаємо $z_1 = z_2$; $P_1 - P_2 = \Delta P$. Звідси знаходимо формулу ΔP .
2. Середня швидкість рідини: $v = 4Q/\pi d^2$.
3. Сума коефіцієнтів місцевих опорів: $\sum \zeta = \zeta_{кл} + 3\zeta_k + \zeta_p + \zeta_v$
4. Число Рейнольдса: $Re = vd/\nu$.
5. Коефіцієнт гідравлічного тертя: $\lambda = 0,3164/Re^{0,25}$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №9

ЗАВДАННЯ #1

В цистерну місткістю 2700 л заливається бензин з резервуару при напорі 12 м по трубі змінного перерізу, що має три коліна та два вентиля. Визначити час наповнення цистерни бензином.

ВХІДНІ ДАНІ

V	2700	л	місткість цистерни
ν	0,8	мм ² /с	кінематична в'язкість бензину
H	12	м	напір бензину
l_1	25	м	довжина першого сегменту труби
d_1	50	мм	діаметр першого сегменту труби
l_2	35	м	довжина другого сегменту труби
d_2	32	мм	діаметр другого сегменту труби
Δ_1	0,2	мм	шорсткість першого сегменту труби
Δ_2	0,2	мм	шорсткість другого сегменту труби
ζ_k	0,33	–	коефіцієнт опору коліна
ζ_v	7,5	–	коефіцієнт опору вентиля
$\zeta_{вх}$	0,5	–	коефіцієнт опору входу
$\zeta_{вих}$	1	–	коефіцієнт опору виходу

ЗНАЙТИ

T	?	хв	час заповнення цистерни бензином
-----	---	----	----------------------------------

Задачу розв'язати графоаналітичним способом. За допомогою графіків визначити витрати бензину Q . А з неї час: $T=V/Q$. Побудувати графіки залежності витрат напорі на обох ділянках труби в залежності від зміни витрати бензину в межах від 1л/с до 3 л/с. Інтервал зміни витрат прийняти 1 л/с. До графіку додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Рівняння Бернуллі для даного випадку можна записати у вигляді: $H=h_1+h_2$.
2. Витрата напорі в першому сегменті труби: $h_1=(\lambda l/d+\zeta_{вх}+2\zeta_k+\zeta_v)8Q^2/g\pi^2 d^4$.
3. Витрата напорі в другому сегменті труби: $h_2=(\lambda l/d+\zeta_3+\zeta_v+\zeta_k+\zeta_{вих})8Q^2/g\pi^2 d^4$.
4. Коефіцієнт раптового звуження: $\zeta_3=0,5[1-(d_2/d_1)^2]$
5. Середня швидкість рідини: $v=4Q/\pi d^2$.
6. Число Рейнольдса: $Re=vd/\nu$.
7. Для визначення λ використаємо формулу: $\lambda=0,11(\Delta/d+68Re)^{0,25}$.
8. Будуємо графіки: $h_1=f(Q)$, $h_2=f(Q)$ та $\Sigma h=f(Q)$.
9. Знаходимо витрати бензину при напорі $H=12$, та підставляємо у формулу $T=V/Q$, з якої знаходимо час заповнення цистерни.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №10

Завдання #1

Насос створює на початку горизонтального трубопроводу, що має розгалуження, наднормальний тиск 120 кПа. Визначити подачу насоса та витрати рідини в окремих гілках, при заданих розмірах трубопроводу. В гілках 2' та 3 знаходяться по одному вентилю. Опір вентилів – 4, іншими місцевими опорами знехтувати.

Вхідні дані

P_1	120	кПа	наднормальний тиск насоса
l_1	6	м	довжина труби до розгалуження
d_1	32	мм	діаметр труби до розгалуження
l_2	8	м	довжина труби в першій гілці розгалуження
d_2	16	мм	діаметр труби в першій гілці розгалуження
l_2'	5,9	м	довжина труби в другій гілці розгалуження
d_2'	20	мм	діаметр труби в другій гілці розгалуження
l_3	8	м	довжина труби після розгалуження
d_3	32	мм	діаметр труби після розгалуження
ρ	880	кг/м ³	густина рідини в трубопроводі
ν	20	мм ² /с	кінематична в'язкість рідини
ζ	4	–	коефіцієнт опору вентиля

Знайти

Q	?	л/с	подача насоса
Q_2	?	л/с	витрата в першій гілці розгалуження
Q_2'	?	л/с	витрата в другій гілці розгалуження

Побудувати графіки залежності втрат напору від зміни витрати рідини. Витрати рідини для нерозгалужених ділянок прийняти в межах від 1,5 л/с до 2,5 л/с з інтервалом 0,5 л/с. Для розгалужених ділянок прийняти межі зміни втрати рідини від 0,5 л/с до 1 л/с з інтервалом 0,25 л/с. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

- З рівняння Бернуллі отримуємо: $P_1/\rho g = h_1 + h_2 + h_3$.
- Втрати напорів в усіх гілках визначаються за формулою: $h = (\lambda/d^5 + \zeta)v^2/2g$.
- Середня швидкість рідини: $v = 4Q/\pi d^2$.
- Число Рейнольдса: $Re = vd/\nu$.
- Для визначення λ використаємо формулу: $\lambda = 0,3164/Re^{0,25}$.
- Будуємо графіки функцій: $h_1=f(Q)$, $h_2=f(Q)$, $h_2'=f(Q)$, $h_3=f(Q)$.
- Будуємо додатково графіки функцій: $\Sigma h_2=f(Q_2+Q_2')$, $\Sigma h = h_1+h_2+h_3$.

8. Для розрахованого значення втрати опору $H = P_1/\rho g$, на графіку Σh знаходимо подачу насоса Q .
9. Знаходимо значення функції $\Sigma h_2 = f(Q_2 + Q_2')$ для $Q_2 + Q_2' = Q$. Для знайденого значення втрати напору Σh_2 визначаємо значення Q_2 та Q_2' з графіків h_2 і h_2' відповідно.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №11

ЗАВДАННЯ #1

Насос подає до вузла постійні витрати рідини 30 л/хв. Нехтуючи втратами тиску на тертя у трубопроводах, побудувати графік залежності витрат рідини через фільтр від коефіцієнту опору вентиля. При якому значенні опору фільтр буде пропускати половину повної витрати?

ВХІДНІ ДАНІ

Q	30	л/хв	подача насоса
d_1	20	мм	діаметр першої ділянки трубопроводу
d_2	32	мм	діаметр другої ділянки трубопроводу
ζ_ϕ	10	–	коефіцієнт опору фільтра

ЗНАЙТИ

Q_1	?	л/с	витрата рідини через фільтр
-------	---	-----	-----------------------------

Побудувати графік залежності витрати рідини Q_1 через фільтр від коефіцієнта опору вентиля ζ_ϕ в межах від 0 до 100 з інтервалом 1. До графіку додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. При паралельному з'єднанні витрати тиску в обох ділянках трубопроводу однакові: $\zeta_\phi \rho v_1^2 / 2 = \zeta_\phi \rho v_2^2 / 2$.
2. Середня швидкість рідини: $v = 4Q / \pi d^2$.
3. Витрати рідини в другій ділянці трубопроводу: $Q_2 = Q - Q_1$.
4. Підставивши формулу (3) в одну із формул (2), а ті в свою чергу підставивши в рівняння (1), отримаємо значення Q_1 , як функцію залежності від ζ_ϕ .
5. Побудувати графік отриманої функції та з його допомогою знайти значення ζ_ϕ , при якому $Q_1 = 0,5Q$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №12

ЗАВДАННЯ #1

Система змащування одного з двигунів внутрішнього згорання складається з шестеренчастого насоса, фільтра, масляного радіатора та трьох трубопроводів. Визначити подачу та тиск насоса, якщо об'ємні витрати на кожен підшипник $20 \text{ см}^3/\text{с}$, тиск повітря у картері – атмосферний. Витрати тиску у підшипнику 852 кПа .

ВХІДНІ ДАНІ

l_1	1,2	м	довжина першого трубопроводу
d_1	8	мм	діаметр першого трубопроводу
l_2	0,2	м	довжина другого трубопроводу
d_2	3	мм	діаметр другого трубопроводу
l_3	2,7	м	довжина третього трубопроводу
d_3	6	мм	діаметр третього трубопроводу
ζ_ϕ	10	–	коефіцієнт опору фільтру
ζ_p	5	–	коефіцієнт опору радіатора
ρ	895	кг/м ³	густина мастила
ν	10	мм ³ /с	кінематична в'язкість мастила
Q_0	20	см ³ /с	об'ємі витрати на кожен підшипник
ΔP	852	кПа	втрати тиску в підшипнику

ЗНАЙТИ

Q	?	л/с	подача насоса
P	?	кПа	тиск насоса

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Тиск у масляній магістралі дорівнює: $P = \Delta P + \Delta P_2$.
2. Втрата тиску на тертя в 2-му трубопроводі: $\Delta P_2 = \lambda_2 l_2 \rho v_2^2 / 2d_2$.
3. Середня швидкість рідини в другому трубопроводі: $v_2 = 4Q_0 / \pi d_2^2$.
4. Число Рейнольдса: $Re_2 = v_2 d_2 / \nu$.
5. Тертя в 2-му трубопроводі: $\lambda_2 = 64 / Re_2$.
6. Тиск у початковому перерізі першого трубопроводу: $P_1 = P + \Delta P_1$, де ΔP_1 – втрата тиску в першому трубопроводі.
7. Для знаходження ΔP_1 потрібно визначити швидкість рідини в першому трубопроводі: $v_1 = 4Q_1 / \pi d_1^2$, де витрата рідини в першому трубопроводі: $Q_1 = 3Q_0$. Число Рейнольдса і тертя знаходимо за тими ж формулами, що і для другого трубопроводу, підставляючи відповідні значення.
8. Знаходимо ΔP_1 за формулою: $\Delta P_1 = (\lambda_1 l_1 / d_1 + \zeta_\phi) \rho v_1^2 / 2$.
9. Витрати мастила через масляний фільтр Q_3 визначаємо з рівняння Бернуллі: $P_1 = (\lambda_3 l_3 / d_3 + \zeta_p) 8 \rho Q_3^2 / \pi^2 d_3^4$.
10. Приймаємо початкове значення $\lambda_1 = 0,036$ і для нього визначаємо витрати рідини в масляному фільтрі Q_3 .

11. Після цього визначаємо швидкість рідини в масляному фільтрі, число Рейнольдса і тертя в ньому. Тертя визначаємо за формулою:
 $\lambda_3 = 0,3164 / Re_3^{1/4}$.
12. Перевіряємо, чи співпадає отримане значення тертя з прийнятим. Якщо різниця менше 0,001, то вважаємо, що тертя прийняте правильно і значення витрат уточнювати не треба. Якщо різниця значна, то наближаємо значення тертя до отриманого і повторюємо розрахунки.
13. Розраховуємо подачу насоса за формулою: $Q = Q_1 + Q_3$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №13

ЗАВДАННЯ #1

Визначити діаметр отвору в дні бака з квадратною основою розміром 1х1 м, за якого вся рідина, яка налита у бак до рівня 1,5 м, витече з нього за 30 хв. Як зміниться час спорожнення бака, якщо до отвору приєднати трубку завдовжки 0,5 м такого самого діаметра? При якій довжині трубки час спорожнення бака буде 15 хв?

ВХІДНІ ДАНІ

a	1	м	сторона основи бака
H	1,5	м	висота наповнення бака
T	30	хв	час спорожнення бака
l	0,5	м	довжина вставленої трубки
λ	0,025	–	коефіцієнт тертя
μ	0,62	–	коефіцієнт витрат отвору
T_1	15	хв	час спорожнення баку з трубкою

ЗНАЙТИ

d	?	мм	діаметр отвору
l_1	?	м	довжина трубки, при якій рідина витече за T_1 хв.

Побудувати графік функції залежності часу спорожнення баку через трубку від її довжини в межах від 0 м до 1 м. Інтервал зміни довжини трубки прийняти 0,2 м. До графіку додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

- Спочатку знаходимо витрати рідини в початковий момент спорожнення бака: $Q=2V/T$, де V – об'єм бака.
- З формули для визначення витрат через отвір знаходимо діаметр отвору: $Q=\mu\pi d^2(2gh)^{1/2}/4$.
- Якщо до отвору буде приєднана вертикальна трубка, то витікання буде відбуватися під початковим напором: $H_1=H+l$. Наприкінці спорожнення бака напір буде: $H_2=l$. В такому випадку коефіцієнт опору повинен враховувати також і опір трубки: $\mu=1/(1,5+\lambda l/d)$.
- Витрата рідини в такому випадку буде: $Q=\mu S(2gH)^{1/2}$, де S – площа основи бака.
- Час, за який рідина витече з трубки знайдемо за формулою: $T=2S(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})/\mu S_0(2g)^{1/2}$, де S_0 – площа перерізу трубки.
- Аналогічно розрахувати час витіку рідини при інших довжинах трубки і за допомогою графіка визначити, при якій довжині трубки, час повного витіку рідини буде складати 15 хв.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №14

ЗАВДАННЯ #1

Нафта витікає з циліндричного бака діаметром 1,5 м через отвір у дні діаметром 32 мм. Початковий напір 2 м. Визначити час, за який з бака витече половина нафти. Як зміниться час витікання цього самого об'єму рідини, якщо до отвору буде приєднана горизонтальна трубка завдовжки 7 м такого ж діаметра? Відстань осі трубки від дна бака 0,2 м.

Вхідні дані

D	1,5	м	діаметр бака
d	32	мм	діаметр отвору
H_1	2	м	початковий напір
l	7	м	довжина трубки
z	0,2	м	відстань осі трубки від дна бака
ν	140	мм ² /с	кінематична в'язкість нафти

Знайти

T_0	?	хв	час, за який витече половина нафти
T	?	хв	час, за який витече половина нафти з трубкою

Побудувати графік функції залежності часу спорожнення баку через трубку від її довжини в межах від 5 м до 10 м. Інтервал зміни довжини трубки прийняти 0,5 м. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

- Для визначення коефіцієнта витрат отвору знаходимо числа Рейнольдса при опорах H_1 та $H_2=0,5H_1$. $Re=d(2gH)^{1/2}/\nu$.
- З графіку знаходимо коефіцієнти витрат: $\mu_1=\mu_2=0,68$.
- Час, за який з бака через отвір у дні витече половина об'єму нафти знаходимо за формулою: $T_0=2S(H_1^{1/2}-H_2^{1/2})/\mu S_0(2g)^{1/2}$.
- Знайдемо значення напору, нижче якого режим руху буде ламінарний: $H_{кр}=32\nu^2/2300/gd^3$.
- Початковий напір в момент витікання: $H_1'=H_1+z$. Якщо $H_1'< H_{кр}$, то рух приймаємо за ламінарний.
- З рівняння Бернуллі отримуємо: $h=128\nu Q/\pi g d^4$, де h – змінний напір. З цього рівняння визначаємо об'єм випорожненої рідини Q .
- Нехай за нескінченно малий відрізок часу dT напір зменшиться на нескінченно малу величину dh . Об'єм рідини, що витече з бака за цей час: $dV=QdT=-Sdh$. Підставляємо в рівняння значення Q та S , і приводимо до вигляду $dT=\dots dh$.
- Виконуємо інтегрування в межах від H_1' до $H_2'=0,5H_1'$. В результаті отримуємо час, за який витече половина нафти через трубку.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №15

ЗАВДАННЯ #1

З визначеного бака завдовжки 0,7 м, завширшки 0,5 м та заввишки 0,4 м бензин витікає у атмосферу через трубку діаметром 40 мм, сумарний коефіцієнт опору якої 4. Повітря надходить у верхню частину бака через трубку діаметром 10 мм, сумарний коефіцієнт опору якої 5. Визначити час спорожнення бака, якщо у початковий момент він був заповнений доверху. Яким би був час спорожнення такого самого відкритого бака?

Вхідні дані

L	0,7	м	довжина бака
B	0,5	м	ширина бака
H	0,4	м	висота бака
ρ	700	кг/м ³	густина бензину
d_2	40	мм	діаметр трубки, через яку витікає бензин
ζ_2	4	–	коефіцієнт опору трубки, через яку витікає бензин
ρ_n	1,23	кг/м ³	густина повітря
d_1	10	мм	діаметр трубки, через яку надходить повітря
ζ_1	5	–	коефіцієнт опору трубки, через яку надходить повітря

ЗНАЙТИ

T	?	хв	час спорожнення бака
T_1	?	хв	час спорожнення відкритого бака

Побудувати графіки функцій залежності часу спорожнення бака через отвір від його діаметру в межах від 25 мм до 50 мм. Інтервал зміни діаметра отвору прийняти 5 мм. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

- Співвідношення із рівняння Бернуллі для трубки, через яку надходить повітря: $p_d/\rho_n g - p_0/\rho_n g = (1 + \zeta_1)v_1^2/2g$.
- Співвідношення із рівняння Бернуллі для трубки, через яку витікає бензин: $h - (p_d/\rho_n g - p_0/\rho_n g) = (1 + \zeta_2)v_2^2/2g$.
- В співвідношенні (2) дужки замінити правою частиною із співвідношення (1).
- З рівняння нерозривності руху маємо: $v_1 = v_2 S_2 / S_1 = v_2 (d_2 / d_1)^2$.
- Підставити v_1 у вираз (2), звідки знайти v_2 .
- Витрати бензину при напорі h : $Q = S_2 v_2$.
- З диференціального рівняння процесу витікання при змінному напорі знаходимо час витікання: $Q dt = -S dh$, де S – площа основи бака.
- Підставити значення замість Q , та інтегрувати в межах від $h_1 = H$, до $h_2 = 0$. Таким чином отримуємо час повного спорожнення бака.

9. Якщо бак відкритий, то його спорожнення знайдемо за формулою:
 $T_1 = 2SH^{1/2} / \mu S_0 (2g)^{1/2}$, де $\mu = 1 / (1 + \zeta_2)^{1/2}$, а S_0 – площа перерізу трубки, через яку витікає бензин.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №16

ЗАВДАННЯ #1

Циліндрична діжка радіусом 0,3 м та висотою 1 м заповнена бензином, тиск на вільній поверхні якого дорівнює атмосферному. Визначте час спорожнення діжки через отвір діаметром 20 мм у боковій стінці при горизонтальному її положенні. Яким буде час спорожнення діжки через той же отвір у дні при вертикальному її положенні? Коефіцієнт витрат опору 0,62.

Вхідні дані

R	0,3	м	радіус діжки
H	1	м	висота діжки
d	20	мм	діаметр отвору
μ	0,62	–	коефіцієнт витрат опору

ЗНАЙТИ

T	?	хв	час спорожнення діжки в горизонтальному положенні
T_1	?	хв	час спорожнення діжки в вертикальному положенні

Побудувати графік функції залежності часу спорожнення діжки через отвір від його діаметру в межах від 10 мм до 30 мм. Інтервал зміни діаметра отвору прийняти 2 мм. До графіку додати таблицю результатів.

Порядок розв'язання

- Об'єм рідини, що витікла за нескінченно малий проміжок часу dT : $dV = -Sdz$, де S – площа дзеркальної поверхні.
- З іншого боку, цей же об'єм: $dV = QdT = \mu S_0(2gz)^{1/2}dT$, де S_0 – площа отвору.
- Прирівнюємо рівняння (1) і (2), та знаходимо з них dT .
- Знайдемо площу дзеркала вільної поверхні рідини у діжці, як функцію від z : $S = 2H(2Rz - z^2)^{1/2}$.
- Підставляємо (4) в з (3) та інтегруємо в межах від $2R$ до 0. Отримуємо час повного витікання бензину з діжки в горизонтальному положенні.
- При вертикальному положенні діжки час її спорожнення знайти за формулою: $T = 2SH^{1/2} / \mu S_0(2g)^{1/2}$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №17

ЗАВДАННЯ #1

Вода у кількості 55 л/с надходить у пустий циліндричний бак, у дні якого існує отвір діаметром 16 мм. Площа поперечного перерізу бака 1 м². Визначити максимальний напір, який може встановитися у баку, а також час, протягом якого напір води стане вдвічі меншим. Побудувати графік залежності витрат води через донний отвір від часу та знайти витрати, напір та об'єм води, яка витікає з бака і, що накопичилася у ньому за 1 годину. Коефіцієнт витрат прийняти рівним 0,62.

Вхідні дані

Q	55	л/с	об'єм надходження води
d	16	мм	діаметр отвору
S	1	м ²	площа поперечного перерізу бака
t	1	год	час роботи системи
μ	0,62	–	коефіцієнт витрат

Знайти

H_0	?	м	максимальний напір
T	?	год	час, протягом якого напір стане $0,5H_0$
q	?	л/с	витрати води через 1 годину
h	?	м	напір, що відповідає витратам за 1 год.
V_1	?	л	об'єм, що накопичився в баку за 1 год.
V_2	?	л	об'єм, що витік з баку за 1 год.
V	?	л	об'єм води, що надійшов у бак за 1 год.

Порядок розв'язання

- Рівень води у баку буде рости до тих пір, доки витрати через донний отвір дорівнюватимуть притоку Q : $q = \mu S_0 (2gH_0)^{1/2} = Q$. Звідси знаходимо H_0 .
- Диференціальне рівняння залежності напору води від часу наступне: $dV = Sdh$, де Sdh – різниця об'ємів між водою, що надійшла у бак і витекла з нього через отвір $Sdh = QdT - qdT$, або $Sdh = \mu S_0 (2g)^{1/2} (H_0^{1/2} - h^{1/2}) dT$.
- Після приведення отримаємо наступний вираз: $dT = S(H_0^{1/2}) d(h/H_0) / \mu S_0 (2g)^{1/2} (1 - (h/H_0)^{1/2})$.
- Введемо нову змінну: $y^2 = h/H_0$ і підставимо її у вираз (3). Отриманий вираз інтегруємо і одержуємо вираз для T .
- Постійну інтегрування знайти з початкових умов: $T=0, h=0, y=0$.
- Повертаємось до старої змінної, тобто замінюємо: $y = (h/H_0)^{1/2}$.
- Знаходимо значення часу T , для напору вдвічі меншого за початковий, тобто для $h=0,5H_0$.
- Для побудови графіка $q=f(T)$, задати ряд значень для напору h в межах від 0,2 м до 1 м, з інтервалом 0,1 м. Для кожного значення напору розраховуємо час T , за попередньою формулою та витрати $q = \mu S_0 (2gh)^{1/2}$.
- За допомогою графіка знаходимо витрати q через час $T=t$.

10. Напір h , що відповідає цим витратам визначаємо з формули $q = \mu S_0 (2gh)^{1/2}$.
11. Об'єм, що накопичився в баку до моменту часу $T=t$: $V_1 = Sh$.
12. Об'єм води, що надійшов у бак за час $T=t$: $V = QT$.
13. Об'єм води, що витік з бака за час $T=t$: $V_2 = V - V_1$.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №18

ЗАВДАННЯ #1

Діаметр робочого колеса відцентрового насоса 148 мм, частота обертання 2900 хв⁻¹. Визначте діаметр робочого колеса нового насоса, подібного заданому, що створює при оптимальному режимі напір 7,5 м та подачу 18 л/с. Розрахувати робочу характеристику нового насоса.

ВХІДНІ ДАНІ

D	148	мм	діаметр колеса відцентрового насоса
n	2900	хв ⁻¹	частота обертання колеса насоса
H_1	7,5	м	напір нового насоса
Q_1	18	л/с	подача нового насоса

ЗНАЙТИ

D_1	?	мм	діаметр робочого колеса нового насоса
n_1	?	хв ⁻¹	частота обертання нового насоса

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Характеристику насоса будемо за такими даними:

Q , л/с	16,7	22,2	27,8
H , м	25,7	22,8	18,9
η	0,76	0,795	0,77

- При оптимальному режимі ($\eta=0,795$) заданий насос матиме подачу $Q=22,2$ л/с та максимальний напір $H=22,8$ м.
- Частоту обертання шуканого насоса n_1 знайдемо з рівності коефіцієнтів швидкості подібних насосів: $3,65nQ^{1/2}/H^{3/4}=3,65n_1Q_1^{1/2}/H_1^{3/4}$.
- Із співвідношення подібності знаходимо масштаб геометричної подібності: $K_L=(Q_1n/Qn_1)^{1/3}$.
- Діаметр робочого колеса нового насоса: $D_1=K_L D$.
- Характеристику нового насоса отримаємо шляхом перерахунку характеристики заданого насоса за формулами подібності: $H_1=(K_L n_1/n)^{1/2} H$, $Q_1=K_L^3 n_1 Q/n$.
- Побудуємо характеристику нового насоса, шляхом множення подач і напорів заданого на коефіцієнти, отримані в (6).
- На основі характеристик обох насосів побудувати графіки залежності подачі від напору для обох насосів. До графіків додати таблиці характеристик.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №19

ЗАВДАННЯ #1

Відцентровий насос перекачує воду на висоту 11 м по двох різних трубопроводах. Визначити подачу, напір та споживану потужність при частоті обертання колеса насоса 1600 хв^{-1} . При якій частоті обертання його подача збільшить на 50%?

ВХІДНІ ДАНІ

h	11	м	висота перекачки води
l_1	10	м	довжина першого трубопроводу
d_1	100	мм	діаметр першого трубопроводу
λ_1	0,025	–	тертя в першому трубопроводі
ζ_1	2	–	коефіцієнт опору першого трубопроводу
l_2	30	м	довжина другого трубопроводу
d_2	72	мм	діаметр другого трубопроводу
λ_2	0,027	–	тертя в другого трубопроводі
ζ_2	12	–	коефіцієнт опору другого трубопроводу
n_1	1600	хв^{-1}	частота обертання колеса насоса
ρ	1000	кг/м^3	густина води

ЗНАЙТИ

Q	?	л/с	подача насоса
H	?	м	напір насоса
η	?	–	робоча ККД насоса
N	?	Вт	споживана потужність насоса
n_2	?	хв^{-1}	частота, при якій подача зросте на 50%

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Характеристика насоса при заданій частоті обертання задана в таблиці:

$Q, \text{ л/с}$	0	4	8	12
$H, \text{ м}$	15	15,5	14	10,3
η	0	0,64	0,75	0,57

- Записуємо рівняння характеристики насосної установки: $H_n = h + h_1 + h_2$, де $h_i = (\lambda/d + \zeta) 8Q^2 / \pi^2 g d^4$ – напори для першого і другого трубопроводу.
- Будуємо графіки за характеристикою насоса $H = f(Q)$, $\eta = f(Q)$ та характеристику насосної установки за отриманим рівнянням $H_n = f(Q)$. Точка перетину (А) цих кривих є робочою. Вона визначає подачу (Q), напір (H) та ККД (η) насоса.
- Споживана потужність: $N = \rho g Q H / \eta$.
- Знаходимо частоту обертання n_2 , при якій подача насоса збільшується на 50%, тобто стане $Q'' = 1,5Q$. Тоді напір стане H'' , значення якого знайдемо на графіку (В).
- Через отриману точку (В) проведемо параболу подібних режимів, що задається формулою: $H = kQ^2$, де $k = H'' / (Q'')^2$.

7. Точка перетину (С) проведеної параболи та кривої характеристики насоса $H=f(Q)$ визначає режим при частоті обертання n_2 . Знайдемо значення Q' та H' в цій точці.
8. Для точок (В) та (С), що визначають подібні режими, справедлива формула: $Q''/Q'=n_2/n_1$. Звідси знаходимо n_2 .

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №20

ЗАВДАННЯ #1

Два відцентрових насоси працюють паралельно і подають рідину на висоту 15 м по трубопроводу завдовжки 150 м та діаметром 100 мм. Визначити витрати рідини, що подається, якщо коефіцієнт витрат на тертя трубопроводу 0,035, а сумарний коефіцієнт місцевих опорів 28. Як зміняться витрати рідини, при зменшенні частоти обертання одного з насосів на 10%?

ВХІДНІ ДАНІ

h	15	м	висота подачі рідини
l	150	м	довжина трубопроводу
d	100	мм	діаметр трубопроводу
λ	0,035	–	коефіцієнт витрат на тертя
ζ	28	–	коефіцієнт місцевих опорів

ЗНАЙТИ

Q	?	л/с	витрати рідини
Q_1	?	л/с	витрати рідини при зменшенні частоти обертання одного з насосів на 10%

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Будуємо характеристику одного насоса $H=f(Q)$, за наступними даними (1):

$Q, \text{ л/с}$	2,8	4	5,5	8,3
$H, \text{ м}$	34,5	32	30,8	24

2. Будуємо сумарну характеристику двох насосів, що працюють паралельно $H=f(2Q)$ (2).
3. Будуємо характеристику насосної установки за формулою: $H_{\pi}=h+(\lambda/d+\zeta)8Q^2/\pi^2gd^4$, як функцію $H_{\pi}=f(Q)$. Дані для побудови кривої (3) взяти в межах від 0 л/с до 15 л/с з інтервалом 5 л/с.
4. Абсциса точки (А), що визначається перетином кривих (2) та (3) визначає сумарну подачу двох насосів Q .
5. Перераховуємо характеристику насоса на частоту обертання $n_1=0,9n$ за формулами: $Q_1=Qn_1/n$; $H_1=H(n_1/n)^2$. За результатами перерахунків будуємо таблицю.
6. За даними таблиці для частоти насосу n_1 , будуємо графік (4).
7. Сумарну характеристику двох однакових насосів (5), один з яких має частоту обертання на 10% меншу, ніж другий, будуємо складанням абсцис кривих (1) та (4). Абсциса точки (А₁), що є перетином кривих (3) та (5) визначає сумарну подачу двох насосів Q_1 у тому випадку, якщо частота одного з них зменшилась на 10%.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №21

ЗАВДАННЯ #1

Відцентровий насос подає воду на висоту 35 м по трубопроводу завдовжки 420 м та діаметром 125 мм. Визначити подачу, напір та споживану потужність, якщо коефіцієнт втрат на тертя 0,033, а сумарний коефіцієнт місцевих опорів 23. Як зміниться подача та напір насоса при максимально припустимому обточуванні робочого колеса?

ВХІДНІ ДАНІ

h	35	м	висота подачі рідини
l	420	м	довжина трубопроводу
d	125	мм	діаметр трубопроводу
λ	0,033	–	коефіцієнт витрат на тертя
ζ	23	–	коефіцієнт місцевих опорів

ЗНАЙТИ

Q	?	л/с	витрати рідини
H	?	м	напір насоса
N	?	Вт	споживана потужність
Q_1	?	л/с	подача насоса після обточки колеса
H_1	?	м	напір насоса після обточки колеса

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Робочу характеристику насоса (1) будемо за наступними даними:

Q , л/с	8,3	12,5	16,7	19,5
H , м	62	57	50	44,5
η	0,544	0,635	0,663	0,63

- Характеристику насосної установки (2) будемо за даними, що обчислені за формулою: $H_n = h + (\lambda/d + \zeta) 8Q^2 / \pi^2 g d^4$, як функцію $H_n = f(Q)$.
- Точка перетину (А) кривих (1) і (2) це робоча точка, в якій знаходимо подачу Q , напір H та КККД η .
- Знаходимо коефіцієнт швидкості при максимально допустимій обточці колеса: $n_s = 3,65 n Q^{1/2} / H^{3/4}$, де $n = 2900$. Q і H взяти з таблиці при максимальному ККД.
- Згідно n_s обираємо припустиму обточку робочого колеса. В даному випадку прийняти 18%. Тоді характеристику насоса розраховуємо за формулами: $Q' = Q(D'/D)$, $H' = H(D'/D)^2$, де D – початковий діаметр робочого колеса; D' – діаметр обточеного колеса, який на 18% менший від D .
- На основі першої таблиці будемо таблицю характеристики для Q' і H' . За цими даними будується графік (3). Знаходимо нову робочу точку (A_1), на перетині з (2). В ній визначаємо напір H_1 та подачу Q_1 .

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №22

ЗАВДАННЯ #1

З резервуара з постійним рівнем вода подається відцентровим насосом у бак, з якого вона забирається в кількості 3 л/с. Отвір забірної труби знаходиться на висоті 10 м над поверхнею води у резервуарі. Визначити подачу та напір насоса у початковий момент роботи насоса, коли рівень води у баку розташовується на висоті 10 м. До якого найбільшого рівня може піднятися вода в баку? Якими будуть у цей момент подача та напір насоса? Сумарний коефіцієнт опору трубопроводу 15,1, діаметр 100 мм.

Вхідні дані

q	3	л/с	кількість забору води
h	10	м	висота отвору забірної труби
d	100	мм	діаметр труби
$\lambda/d+\zeta$	15,1	–	сумарний коефіцієнт опору

ХАРАКТЕРИСТИКА НАСОСА

$Q, \text{ л/с}$	0	2	4	6	8	10
$H, \text{ м}$	11	11,7	12	12,5	10,5	9

ЗНАЙТИ

Q	?	л/с	подача насоса
H	?	м	напір насоса
h'	?	м	найбільший рівень підняття води
Q'	?	л/с	подача насоса при рівні води h'
H'	?	м	напір насоса при рівні води h'

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Характеристика мережі будується за рівнянням: $H_n = h + (\lambda/d + \zeta) 8Q^2 / \pi^2 g d^4$.
2. Розраховуємо H_n для подачі в межах від 0 л/с до 8 л/с з інтервалом 2 л/с.
3. Будуємо графіки характеристики насоса $H = f(Q)$ та насосної установки $H_n = f(Q)$. Знаходимо робочу точку (А) на їх перетині. Координати цієї точки це подача насоса та його напір у початковий момент.
4. Найвищий рівень води буде тоді, коли крива насосної установки буде торкатися кривої насоса в деякій точці (В). Знайти цю точку на графіку і визначити в ній значення Q' та H' . Ця точка, це максимум графіку.
5. Підставити знайдені значення в рівняння характеристики мережі, та знайти звідти значення h' , що і буде максимально можливим рівнем води.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №23

ЗАВДАННЯ #1

Відцентровий насос подає воду з температурою 20°C по всмоктувальному трубопроводу та напірному трубопроводу на висоту 11 м. Знайти допустиму висоту всмоктування, якщо діаметр всмоктувального патрубку 100 мм. При якій максимальній подачі насос буде працювати у без кавітаційному режимі при висоті всмоктування 1 м?

ВХІДНІ ДАНІ

n	2900	хв ⁻¹	робоча частота обертання насоса
t	20	°С	температура води
l_1	15	м	довжина всмоктувального трубопроводу
d_1	150	мм	діаметр всмоктувального трубопроводу
λ_1	0,018	–	тертя у всмоктувальному трубопроводі
ζ_1	6	–	опір у всмоктувальному трубопроводу
l_2	43	м	довжина напірного трубопроводу
d_2	125	мм	діаметр напірного трубопроводу
λ_2	0,02	–	тертя у напірному трубопроводі
ζ_2	38	–	опір у напірному трубопроводу
h	11	м	висота подачі води насосом
d	100	мм	діаметр всмоктувального патрубка
ρ	1000	кг/м ³	густина води
P_a	0,1	МПа	атмосферний тиск
$P_{нп}$	2,4	кПа	тиск напору

ХАРАКТЕРИСТИКА НАСОСА

Q , л/с	0	5	10	15	20	25	30
H , м	26	27	26,5	26	23,5	21,3	17

ЗНАЙТИ

$h_{вс}$?	м	допустима висота всмоктування
Q	?	л/с	подача насоса при рівні води 1 м

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

- Побудувати графік характеристики насоса, по даним таблиці.
- Будуємо характеристику насосної установки за формулою: $H_n = h + h_1 + h_2$, де $h_i = (\lambda l / d + \zeta) 8Q^2 / \pi^2 g d^4$ – напори для першого і другого трубопроводу.
- Будуємо графік характеристики насосної установки, як функцію $H_n = f(Q)$. Дані для побудови кривої взяти в межах від 0 л/с до 30 л/с з інтервалом 5 л/с.
- Знаходимо точку перетину двох графіків (А). Її координати це подача насоса Q та напір H .
- Знаходимо швидкості руху води у всмоктувальному трубопроводі v_1 та у всмоктувальному патрубку $v_{вс}$ за формулою: $v = 4Q / \pi d^2$.
- Напір у всмоктувальній трубі визначаємо за формулою: $h_1 = (\lambda_1 l_1 / d_1 + \zeta_1) v_1^2 / 2g$.

7. Втрати напору у всмоктувальній трубі: $\Delta h = 13(nQ^{1/2}/c)^{4/3}$, де $c=1000$ – постійна інтегрування за формулою Руднева.
8. Допустиму висоту всмоктування знайдемо за формулою: $h_{вс} = P_a / \rho g - P_{нп} / \rho g - v_{вс}^2 / 2g - h_1 - \Delta h$.
9. Для визначення максимальної подачі, за якої ще не настає кавітація при висоті всмоктування $h_{вс} = 1$ м, побудуємо залежність вакууметричної висоти всмоктування за формулою: $H_{вак} = h_{вс} + (\lambda_1 l_1 / d_1 + \zeta_1) v_1^2 / 2g + v_{вс}^2 / 2g$, в яку замість v_1 та $v_{вс}$ вставити їх визначення через Q , з пункту 5. В результаті отримаємо функцію залежності $H_{вак} = f(Q)$. Будуємо графік знайденої функції. Дані для побудови кривої взяти в межах від 0 л/с до 30 л/с з інтервалом 5 л/с.
10. Максимальну подачу Q шукаємо на графіку для напору $H = 2,7$ м.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №24

ЗАВДАННЯ #1

Поршневий насос односторонньої дії з робочим об'ємом 7,2 л подає воду на висоту 25 м по трубопроводу довжиною 420 м та діаметром 100 мм. Визначити подачу та напір насоса, якщо частота обертання 60 хв^{-1} , коефіцієнт гідравлічного тертя трубопроводу 0,03, сумарний коефіцієнт місцевих опорів 24, а характеристика насоса задається рівнянням $Q=V_0 n - 0,03P/\rho g$, де P – тиск насоса. Як необхідно змінити частоту обертання валу насоса, щоб зменшити його подачу на 30%?

Вхідні дані

V_0	7,2	л	робочий об'єм насоса
h	25	м	висота подачі води
l	420	м	довжина трубопроводу
d	100	мм	діаметр трубопроводу
n	60	хв^{-1}	частота обертання валу насоса
λ	0,03	–	коефіцієнт гідравлічного тертя
ζ	24	–	сумарний коефіцієнт місцевих опорів
ρ	1000	кг/м^3	густина води

Знайти

Q	?	л/с	подача насоса
P	?	кПа	тиск напору насоса
n_1	?	хв^{-1}	частота обертання валу насоса при зменшенні подачі на 30%

Порядок розв'язання

- Для побудови робочої характеристики насоса підрахуємо його подачу Q при різних тисках, а саме при $P=0$ МПа та $P=0,3$ Мпа. За отриманими даними будемо графік функції $P=f(Q)$.
- Будемо характеристику насосної установки за формулою:
 $P'=\rho gh+(\lambda l/d+\zeta)8\rho Q^2/\pi^2 d^4$.
- Будемо графік $P'=f(Q)$, задавши зміну подачі в межах від 0 л/с до 7,5 л/с з інтервалом 2,5 л/с.
- Точка (А) перетину характеристики насоса та насосної установки визначає режим роботи насоса. Її координати це шукана подача Q та тиск P .
- На кривій $P'=f(Q)$, знаходимо точку (A_1), яка відповідає витратам $Q_1=0,7Q$ та тиску P_1 .
- З рівняння характеристики насоса, що наведено в умові знайти частоту обертання n_1 , за якої подача зменшиться на 30%.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №25

Завдання #1

Побудувати залежність подачі шестеренного насоса від частоти обертання для трьох значень протитиску (0, 10 МПа та 20 МПа), а також залежність подачі від тиску при $n=1440 \text{ хв}^{-1}$, приймаючи витікання пропорційним протитискам (коефіцієнт пропорційності $0,5 \times 10^{-8} \text{ л/сПа}$). Ширина шестерні 31,85 мм, діаметр кола виступів 48 мм, кількість зубців 10.

Вхідні дані

P_1	0	МПа	перше значення протитиску
P_2	10	МПа	друге значення протитиску
P_3	20	Мпа	третє значення протитиску
n	1440	хв^{-1}	
k	$0,5 \times 10^{-8}$	л/сПа	
b	31,85	мм	
D	48	мм	
z	10	—	

Порядок розв'язання

- Знаходимо модуль зчеплення, робочий об'єм та ідеальну подачу насоса:
 $m=D/(z+2)$; $V_0=2\pi m^2 z b$; $Q_i=V_0 n$.
- Подача насоса: $Q=Q_i - kP$.
- Будуємо залежність $Q=f(P)$ при $n=1440 \text{ хв}^{-1}$ для трьох заданих P в умові задачі.
- Для побудови залежності $Q=f(n)$ скористаємося формулою: $Q=V_0 n - kP$. Будуємо три графіка для кожного значення P_i . Частоти для розрахунків використовуємо 200, 750 і 1500 хв^{-1} .
- За результатами розрахунків будуємо таблицю.

$n, \text{хв}^{-1}$	Q, л/с при $P_1=0 \text{ МПа}$	Q, л/с при $P_2=10 \text{ МПа}$	Q, л/с при $P_3=20 \text{ МПа}$
200			
750			
1500			

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №26

ЗАВДАННЯ #1

У гідроприводі з машинним керуванням застосований регульований аксіально-поршневий насос, характеристики якого наведені в завданні. Побудувати графік залежності зміни швидкості від кута γ , якщо діаметр циліндра 80 мм, діаметр штока 40 мм. Кут γ змінюється від 0 до 30°, з інтервалом 5°.

Вхідні дані

z	7	–	кількість поршнів
d	15	мм	діаметри поршнів
D	40	мм	діаметри кола центрів циліндрів
n	960	хв ⁻¹	частота обертання
γ	0-30	°	кут нахилу диска
D_1	80	мм	діаметр циліндра
D_2	40	мм	діаметр штока

Порядок розв'язання

1. Робочий об'єм насоса знаходимо за формулою: $V_0 = \pi d^2 D z t g \gamma / 4$.
2. Ідеальна подача насоса: $Q_i = V_0 n$.
3. Швидкість переміщення поршня гідроциліндра: $v_n = 4Q_i / \pi(D_1^2 - D_2^2)$.
4. Будуємо графік $v_n = f(\gamma)$.

ЗАВДАННЯ #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №27

ЗАВДАННЯ #1

Визначити ККД об'ємного гідроприводу обертального руху, насос якого розвиває тиск 9,5 МПа, а аксіально-поршневий гідромотор має характеристики, що наведені в таблиці. Характеристика напірної лінії теж наведені в таблиці. Втрати тиску у місцевих опорах трубопроводів прийняти рівними 90% втрат тиску на тертя, а втратами тиску у всмоктувальній гідролінії знехтувати.

ВХІДНІ ДАНІ

P	9,5	МПа	тиск насоса
n	1100	хв ⁻¹	частота обертання гідромотора
d	16	мм	діаметри циліндрів
z	12	–	кількість циліндрів
D	82	мм	діаметр кола центрів циліндрів
γ	20	°	кут нахилу диска
η_0	0,85	–	механічний ККД
l_1	6	м	довжина напірної гідролінії
d_1	21	мм	діаметр напірної гідролінії
l_2	9	м	довжина зливної гідролінії
d_2	33	мм	діаметр напірної гідролінії
ρ	890	кг/м ³	густина робочої рідини
ν	30	мм ² /с	кінематична в'язкість робочої рідини
η_n	0,8	–	ККД насоса
Q	1,2	л/с	подача насоса, при заданому тиску

ЗНАЙТИ

ΔP_1	?	МПа	втрати тиску в напірній гідролінії
ΔP_2	?	МПа	втрати тиску в зливній гідролінії
η	?	–	ККД об'ємного гідроприводу

Побудувати графіки залежності втрати тиску від подачі насоса в межах від 0 л/с до 2 л/с. Інтервал зміни подачі вибрати 0,2 л/с. До графіків додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

- Знаходимо швидкість в обох гідролініях за формулою: $v=4Q/\pi d^2$.
- Число Рейнольдса: $Re=vd/\nu$.
- Тертя в трубопроводі: $\lambda=0,3164/Re^{0,25}$.
- Втрата тиску на тертя в трубопроводі: $\Delta P=\lambda\rho v^2/2d$.
- Дані заносимо у таблицю. Вираховуємо сумарні витрати: $\Delta P_c = \Delta P_1 + \Delta P_2$.

Гідролінія	Q, л/с	d, мм	v, м/с	Re	λ	ΔP
Напірна						
Зливна						

- Повні витрати з урахуванням втрат у місцевих опорах: $\Delta P = 1,9\Delta P_c$.

7. Знаходимо перепад тисків у гідромоторі: $\Delta P_{2M} = P - \Delta P$.
8. Знаходимо робочий об'єм гідромотора: $V_0 = \pi d^2 D z t g \gamma / 4$.
9. Знаходимо крутний момент гідроприводу: $M = V_0 \Delta P_{2M} \eta_0 / 2\pi$.
10. Визначаємо корисну потужність на валу гідромотора: $N_k = M\omega$, де $\omega = 2\pi n$ – кутова швидкість обертання валу.
11. Споживана потужність насоса: $N = PQ / \eta_n$.
12. ККД гідроприводу: $\eta = N_k / N$.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.

ВАРІАНТ №28

ЗАВДАННЯ #1

Визначити потужність та ККД об'ємного гідроприводу поступального руху, якщо гідроциліндр має діаметр 200 мм, механічний ККД 0,96, об'ємний ККД 0,99, а насос має подачу 1,1 л/с. Параметри всмоктувального, напірного та зливного трубопроводів наведені в таблиці. Робоча рідина – мастило турбінне при температурі 50°C.

ВХІДНІ ДАНІ

Q_n	1,1	л/с	подача насоса
P_n	1,6	МПа	тиск насоса при вказаній подачі
η_n	0,85	–	ККД насоса
D	200	мм	діаметр гідроциліндра
η_m	0,96	–	механічний ККД
η_o	0,99	–	об'ємний ККД
l_v	2	м	довжина всмоктувальної труби
d_v	39	мм	діаметр всмоктувальної труби
l_n	6	м	довжина напірної труби
d_n	19,2	мм	діаметр напірної труби
l_z	10	м	довжина зливної труби
d_z	24	мм	діаметр зливної труби
t	50	°C	температура мастила
ρ	900	кг/м ³	густина мастила
ν	30	мм ² /с	кінематична в'язкість мастила

ЗНАЙТИ

N	?	кВт	потужність об'ємного гідроприводу
η	?	–	ККД об'ємного гідроприводу

Побудувати графіки залежності втрати тиску від подачі насоса в межах від 0 л/с до 2 л/с. Інтервал зміни подачі вибрати 0,2 л/с. До графіків додати таблицю результатів.

ПОРЯДОК РОЗВ'ЯЗАННЯ

1. Розраховуємо характеристики всіх трьох гідроліній. Результати зводимо в таблицю.

Гідролінія	Q, л/с	d, мм	v, м/с	Re	λ	ΔP
Всмоктувальна						
Напірна						
Зливна						

2. Середня швидкість: $v=4Q/\pi d^2$.

3. Число Рейнольдса: $Re=vd/\nu$.

4. Тертя в трубопроводі: $\lambda=0,3164/Re^{0,25}$.

5. Втрати тиску на тертя в трубопроводі: $\Delta P=\lambda l \rho v^2/2d$.

6. Дані заносимо у таблицю. Вираховуємо сумарні витрати: $\Delta P_c = \Delta P_1 + \Delta P_2$.
7. Визначаємо тиск на вході у гідроциліндр: $P_u = P_H - \Delta P_c$.
8. Зусилля у штоці: $R = P_u \eta_m \pi D^2 / 4$.
9. Швидкість переміщення поршня: $v_p = 4 Q_H \eta_o / \pi D^2$.
10. Корисна потужність на вході гідроприводу: $N_k = R v_p$.
11. Потужність гідроприводу: $N = P_H Q_H / \eta_H$.
12. ККД гідроприводу: $\eta = N_k / N$.

Завдання #2

Розв'язати диференціальне рівняння.