Варіант 1

1. Способи задання множин. В якому випадку не можна використовувати той чи інший спосіб?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте *P(A)*, якщо $A=\{\{\varnothing\}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{A\cap\overline{B}\cup\overline{A}}\cup\overline{\overline{B}\cap A}$,

б) $\overline{\overline{\overline{\mathrm{A}}\cup \mathrm{B}}\cup(\overline{\mathrm{B}}\cap \mathrm{A})\cup\overline{\mathrm{A}}}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;

8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
R	N	Z	Q
{1,2,3,4,5}	{2,4}	{4,6}	{3,4,5,7}
$\lvert x \rvert < 3$	$\lvert x \rvert \le 3$	$\lvert x \rvert < 1$	$\lvert x \rvert \le 10$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A=\{1;2;5\};\ B=\{2;5;6;7\};\ C=\{1;5;7;10\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $(\overline{P}\cup Q)\setminus(P\cap\overline{Q})$,

2) $((\overline{P}\cup\overline{Q})\setminus R)\cup(V\cap\overline{R})$,

3) $\left(\overline{(\overline{R}\div\overline{Q})\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,

4) $((\overline{R}\setminus P)\cup(\overline{R}\setminus Q))\setminus P$,

5) $(R\cup\overline{R})\cap((R\setminus P)\setminus\overline{Q})$.

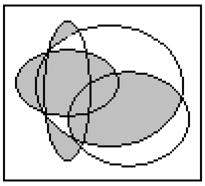
а) $P=\{2;3;5;7;10\},\ Q=\{2;3;5;7;10\},\ R=\{1;2;3;4;9;10\}$.

б) $P=\{x|1\le x\le 5\},\ Q=\{x|0\le x\le 4\},\ R=\{x|3\le x\le 10\}$

8. Розв’яжіть задачу.

Виявилося, що в групі туристів 15 чоловік були раніше у Франції, 19 - в Італії, 9 - у Німеччині. 9 туристів були у Франції й в Італії, 7 - у Франції й у Німеччині, 6 - і в Італії, і в Німеччині. 4 туриста були у всіх трьох країнах. Скільки туристів були хоча б в одній із трьох країн?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

б) $(\overline{\mathrm{A}} \cup B) \cap A = A \cap B$;

в) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:
$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$.

12. Дайте визначення властивості відношення транзитивності.

13 . Чи буде відношення $(a,b) \in R \subset A^2$, де $a = b^2$ функціональним, де $A = \{-20;-19;\mathrm{K}\ 0;1;2;\mathrm{K}\ 20\}$? Якщо так, то вкажіть відповідну функцію.

14. Задайте бінарне відношення $R = \{(x,y) | x \in A, y \in B, x^2 - y^2 < 0)$ всіма можливими способами. $R \subset A \times B; A = \{2;4;6;8;10;12;14\}$, $B = \{1;3;4;7;8;9\}$.

15. Знайдіть область визначення і область значень функції, яка кожному невід'ємному цілому числу $x \leq n$ ставить у відповідність його останню цифру.

Варіант 2

1. Запишіть формули тотожностей алгебри множин.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте *P(A)*, для множини $A = \{\{x\};\{y\};\{z\}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{(A \cap B)} \cup \overline{B} \cap \overline{\overline{A} \cup B}}$;

б) $\overline{B \cap \overline{\overline{A}} \cup \overline{A} \cup \overline{A \cup B}}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;

8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{зірки на небі}	{чумацький шлях}	{Венера, Марс, Плутон}	{Марс}
{5,6,7}	{5,6}	{4,5,6,10}	{1,2,3,4,10}
$\vert y \vert \geq 1$	$\vert y \vert \leq 2$	$\vert y \vert \geq 1/2$	$\vert y \vert \leq 1/2$

5. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \{a | a \in N, 2 \leq a \leq 10\}$; $B = \{b | b \in N, 3 \leq b \leq 11\}$; $C = \{c | c \in N, 5 \leq c \leq 15\}$.

6. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $(\overline{P} \cup Q) \setminus (P \cap \overline{Q})$,

2) $((\overline{P} \cup \overline{Q}) \setminus R) \cup (V \cap \overline{R})$,

3) $\left(\overline{(\overline{R} \div \overline{Q}) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $((\overline{R} \setminus P) \cup (\overline{R} \setminus Q)) \setminus P$,

5) $(R \cup \overline{R}) \cap ((R \setminus P) \setminus \overline{Q})$.

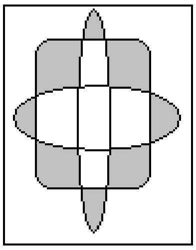
а) $P = \{1,2,3,6,10\}, Q = \{2,3,6,8,10,12\}, R = \{1,2,10,12,16,18\}$,

б) $P = \{x | 0 \leq x \leq 4\}, Q = \{x | 0 \leq x \leq 12\}, R = \{x | 2 \leq x \leq 16\}$.

7. Розв’яжіть задачу.

Групі студентів з 30 чоловік була запропонована контрольна робота із трьох завдань. Перше завдання вирішили 15 студентів, друге - 13, третє - 12. Перше й друге завдання вирішили 7 чоловік, перше й третє - 6, друге й третє - 5 чоловік. Всі три завдання вирішили 2 студента. Скільки студентів із групи не вирішили ні одного завдання?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$;

б) $A\cap(B\backslash A) = \varnothing$;

в) $A\cap(B\div C)=(A\cap B)\div(A\cap C)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A\cup B)\times(C\cup D)=(A\times C)\cup(A\times D)\cup(B\times C)\cup(B\times D)$.

12. Дайте визначення властивості відношення еквівалентності.

13. Чи буде відношення $(a,b)\in R\subset A^2$, $R: a^2=b^3$ функціональним? Якщо так, то вкажіть відповідну функцію. $A=\{-20;-19;\mathrm{K}\ 0;1;2;\mathrm{K}\ 20\}$.

14. Задайте бінарне відношення $R=\{(x,y)|x\in X, y\in Y\}$ всіма можливими способами: $R: |x|\le|y|$.

$R\subset X\times Y, X=\{2,4,6,8,10\}; Y=\{-4;-3;-2;-1;0;10;14\}$.

15. Яка з матриць задає відношення часткового порядку? Обґрунтуйте.

а)

	a	*b*	*c*	*d*
a	1	0	1	0
b	0	1	1	0
c	0	0	1	1
d	1	1	0	1

б)

	a	*b*	*c*
a	1	0	1
b	1	1	0
c	0	0	1

Варіант 3

1. Визначте поняття підмножини і включення множин. Наведіть приклади.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A=\{\varnothing,x,y,z\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{\overline{\mathrm{A}\cap\mathrm{B}}\cup\overline{\mathrm{A}}\cup\overline{\mathrm{B}}}\cup\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B}}$;

б) $\left(\overline{A\cup\overline{B}}\right)\div\left(\left(\overline{A}\cup A\cup\overline{A}\right)\cap B\cap\overline{B}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{тропічні ліси}	{тайга}	{сосновий бор}	{берізка, сосна}
{3,5,7,9}	{5,7,9}	{1,2,3,5}	{1,2,3,4,10}
N	Z	$\vert x-1\vert<3$	$\vert x+5\vert>3$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A=\{x\mid x^3-2x^2+x=0\}$; $B=\{x\mid x^3-1=0\}$; $C=\{x\mid x^2-2x-3\le 0\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P}\cup Q\right)\setminus\left(P\cap\overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P}\cup\overline{Q}\right)\setminus R\right)\cup\left(V\cap\overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R}\div\overline{Q}\right)\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R}\setminus P\right)\cup\left(\overline{R}\setminus Q\right)\right)\setminus P$,
5) $\left(R\cup\overline{R}\right)\cap\left(\left(R\setminus P\right)\setminus\overline{Q}\right)$.

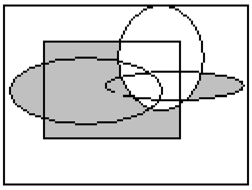
а) $P=\{1,15\}, Q=\{2,4,6,8,10,12\}, R=\{0,1,3,5,7,9,11,13\}$,

б) $P=\{x\mid 0<x<10\}, Q=\{x\mid 1\le x\le 4\}, R=\{x\mid -4\le x\le 4\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Фірма має 100 підприємств, причому кожне підприємство випускає хоча б одну продукцію виду A, B, C. Продукцію всіх трьох видів випускають 10 підприємств, продукцію A и B - 18 підприємств, продукцію A и C - 15 підприємств, продукцію B и C - 21 підприємство. Число підприємств, що випускають продукцію А дорівнює числу підприємств, що випускають продукцію В і дорівнює числу підприємств, що випускають продукцію С. Знайти число підприємств, які випускають тільки А, В, С.

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) (A∪B)∩A = (A∩B)∪A = A;

б) $(A\cap B)\cup(A\cap \overline{B}) = (A\cup B)\cap(A\cup \overline{B}) = A$;

в) A∪B = A÷B÷(A∩B).

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A\times B=(A\times D)\cap(C\times B)$, якщо $A\subseteq C, B\subseteq D$.

12. Дайте визначення «відношення транзитивності». Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: a-b<0$, де $R\subset A^2$ і $A=\{0,100\}$ бієкцією?

14. Задайте відношення $R: |x|\le\sqrt{y}$ всіма можливими способами: $R\subseteq X\times Y$. $X=\{0,1,2,3,4,5\}; Y=\{0,1,4,25,36\}$.

15. Знайдіть 16 різних відношень на множині $\{0;1\}$.

Варіант 4

1. Які протиріччя (парадокси) можуть виникнути при визначенні множин. Наведіть приклади.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв свого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{зима, літо, осінь, весна\}$.

4. Спростіть вирвзи:

а) $\overline{\overline{\overline{B} \cup A} \cup \overline{\overline{B \cap A} \cap B}}$;

б) $\overline{\overline{A \setminus (A \cup B)} \cap \overline{(A \div B) \cup \overline{A}}}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;

8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{люди}	{жінки}	{чоловіки}	{немовлята}
{7,8,9,10,11}	{9,10,11,17}	{8,9}	{10,11,18}
1 < | x | < 2	x ∈ (1;2)	| x – 1 | < 1	| x + 1 | > 1

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid x^2 - 4x = 0\}$; $B = \{x \mid x^2 - 4x \ge 0\}$; $C = \{x \mid x^2 - 10x + 9 \le 0\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $(\overline{P} \cup Q) \setminus (P \cap \overline{Q})$,

2) $((\overline{P} \cup \overline{Q}) \setminus R) \cup (V \cap \overline{R})$,

3) $(\overline{(\overline{R} \div \overline{Q}) \setminus \overline{P}}) \cap R$,

4) $((\overline{R} \setminus P) \cup (\overline{R} \setminus Q)) \setminus P$,

5) $(R \cup \overline{R}) \cap ((R \setminus P) \setminus \overline{Q})$.

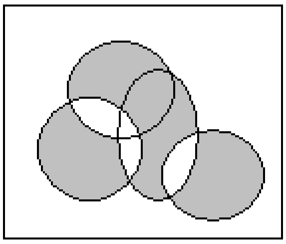
а) $P = \{\varnothing; 1, 2, 3, 4\}, Q = \{2, 3, 6, 8, 10\}, R = \{2, 5, 7, 11, 100\}$,

б) $P = \{x \mid -1 \le x \le 1\}, Q = \{x \mid |x| \le 5\}, R = \{x \mid |x| \ge 5\}$.

8. Розв'яжіть задачу.

Аналіз історій хвороб групи з 20 дітей виявив, що 10 дітей хворіли вітрянкою, 6 - кором, 5 - свинкою. Вітрянкою і кором хворіли 3 дитини, вітрянкою і свинкою - 3, кором і свинкою - 2. Всіма трьома хворобами хворіла одна дитина. Скільки дітей не хворіли ні однієї з перерахованих хвороб?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A\cap B\cap C)\cup(\overline{A}\cap B\cap C)\cup(\overline{B}\cup\overline{C}) = U$;

б) $\overline{A\cap B} = \overline{A}\cup\overline{B}$;

в) $A\subseteq B \Rightarrow A\cap C \subseteq B\cap C$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$U^2 \setminus (A\times B) = ((U \setminus A)\times U)\cup(U\times(U\setminus B))$.

12. Дайте визначення властивостей бієктивного відношення.

13. Чи буде відношення $(a,b)\in R\subseteq A^2$; $A=\{\overline{1,100}\}$; $R: a^5 = b^4$; $a\in A$ і $b\in A$ функціональним. Якщо так, то вкажіть функцію.

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R=\{(x,y)|x\in X\ і\ y\in Y\}$ $R: |x-y|\geq 0; X=\{\overline{0,10}\}; Y=\{\overline{(-10,10)}\}$.

15. Яка з матриць задає відношення еквівалентності? Обґрунтуйте.

а)

	a	b	c	d
a	1	0	1	0
b	0	1	0	0
c	1	0	1	0
d	0	1	0	1

б)

	a	b	c
a	1	1	1
b	0	1	1
c	1	1	1

.

Варіант 5

1. Дайте визначення операціям на множинах.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{0, a, b, c\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $A \cup \overline{\overline{\overline{A} \cup B} \cup \overline{\overline{B} \cup A} \cap B}$;

б) $\left(\overline{\overline{\overline{A}} \cup \overline{B}}\right) \cap \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) \setminus \overline{A}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?
   1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
   8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{опади}	{дощ}	{сніг}	{град}
{1,5,9,10}	{4,5,9}	{7,8,9,10}	{10,11,12,13,14}
$\mid x - 1 \mid = 4$	$\mid x \mid > 1$	$\mid x \mid < 3$	$\mid x - 1 \mid > 1/2$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^2 - 5x + 6 \geq 0\right\}$; $B = \left\{x \middle| x^2 - 4x + 3 = 0\right\}$; $C = \left\{x \middle| |x| \leq 4\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:
   1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
   2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
   3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
   4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
   5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

а) $P = \left\{\overline{1, 12}\right\}, Q = \left\{\overline{8, 15}\right\}, R = \left\{\overline{7, 18}\right\}$,

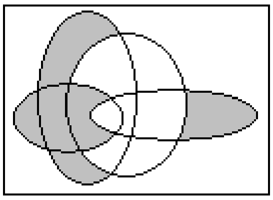
б) $P = \left\{x \middle| |x - 4| \leq 4\right\}, Q = \left\{x \middle| -1 \leq x \leq 10\right\}, R = \left\{x \middle| |x - 3| \geq 3\right\}$.

8. Розв'яжіть задачу.

У книжковий кіоск привезли для продажу 100 книг Пушкіна, Лермонтова й Тургенєва. Книги тільки Пушкіна купили 5 чоловік, книги Лермонтова - 5, книги Тургенєва - 5 чоловік. Книги Пушкіна й Лермонтова купили 40 чоловік, книги Пушкіна й Тургенєва - 20, книги Лермонтова й

Тургенєва - 10 чоловік. П'ять чоловік купили книги всіх трьох письменників. Скільки книг кожного автора залишилося в кіоску?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subset B$ та $A \subset C$;

б) $C \cap (B \backslash C) = \varnothing$;

в) $(A \backslash B) \div (B \backslash C) \div (C \backslash A) = (B \backslash A) \div (C \backslash B) \div (A \backslash C)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A_1 \cap B_2 \cap ... \cap A_n) \times (B_1 \cap ... \cap B_n) = (A_1 \times B_1) \cap (A_2 \times B_2) \cap ... \cap (A_n \times B_n)$.

12. Дайте визначення відношення строгого порядку. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R : a^2 + b^2 \geq 10$ ін'єкцією, якщо $a \in A = \{1;2;3;4\}$ та $b \in B = \{0,1,2,5,7,8\}$, $R \subset A \times B$?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R : a^2 - b^2 \leq 0$, де $R \subset A \times B$. $a \in A = \{1,2,3,4\}; B = \{0,1,2,5,9,10\}$.

15. Знайдіть R^{-1} та $-R$ для відношення $R = \{(x,y) | (x,y) \in Q; y \geq x^2\}$.

Варіант 6

1. Чи можна операції на множинах виразити одну через іншу? Яким чином?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{1; \{2,3\}; 4\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (\overline{B \cup A})} \cup \overline{A}$;

б) $\left(\overline{\overline{A} \div \overline{B}}\right) \cap \left(\overline{A \setminus B}\right) \cup \left(\overline{\overline{A}} \cap B\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;

8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{дерева}	{береза}	{дуб}	{сосна, калина}
{0,1,3,4}	{1,3,4,5}	{3,4,6,7}	{1,3,5,9,10}
lg x >1	lg x > 2	lg | x | < 1	x ∈ (0;2)

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| \left(x^3 - 8\right)\left(x^3 - 1\right) = 0\right\}$; $B = \left\{x \middle| x^2 - 4 = 0\right\}$; $C = \left\{x \middle| x^2 - 7x + 6 = 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

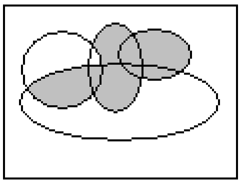
а) $P = \{1,15\}, Q = \{2,4,6,8,10,12\}, R = \{0,1,3,5,7,9,11,13\}$,

б) $P = \{x \| x| \geq 3\}, Q = \{x \| x| \leq 4\}, R = \{x | -3 \leq x \leq 3\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У групі спортсменів 27 чоловік. З них 20 займаються плаванням, 18 - легкою атлетикою й 10 - лижами. Плаванням і легкою атлетикою займаються 11 чоловік, плаванням і лижами - 8, легкою атлетикою й лижами - 6 чоловік. Скільки спортсменів займаються всіма трьома видами спорту?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A = \overline{B} \Leftrightarrow A \cap B = \varnothing$ та $A \cup B = U$;

б) $\overline{A \cap (B \setminus A)} = U$;

в) $\overline{A \div (B \div C)} = \overline{(A \div B) \div C}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A \setminus B) \times C = (A \setminus C) \times (B \setminus C)$.

12. Дайте визначення класів еквівалентності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: \frac{a}{b} > 1$ бієкцією, якщо $A = \{10, 5, 100, 12\}$, $B = \{6, 9, 10, 20, 30\}$.

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R = \{(a,b) \mid a^2 - b^2 > 1, a \in A, b \in B)\}$, $A = \overline{\{10, 20\}}$, $B = \overline{\{1, 10\}}$ $a, b \in N$.

15. Доведіть, що для довільного відношення R виконується рівність $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$.

Варіант 7

1. Які множини вважаються рівними?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви вашого прізвища}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{\overline{B} \cap A} \cup B} \cap \overline{\overline{A \cup B} \cap \overline{B}}$;

б) $\overline{(A \setminus B) \cup \left(\overline{A \cap B}\right)} \cup \varnothing$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{рослини}	{помідори}	{огірки}	{бур'яни}
{1,2}	{3,4,5}	{4,6}	{1,9,10}
$x^2 - 2x + 3 > 0$	$x^2 - 3x + 2 < 0$	$\lvert x \rvert < 1/2$	$x \in [-1/4; 1/4]$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^4 - 6x^3 + 5x^2 = 0\right\}$; $B = \{1,2,3,4,5,6\}$; $C = \left\{\overline{2,10}\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

а) $P = \left\{\overline{1-20}\right\}, Q = \left\{\overline{2-22}\right\}, R = \left\{\overline{5-15}\right\}$.,

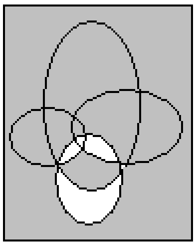
б) $P = \left\{x \middle| |x| \le 2\right\}, Q = \left\{x \middle| |x-4| \le 2\right\}, R = \left\{x \middle| |x| \le 7\right\}$.

8. Розв'яжіть задачу.

Група науковців складається зі 100 чоловік. З них 70 чоловік володіють англійською мовою, 50 - німецькою, 40 - французькою, 30 - англійською і німецькою, 25 - англійською і французькою, 15 -

французькою і німецькою. Хоча б одну мову знає кожний науковець. Скільки чоловік володіють всіма трьома мовами?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \subseteq B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$;

б) $\overline{(A \cup B) \cap A} = \overline{A}$;

в) $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \div B \div (A \cap B)}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:
$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$.

12. Дайте визначення відношення симетричності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R = \left\{ (a,b) \middle| a^2 + b^2 = 4; a \in A = \{5;1;2\}; b \in B = \{0;1;2\} \right\}$ функціональним?

14. Задайте всіма можливими способами відношення $R \div a = \sin b$, де $R \subset A \times B$, $A = \left\{ -1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \sqrt{3} \right\}$, $B = \left\{ -\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\}$.

15. Нехай R_1 та R_2 відношення часткового порядку. Визначте чи є відношення $\overline{R_1}, R_1 \cap R_2$ відношеннями часткового порядку.

Варіант 8

1. Наведіть приклади множин A і B для випадків $A \subset B$ та $A \subseteq B$.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви вашого імені}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $B \cap \overline{\overline{\overline{A} \cup B \cap B} \cup \overline{A \cup B}}$;

б) $\left(\overline{(A \cup B \cup C)} \,\middle|\, (\overline{A} \cap B)\right) \cup \varnothing$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{тварини}	{вівці}	{барани}	{свині}
{0,1,5}	{1,5,6,7}	{5,6}	{6,7,10,11}
$x^2 - 5x + 6 < 0$	$x^2 + x + 1 < 0$	$x^2 - x - 2 > 0$	$\| x \| > 1$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $\overline{A} = \{x \mid (x^3 + 8)(x^3 - 8)(x^2 - 16) = 0\}$; $B = \{x \mid |x| \le 2\}$; $C = \{x \mid x - 1 \le 0\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $(\overline{P} \cup Q) \setminus (P \cap \overline{Q})$,
2) $((\overline{P} \cup \overline{Q}) \setminus R) \cup (V \cap \overline{R})$,
3) $(\overline{(\overline{R} \div \overline{Q}) \setminus \overline{P}}) \cap R$,
4) $((\overline{R} \setminus P) \cup (\overline{R} \setminus Q)) \setminus P$,
5) $(R \cup \overline{R}) \cap ((R \setminus P) \setminus \overline{Q})$.

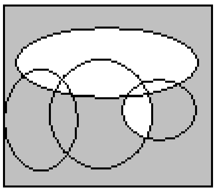
а) $P = \{\overline{1,7}\}$, $Q = \{\overline{2,10}\}$, $R = \{0,2,4,6,8,14\}$.,

б) $P = \{x \mid |x - 1| \le 2\}$, $Q = \{x \mid |x| \ge 1\}$, $C = \{0,2,4,6\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У студентській групі 20 чоловік. З них 10 мають оцінку “відмінно” по англійській мові, 8 - по математиці, 7 - по фізиці, 4 - по англійській мові й по математиці, 5 - по англійській мові й по фізиці, 4 - по математиці й по фізиці, 3 - по англійській мові, по математиці й по фізиці. Скільки студентів групи не мають відмінних оцінок?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $\overline{A} \cup \overline{(B \setminus A)} = U$;

б) $A \cup C \subseteq B \Leftrightarrow A \subseteq B$ та $C \subseteq B$;

в) $\overline{A \setminus (A \setminus B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:
$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

12. Дайте визначення композиції відношень. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R = \{(a,b) | a^2 + b^2 = 4; a \in A = \{5;1;2\}; b \in B = \{0;1;2\}\}$ функціональним?

14. Задайте відношення всіма способами $R : a^4 - b^4 \geq 0$, де $R \subset A \times B$, $A = \{5;6;7;8;10;11\}$, $B = \{-5;0;1;2;3;4\}$.

15. Яка з матриць задає відношення часткового відношення? Обґрунтуйте.

а)

	a	*b*	*c*	*d*
a	1	0	1	0
b	0	1	1	0
c	0	0	1	1
d	1	1	0	1

б)

	a	*b*	*c*
a	1	1	1
b	0	1	1
c	1	1	1

.

Варіант 9

1. Яка множина називається універсальною? Яка множина називається порожньою?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\text{букви вашого імені}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(B \cap \overline{A}) \cap \overline{(B \cup A)}} \cup \overline{\overline{A} \cup B}$;

б) $\overline{(A \setminus B) \cup (B \setminus A)} \cap \overline{(A \cap B \cap V)}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{фарби}	{акварелі}	{олівці}	{білила}
{11,12,13,14}	{12,13}	{13,14,15}	{10,11,12,15}
$x^2 - 7x + 6 < 0$	$x^2 - 5x + 6 > 0$	$x^2 - x + 1 > 0$	$\lvert x \rvert > 1/2$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid \sin x = 1\}$; $B = \{x \mid \cos x = 1\}$; $C = \{x \mid tgx = 1\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

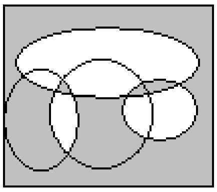
а) $P = \{\overline{2,18}\}$, $Q = \{-2;-4;1;23;4;5;6;100\}$, $R = \{-10;-9;0;1;9;10\}$.,

б) $P = \{x \mid |x-1| \le 2\}$, $Q = \{x \mid |x| \ge 3\}$, $R = \{x \mid |x-4| \le 1\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

На курси іноземних мов записалося 100 чоловік. Виявилося, що 70 чоловік будуть вивчати англійську мову, 60 чоловік - французьку і 30 чоловік - німецьку. Англійську і французьку збираються вивчати 40 чоловік, англійську і німецьку - 20, французьку і німецьку - 10. Скільки студентів будуть вивчати всі три мови?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B$ та $A \subseteq C$;

б) $\overline{A \setminus (B \cup C)} = \overline{(A \setminus B)} \cap \overline{(A \cap C)}$;

в) $(\overline{A} \cup B) \div (\overline{B} \cup A) = (A \cap B) \div (A \cup B)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.

12. Дайте визначення відношення. Назвіть властивості бінарних відношень.

13. Чи буде відношення $R : a^3 \le b^2$ транзитивним, якщо $R \subseteq A^2$, $A = \{\overline{1,100}\}$?

14. Задайте відношення $R : x - y \le 4$, де $R \subseteq X \times У$, $X = \{\overline{1,5}\}$, $Y = \{-2;-1;0;1;2;3\}$.

15. Доведіть, що якщо f - ін’єктивна функція, то існує функція f^{-1}.

Варіант 10

1. Запишіть відношення включення між універсальною множиною V, її довільною підмножиною A і множиною $\varnothing$?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A=\{a,b,c,\varnothing\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(A\cap\overline{B})\cup\overline{\overline{(\overline{A}\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cup B)}}}$.

б) $\overline{(A\div B)\setminus(C\div D)}\cap\overline{A}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D; 8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{книги}	{підручники}	{щоденники}	{зошити}
{1,9,10,11,12}	{9,10}	{11,12,15}	{1,9,11,12,15}
$x^2-6x+8<0$	$\log_2 x>0$	$\log_{\frac{1}{2}} x>-2$	$\lvert x\rvert<4$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A=\left\{x\,\middle|\,x^3-6x^2=0\right\}$; $B=\left\{x\,\middle|\,\lvert x-1\rvert=2\right\}$; $C=\left\{x\,\middle|\,x^2-100\le 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P}\cup Q\right)\setminus\left(P\cap\overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P}\cup\overline{Q}\right)\setminus R\right)\cup\left(V\cap\overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R}\div\overline{Q}\right)\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R}\setminus P\right)\cup\left(\overline{R}\setminus Q\right)\right)\setminus P$,

5) $\left(R\cup\overline{R}\right)\cap\left(\left(R\setminus P\right)\setminus\overline{Q}\right)$.

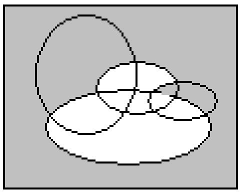
а) $P=\{0;1;2;3;7;9\}, Q=\left\{x\,\middle|\,x^4+2x^3+x^2=0\right\}, R=\{0;2;4;6;8;9\}.$,

б) $P=\left\{x\,\middle|\,-1\le x\le 0\right\}, Q=\left\{x\,\middle|\,-2\le x\le 0\right\}, R=\left\{x\,\middle|\,\lvert x\rvert\le 3\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У команді бігунів десять спортсменів бігають на довгі дистанції, вісімнадцять - на середні, дванадцять - на короткі. На довгі й середні дистанції бігають п'ять спортсменів, на середні й короткі - шість. На довгі й короткі дистанції не бігає ніхто. Скільки бігунів у команді?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A\cap B)\cup(A\cap \overline{B})=A$;

б) $A\cap B\subseteq C \Leftrightarrow A\subseteq \overline{B}\cup C$;

в) $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)=(A\cap B)\setminus C$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A\times(B\cap C) = (A\times B)\cap(A\times C)$.

12. Дайте визначення симетричного відношення. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: a-b\le 1$ бієкцією, якщо $a\in A=\{-1;0;1\}, B=\{\overline{1,10}\}$?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R: \frac{a^2}{2}\ge\frac{b^2}{2}$, де $a\in A=\{\overline{1,10}\}$, $B=\{\overline{1,5}\}$.

15. Нехай *A*, *B*, *C* – множини відношення $R\subset A\times B$; $S\subset B\times C$. Доведіть що, якщо R і S визначають бієкцією, то $S\circ R$ - бієкція.

Варіант 11

1. Яка множина називається порожньою? Яка множина називається універсальною?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви вашого прізвища}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(A \cup \overline{B}) \cap \overline{A}} \cup \overline{\overline{A \cup B} \cup \overline{\overline{A}}}$;

б) $\overline{\left(A \cap \overline{B}\right) \div \left(\overline{A} \cap B\right)} \cup A$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{папір}	{картон}	{олівець}	{листок зошита}
{8,9,10,13}	{7,9}	{8,9,13,15}	{10,11,13,15}
$x^2 - 11x + 10 < 0$	$\log_3 x > 2$	$\log_3 x < 3$	$\lvert x \rvert < 5$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x \in N \text{ та } x^2 - 10x + 9 = 0\right\}$, $B = \left\{x \middle| x \in N \text{ та } x^2 - 11x + 10 \le 0\right\}$.
$C = \{0,1,2,3,9,10\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:
1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

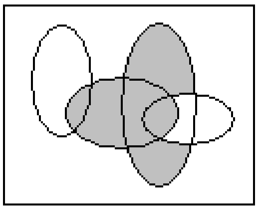
а) $P = \{-5;-4;-3;0;1;2;10;11\}$, $Q = \{\overline{2,10}\}$, $R = \{\overline{4,14}\}$,

б) $P = \{x \mid |x| < 3\}$, $Q = \{x \mid 0 \le x \le 10\}$, $R = \{x \mid |x - 1| \ge 1\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У класі 20 чоловік. На екзаменах з історії, математики й літератури 10 учнів не одержали ні однієї п'ятірки, 6 учнів одержали 5 по історії, 5 - по математиці й 4 - по літературі; 2 - по історії й математиці, 2 - по історії й літературі, 1 - по математиці й літературі. Скільки учнів одержали 5 по всіх предметах?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus C$;

б) $A\subseteq B\cup C \Leftrightarrow A\cap \overline{B} \subseteq C$;

в) $\overline{(A\cap B)\cup A} = \overline{A}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A\setminus B)\times C = (A\times C)\setminus(B\times C)$.

12. Дайте визначення асиметричного відношення. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R = \{(a,b) | a^2 \le b;\ a \in A = \{1;2;3;4;5\};\ b \in B = \{0;10;11\}\}$ антисиметричне?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R : x-1 \le \sqrt{y}$, де $R \subset A^2;\ \ x,y \in A = \{0;1;2;10;12;13\}$.

15. Доведіть, що для довільних бінарних відношень $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-} \cap R_2^{-1}$.

Варіант 12

1. В чому відмінність між рівністю множин та поняттям нестрого включення?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви вашого імені}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $A \cap \overline{(\overline{B} \cup A) \cap (\overline{\overline{A} \cup B})} \cup \overline{B}$;

б) $\overline{\left(\overline{A} \cap B\right) \cup \left(\overline{A} \div \overline{B}\right)} \cap \left(B \cup \overline{B}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{океани}	{моря}	{річки}	{водоспади}
{1,3,9,10}	{1,11}	{3,9,11}	{1,3,9,15}
N	Z	$\log_{\frac{1}{2}} x > -5$	$\mid x - 1 \mid > 10$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^5 - 4x^4 + 3x^3 = 0\right\}$; $B = \left\{x \middle| x^3 - 27 = 0\right\}$; $C = \left\{x \middle| (x-1)(x+2) = 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

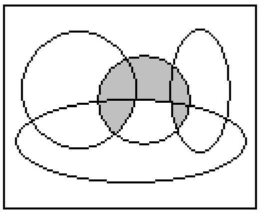
а) $P = \left\{\overline{1;10}\right\}, Q = \{1;3;5;7;9\}, R = \{0;1;5;9;17;21\}.$,

б) $P = \left\{x \middle| 1 < x < 5\right\}, Q = \left\{x \middle| 4 \le x \le 6\right\}, R = \left\{x \middle| -2 \le x \le 10\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У студентській групі 26 чоловік. Щоб одержати допуск на іспит з даного курсу необхідно захистити курсову роботу, виконати лабораторну роботу й здати залік. 15 студентів захистили курсову роботу, 20 виконали лабораторну роботу, 17 здали залік. Захистили курсову роботу й виконали лабораторну роботу 12 чоловік. Захистили курсову роботу й здали залік 11 чоловік. Виконали лабораторну роботу й здали залік 13 чоловік. Скільки студентів допущено до іспиту?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$;

б) $(A\setminus B)\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$;

в) $\overline{(A\cup B)\cap A}=\overline{A}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A\times(B\cup C) = (A\times B)\cup(A\times C)$.

12. Дайте визначення відношення симетричності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R:|x-1|\le y$, де $R\subseteq A^2; A=\{\overline{1,20}\}$ ін’єкцією?

14. Задайте відношення $R: x^2\ge y^3$, де $R\le X\times Y$; $X=\{\overline{1;15}\}$, $Y=\{-1;0;2;310;18;40\}$.

15. Доведіть, що для бінарного відношення R виконується рівність $-R^{-1}=(-R)^{-1}$.

Варіант 13

1. Яка множина називається скінченою, нескінченною? Наведіть приклади.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{букви\ вашої\ країни\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{A \cup B} \cup \overline{A \cap B}} \cup (\overline{\overline{A} \cup \overline{B}})$;

б) $\overline{\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)} \setminus \left(B \cup \overline{B}\right) \cup \varnothing$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{ріки}	{Дон, Буг}	{Буг}	{Дніпро, Десна}
{8,9}	{9,10,15}	{15,17,18}	{8,10,15,18,19}
$\lvert x - 2 \rvert < 3$	$\log_2 x > 0$	Z	$x^2 - 4x + 3 \le 0$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^5 - 4x^3 = 0\right\}$; $B = \left\{x \middle| x^2 - 4x + 4 = 0\right\}$; $C = \left\{x \middle| x^3 - 9x^2 = 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

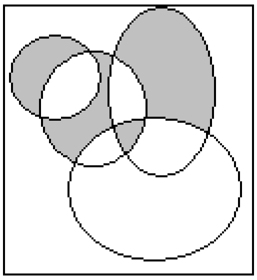
а) $P = \left\{\overline{1;10}\right\}, Q = \left\{\overline{2,12}\right\}, R = \left\{\overline{3;7}\right\}$,

б) $P = \left\{x \middle| -2 \le x \le 0\right\}, Q = \left\{x \middle| -1 \le x \le 1\right\}, R = \left\{x \middle| -3 \le x \le 2\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У класі 20 дітей. З них 10 додатково займаються у музичній школі, 6 - тенісом, 5 - китайською мовою. Музичну школу й заняття по тенісі відвідують три дитини, музикою й китайською мовою займаються троє, тенісом і китайською мовою двоє. Всіма трьома видами додаткових занять займається одна дитина. Скільки дітей не займається жодним з перерахованих занять?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A \div B)\setminus C = (A\setminus(B\cup C))\cup(B\setminus(A\cup C))$;

б) $(A\cap B)\cup C=A\cap(B\cup C)\Leftrightarrow C\subseteq A$;

в) $(A\cap B)\setminus(A\cap C)=(A\cap B)\setminus C$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A\setminus B)\times C = (A\times C)\setminus(B\times C)$.

12. Дайте визначення відношення симетричності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $6x-7y^2 \le 0$, де $R\subset A^2; A=\{\overline{1,10}\}$ бієкцією?

14. Задайте відношення всіма способами $R: x^2-1\ge y$, де $R\subset A^2;$ $A=\overline{\{0,10\}}$.

15. До яких бінарних відношень R справедливо $R^{-1}=-R$?

Варіант 14

1. Яку множину називають упорядкованою? Наведіть приклади.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\text{букви столиці Росії}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $A \cup \overline{B} \cap \overline{\overline{A \cup B} \cap \overline{B} \cup \overline{A}}$;

б) $\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) \div \left(\left(\overline{A} \cap A\right) \cup \left(B \cap \overline{B}\right) \mathrm{I}\ V\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{будинки}	{хмарочос}	{курінь}	{хата}
{1,3,7,8}	{7,8}	{1,3,9}	{1,3,9,10,11}
$x^3 - 1 > 0$	$\log_7 x > 2$	$\log_{\frac{1}{3}} x < -4$	$\lvert x \rvert < 25$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^5 - 4x^3 = 0\right\}$; $B = \left\{x \middle| |x| \le 1\right\}$; $C = \left\{x \middle| x^3 - 9x = 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

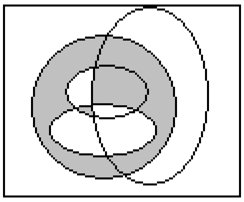
а) $P = \left\{\overline{1;10}\right\}, Q = \left\{\overline{2,8}\right\}, R = \left\{\overline{4;11}\right\}$,

б) $P = \left\{x \middle| |x| \le 2\right\}, Q = \left\{x \middle| |x - 1| \le 4\right\}, R = \{-10;0;1;2;3;4\}$.

8. Розв'яжіть задачу.

У спортивному таборі 100 чоловік, що займаються плаванням, легкою атлетикою й лижами. З них 10 займаються й плаванням, і легкою атлетикою, і лижами, 18 - плаванням і легкою атлетикою, 15 - плаванням і лижами, 21 - легкою атлетикою й лижами. Число спортсменів, що займаються плаванням, дорівнює числу спортсменів, що займаються легкою атлетикою, і дорівнює числу спортсменів, що займаються лижами. Знайти це число.

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \subseteq B \Rightarrow (A \setminus C) \subseteq (B \setminus C)$;

б) $A \div B = (\overline{A} \cup B) \div (A \cup \overline{B})$;

в) $\overline{(A \setminus B \setminus C)} = \overline{(A \setminus B)} \cap \overline{(A \cap B)}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.

12. Дайте визначення відношення транзитивності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: 5a - 4b \geq 0,$ де $R \subset A^2; A = \{\overline{1,10}\}$ ін'єкцією?

14. Задайте відношення всіма способами $R: x^3 - y^2 \geq 0$, де $R \subset X \times Y$; $X = \{\overline{1,5}\}, Y = \{0,1,4,5,6\}$.

15. $R = \{(a,b) | a \text{ і } b \textit{ розмовляють однією мовою}\}, a,b \in A = \{x | x - \textit{людина}\}$ якого типу дане відношення?

Варіант 15

1. Доведіть твердження: з будь-якої нескінченної множини можна виділити зчисленну множину.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте $P(A)$ для множини $A=\{a;b;c;d\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(B\cup A)\cap\overline{\overline{A}}\cup(A\cap\overline{B})}\cup B$;

б) $\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)\div\left(\left(\overline{A}\cap A\right)\cup\left(B\cap\overline{B}\right)\mathrm{I}\ V\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?
1) $B\in A$; 2) $C\subset A$; 3) $B\subset D$; 4) $C\not\subset B$; 5) $\varnothing\in C$; 6) $\varnothing\subset B$; 7) $B\not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{квіти}	{мак, орхідея}	{мак}	{айстра, мак}
{11,12,15,19}	{12,15,17}	{11,17}	{11,15,19,20,21}
$x^4-1>0$	$\log_5 x>1$	$\log_{\frac{1}{5}} x<-2$	$\lvert x-3\rvert<6$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A=\left\{x\middle|x^4-3x^3+2x^2=0\right\}$; $B=\left\{x\middle|x^4-1=0\right\}$; $C=\left\{x\middle|\,|x|=2 \text{ та } |x|=1\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:
1) $\left(\overline{P}\cup Q\right)\setminus\left(P\cap\overline{Q}\right)$,
2) $\left(\left(\overline{P}\cup\overline{Q}\right)\setminus R\right)\cup\left(V\cap\overline{R}\right)$,
3) $\left(\overline{\left(\overline{R}\div\overline{Q}\right)\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,
4) $\left(\left(\overline{R}\setminus P\right)\cup\left(\overline{R}\setminus Q\right)\right)\setminus P$,
5) $\left(R\cup\overline{R}\right)\cap\left(\left(R\setminus P\right)\setminus\overline{Q}\right)$.

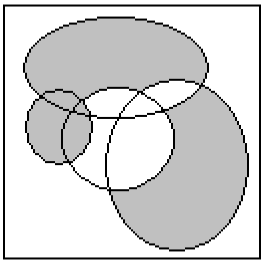
а) $P=\left\{\overline{1;10}\right\}, Q=\{1;5;9;14\}, R=\{0;3;7;9;11;21;32\}.$,

б) $P=\left\{x\middle|\,|x|\le 3\right\}, Q=\left\{x\middle|-1\le x\le 10\right\}, R=\left\{x\middle|\,|x|\ge 2\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У цеху є 25 верстатів, які можуть виконувати три види операцій: А, В і С. З них 10 верстатів виконують операцію А, 15 - В, 12 - С. Операції А і В можуть бути виконані на 6 верстатах, А і С - на 5, В і С - на 3 верстатах. Скільки верстатів можуть виконувати всі три операції?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup (B \backslash A)}$;

б) $A \subset B \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$;

в) $A \cup B = A \div B \div (A \cap B)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A \times B = (A \times D) \cap (C \times B)$, де $A \subseteq C$ та $B \subseteq D$.

12. Дайте визначення антисиметричного відношення. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: a + b \geq 4$ ін'єктивним, де $a \in A = \{-1;0;1\}$, $B = \{\overline{1,10}\}$?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R: \frac{a}{2} > \frac{b}{2}$, де $a \in A = \{5;9;11;13;17\}$, $b \in B = \{4,6;8;10;18;20\}$.

15. Яка з матриць задає відношення еквівалентності? Обґрунтуйте.

а)

	a	b	c	d
a	1	1	1	0
b	1	1	1	0
c	1	1	1	0
d	0	0	0	1

б)

	a	b	c
a	1	1	1
b	0	1	1
c	1	1	1

.

Варіант 16

1. У чому відмінність строгого включення від нестрогого? Наведіть приклади.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A=\{\textit{множина оцінок при відповіді іспиту}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{(A\cap B)\cup\overline{\overline{A}}}\cap B}\cup A$;

б) $\left(\left(\overline{A\div B}\right)\div\left(\overline{B\div A}\right)\right)\cap\overline{\overline{A}}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B\in A$; 2) $C\subset A$; 3) $B\subset D$; 4) $C\not\subset B$; 5) $\varnothing\in C$; 6) $\varnothing\subset B$; 7) $B\not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{волосся}	{локон}	{коса}	{бант}
$\{0,1\}$	$\{\varnothing\}$	$\{1,2,4\}$	$\{0,3,9,10,12\}$
$x^6-1>0$	$\log_7 x\le 1$	$\log_{\frac{1}{7}} x\ge -1$	$\lvert x-4\rvert\le 7$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A=\left\{x\,\middle|\,x^6-5x^5+6x^4=0\right\}$; $B=\left\{x\,\middle|\,x^5-1=0\right\}$; $C=\{0;1;2;3;4;5;10\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P}\cup Q\right)\setminus\left(P\cap\overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P}\cup\overline{Q}\right)\setminus R\right)\cup\left(V\cap\overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R}\div\overline{Q}\right)\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R}\setminus P\right)\cup\left(\overline{R}\setminus Q\right)\right)\setminus P$,

5) $\left(R\cup\overline{R}\right)\cap\left(\left(R\setminus P\right)\setminus\overline{Q}\right)$.

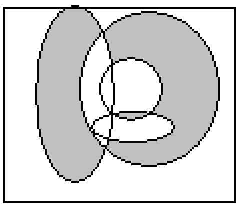
а) $P=\{\overline{1;10}\}, Q=\{\overline{2,20}\}, R=\{\overline{5,15}\}$,

б) $P=\left\{x\,\middle|\,-2\le x\le 1\right\}, Q=\left\{x\,\middle|\,x-1\le x\le 2\right\}, R=\left\{x\,\middle|\,\lvert x\rvert\le 4\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Групі студентів запропоновано три спецкурси: по мультимедіа, штучному інтелекту та імітаційному моделюванню. 22 студента записалися на спецкурс по мультимедіа, 18 - на спецкурс по штучному інтелекту, 10 - на спецкурс по імітаційному моделюванню, 8 - на спецкурси по мультимедіа й штучному інтелекту, 6 - на спецкурси по мультимедіа й імітаційному моделюванню, 7 - на спецкурси по штучному інтелекту й імітаційному моделюванні. 5 студентів записалися на всі три спецкурси. Скільки студентів у групі?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $((\overline{B}\cap A)\cup C)\cap(\overline{A\cup C}\cup B)=B\cap C$;

б) $A\subset B \Rightarrow \overline{B}\subseteq\overline{A}$;

в) $\overline{(\overline{A}\cup B)\cap A}=\overline{A\cap B}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A\cup B)\times C = (A\times C)\backslash(B\times C)$.

12. Дайте визначення відношення транзитивності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: x^3 \le y,$ де $R\subset X\times Y; X\in N; Y\in N$ функціональним? Якщо так, то знайдіть формулу для функції.

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R: x\ge\frac{y}{9}$, де $R\subset X\times Y;\ X=\{10,11,12,16,18,27\}, Y=\{180,190,200,210\}$.

15. Знайдіть S^{-1} та $-S$ для відношення $S=\{(x,y)x,y\in R, x+y<0\}$?

Варіант 17

1. Доведіть твердження: об’єднання скінченої та зчисленної множин є зчисленною множиною.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A=\{\textit{букви вашого прізвища}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{A\cup\overline{B}}\cap\overline{A\cup B}\cap\overline{B}}$;

б) $\left(\left(\overline{A\cap B}\right)\setminus\left(\overline{A}\cup A\cup\overline{\overline{A}}\right)\right)\cap\left(B\cap\overline{B}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{гори}	{Карпати}	{Альпи}	{Урал}
{5,8,9,10}	{10,11}	{11,14,15}	{∅,0,1,2}
$x^2 – 8x + 15 < 0$	$\lvert x \rvert > 1$	$\log_2 x > 2$	$\log_3 x < 1$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A=\left\{x\middle|x^5-10x^4+9x^3=0\right\}$; $B=\left\{x\middle|x^4-10x^2+9^2=0\right\}$; $C=\left\{x\middle|x^2-5x=0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P}\cup Q\right)\setminus\left(P\cap\overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P}\cup\overline{Q}\right)\setminus R\right)\cup\left(V\cap\overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R}\div\overline{Q}\right)\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R}\setminus P\right)\cup\left(\overline{R}\setminus Q\right)\right)\setminus P$,

5) $\left(R\cup\overline{R}\right)\cap\left(\left(R\setminus P\right)\setminus\overline{Q}\right)$.

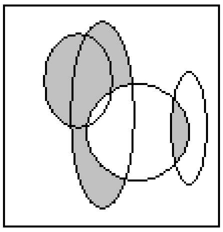
а) $P=\left\{\overline{1,10}\right\}, Q=\left\{\overline{2,15}\right\}, C=\left\{\overline{3,9}\right\}$,

б) $P=\left\{x\middle|-2\le x\le 2\right\}, Q=\left\{x\middle|\,|x-1|\le 3\right\}, R=\left\{x\middle|0\le x\le 10\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Підприємство оголосило набір робітників на посади токаря, слюсаря й зварника. У відділ кадрів звернулися 25 чоловік. З них 10 чоловік володіли професією токаря, 15 - слюсаря, 12 - зварника. Професією й токаря й слюсаря володіли 6 чоловік, і токаря, і зварника - 5 чоловік, і слюсаря й зварника - 3 чоловіки. Скільки чоловік володіють всіма трьома професіями?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $\overline{A \cap (B \setminus A)} = U$;

б) A⊆B ⇒ A∪C⊆B∪C;

в) $\overline{A \div (B \div C)} = \overline{(A \div B) \div C}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

A×(B∪C) = (A×B)\(A×C).

12. Дайте визначення відношення симетричності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R : 2a - 3b \geq 0$ де $R \subseteq A^2$; $A = \{\overline{1,15}\}$ ін'єкцією?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R : 2x^2 - 4y \geq 0$, де $R \subseteq X \times Y$; $X = \{\overline{1,10}\}, Y = \{1,2,10\}$.

15. Нехай R_1 та R_2 - відношення часткового порядку. Визначте чи є такі відношення $R_1 \cap R_2, R_1 \cup R_2$ відношеннями часткового порядку.

Варіант 18

1. Несчисленні множини. Континуум.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви вашого прізвища}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(A \cap \overline{B}) \cup \overline{A}} \cup \overline{\overline{B} \cap A}$;

б) $\left(A \cap \overline{B} \cup \overline{\overline{C}}\right) \cap \left(\overline{A \div B \div C}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{озера}	{річки}	{моря}	{Карпати}
{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3}	{4,5,6}	{4,5}
$2^x > 4$	$3^x < 81$	$\lvert x – 1\rvert < 5$	$\lvert x \rvert > 1$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid x^6 - 10x^5 + 9x^4 = 0\}$; $B = \{x \mid x^3 - 1 = 0\}$; $C = \{x \mid |x - 4| \le 1\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

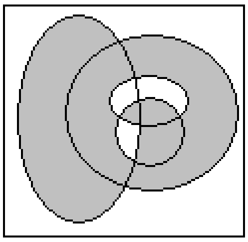
а) $P = \{\overline{1,12}\}, Q = \{0,2,4,6,8,10,14\}, R = \{-5;-4;-3;0;1;3;5;7\}.$,

б) $P = \{x \mid |x - 1| \le 5\}, Q = \{x \mid -4 \le x \le 7\}, R = \{x \mid |x - 2| \le 1\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Під час сесії 24 студента групи повинні здати три заліки: по фізиці, математиці й програмуванню. 20 студентів здали залік по фізиці, 10 - по математиці, 5 - по програмуванню, 7 - по фізиці й математиці, 3 - по фізиці й програмуванню, 2 - по математиці й програмуванню. Скільки студентів здали всі три заліки?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

б) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;

в) $A \cup B = (A \div B) \cup (B \cap A)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$.

12. Дайте визначення функціонального відношення. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R \subset A^2$, де $R: |x| = |y|$ бієкцією, де $A = \{\overline{1;10}\}$?

14. Задайте відношення $R \subseteq A \times B$, $A = \{\overline{1,7}\}$, $B = \{\overline{2,8}\}$; $R: y = x - 2$.

15. На множині людей задано відношення $R = \{(a,b) | a \text{ i } b \text{ люди однакового віку}\}$ встановіть властивості та тип R.

Варіант 19

1. Яка множина називається зчисленою?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви назви столиці США}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{A \cup B \cup \overline{A}} \cup (A \cap \overline{B})}$;

б) $\left(\left(\overline{A \cap \overline{B}}\right) \setminus \left(\overline{A \cup B}\right)\right) \div \left(A \cap \overline{\overline{B}}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{студенти}	{студенти групи}	{∅}	{студенти вузу}
{0,1,3,8}	{2,4,6,8}	{4,6,8}	{0,1,2,9,10}
$x^2 - 8x + 7 < 0$	$\lvert x - 1\rvert > 2$	$2^{2x} > 4$	$\log_4 x > 1$

6. Продемонструйте справедливість законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^3 - 2x^2 + x = 0\right\}$; $B = \left\{x \middle| x^3 - 8 = 0\right\}$; $C = \left\{x \middle| x^2 - 3x + 2 \le 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:
   1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,
   2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,
   3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
   4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,
   5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

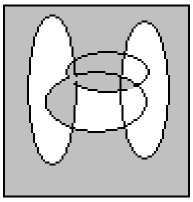
а) $P = \left\{\overline{2,10}\right\}, Q = \left\{\overline{3,7}\right\}, C = \left\{\overline{4,11}\right\}$. ,

б) $P = \left\{x \middle| |x| \le 3\right\}, Q = \left\{x \middle| -2 \le x \le 0\right\}, R = \left\{x \middle| 0 \le x^3 - 8 \le 0\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У туристичній групі 10 чоловік знають англійську мову, 10 - італійську, 6 - іспанську. По дві мови знають: 6 чоловік - англійську і італійську, 4 - англійську і іспанську, 3 - італійську і іспанську. Одна людина знає всі три мови. Скільки туристів у групі?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A \setminus B) \div (B \setminus C) \div (B \setminus A) \div (C \setminus B) = A \div C$;

б) A\(B∪C) = (A\B)\C;

в) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

A×(B∩C) = (A×B)∩(A×C).

12. Дайте визначення відношення транзитивності. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: 2x - 4y \geq 0$, де $R \subseteq A^2$; $A = \{\overline{1;50}\}$ ін'єкцією?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R \subset A \times B$, де $A = \{\overline{2,12}\}, B = \{\overline{0,10}\}$, $R: 2x - 2y \leq 0$.

15. На множині людей задано відношення $R = \{(a,b) | a\ i\ b\ знайомі\}$. Визначте тип данного відношення і його властивості.

Варіант 20

1. Сформулюйте поняття потужності множини. Які множини рівнопутужні?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви назви столиці Франції}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(A \cup B) \cap \overline{(A \cup \overline{B})}} \cup \overline{A}$;

б) $\left(\overline{(A \setminus B) \cup (B \setminus A)} \cup \varnothing\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?
   1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;
   8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{сім'я}	{бджоли}	{трутень}	{рій}
{a,b,c,d}	{a,k,l,m}	{m,n}	{a,b,l,m}
$x^2 - 9x + 8 < 0$	$\lvert x + 1\rvert > 3$	$3^{\log_3 x} > 2$	$\log_4 x < 3$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid x^5 - 9x = 0\}$; $B = \{x \mid |x| = 4\}$; $C = \{0;1;2;3\}$.

7. Виконати наступні дії над множинами:
   1) $(\overline{P} \cup Q) \setminus (P \cap \overline{Q})$,
   2) $((\overline{P} \cup \overline{Q}) \setminus R) \cup (V \cap \overline{R})$,
   3) $\left(\overline{(\overline{R} \div \overline{Q}) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,
   4) $((\overline{R} \setminus P) \cup (\overline{R} \setminus Q)) \setminus P$,
   5) $(R \cup \overline{R}) \cap ((R \setminus P) \setminus \overline{Q})$.

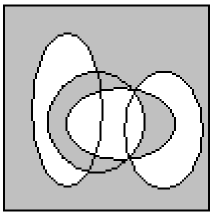
а) $P = \overline{\{1,15\}}$; $Q = \{\overline{2,13}\}$, $R = \{\overline{10,15}\}$,

б) $P = \{x \mid -5 \le x \le 3\}$, $Q = \{x \mid |x - 1| \le 2\}$, $R = \{x \mid -2 \le x \le 4\}$.

8. Розв'яжіть задачу.

У групі перекладачів 15 чоловік володіє англійською мовою, 19 - французькою, 8 - німецькою. 9 перекладачів володіють англійською й французькою мовою, 7 - англійською і німецькою, 6 - французькою і німецькою. 4 перекладача володіють всіма трьома мовами. Скільки перекладачів у групі?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cup C$;

б) $(\overline{A}\cup B)\cap A = A\cap B$;

в) $A\backslash B = A\div(A\cap B)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A\cap B)\times(C\cap D) = (A\times C)\cap(B\times D)$.

12. Дайте визначення поняття «класи еквівалентності». Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: 5x+6y\geq 0; R\subseteq A^2$, $A=\overline{\{1,100\}}$ бієкцією?

14. Задайте бінарне відношення $R: 5|x|+|y|\geq 0, R\subseteq X\times Y$, $X=\{-10,-8,-6,0,1,2,3,4\}$, $Y=\{2;4;6\}$.

15. На множині людей задано відношення $R=\{(a,b)|a \text{ і } b \text{ мають однакове ім'я}\}$. Встановіть властивості R та його тип.

Варіант 21

1. Визначить операції над множинами та розташуйте їх відповідно до пріоритету.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{букви вашого імені}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (\overline{\overline{A} \cap B})} \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$;

б) $\left(\overline{(A \setminus B) \cup (B \setminus A)} \cup A\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{сім’я}	{батько}	{син, дочка}	{мати}
{k,l,m,n}	{∅}	{l,m}	{m,n,p,k}
$x^2 - 13x + 22 < 0$	$\lvert x - 4\rvert > 1$	$5^{\log_2 x} > 25$	$\log_{11} x < 2$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid x^3 - 6x^2 + 8x = 0\}$; $B = \{x \mid x^2 - 16 = 0\}$; $C = \{x \mid |x - 5| \le 1\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $(\overline{P} \cup Q) \setminus (P \cap \overline{Q})$,

2) $((\overline{P} \cup \overline{Q}) \setminus R) \cup (V \cap \overline{R})$,

3) $\left(\overline{(\overline{R} \div \overline{Q}) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $((\overline{R} \setminus P) \cup (\overline{R} \setminus Q)) \setminus P$,

5) $(R \cup \overline{R}) \cap ((R \setminus P) \setminus \overline{Q})$.

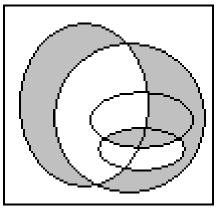
а) $P = \overline{\{2,18\}}, R = \{0,1,5,9,11,17\}, Q = \{2,4,6,8,10,12,14\}$,

б) $P = \{x \mid |x - 3| \le 1\}, Q = \{x \mid |x| \le 4\}, \ R = \{x \mid |x - 5| \le 4\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У туристичній групі 15 чоловік знають англійську мову, 8 - італійський, 11 - іспанський. По дві мови знають: 6 чоловік - англійську і італійську, 4 - англійську і іспанську, 3 - італійську і іспанську. Дві людини знають всі три мови. Скільки туристів у групі?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$;

б) (A\B)\C = (A\C)\(B\C);

в) A∪B = (A÷B)∪(A∩B).

11. Доведіть тотожність або твердження:

$U^2 \setminus (A \times B) = (\overline{A} \times U) \cup (U \times \overline{B})$.

12. Дайте визначення відношення еквівалентності. Наведіть приклади класів еквівалентності.

13. Чи буде відношення $R : y = |x|, R \subseteq A^2, A = \{\overline{1,10}\}$ ін'єкцією?

14. Задайте бінарне відношення $R \subset A^2, A = \{\overline{2,20}\}, R : x = y^2$.

15. Нехай задано множини A, B, C і відношення $R \subseteq A \times B$ та $S \subseteq B \times C$. Доведіть, що якщо R та S функціональні відношення, то $S \circ R$ - функціональне відношення.

Варіант 22

1. Побудуйте круги Ейлера для множин A, B, C таких, що $A\cap B\cap C=\varnothing$.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A=\{\textit{букви назви столиці України}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(\overline{A}\cup\overline{B})\cap(A\cap B)\cup(\overline{\overline{A}\cap B})}$;

б) $\left(\overline{(D\setminus C)\div(D\setminus B)}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{поле}	{город}	{наділ}	{садок}
{а,б,в,г}	{д,в,е,ж,з}	{а,к}	{а,к,т}
$x^2 - x \ge 0$	$\lvert x - 5\rvert < 3$	$3^{\log_3 x} < 4$	$\log_2 x < 3$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A=\left\{x\middle|x^5-10x^4+9x^3=0\right\}$; $B=\left\{x\middle|x^3-125=0\right\}$; $C=\left\{x\middle|x^3-x^2\le 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P}\cup Q\right)\setminus\left(P\cap\overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P}\cup\overline{Q}\right)\setminus R\right)\cup\left(V\cap\overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R}\div\overline{Q}\right)\setminus\overline{P}}\right)\cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R}\setminus P\right)\cup\left(\overline{R}\setminus Q\right)\right)\setminus P$,

5) $\left(R\cup\overline{R}\right)\cap\left(\left(R\setminus P\right)\setminus\overline{Q}\right)$.

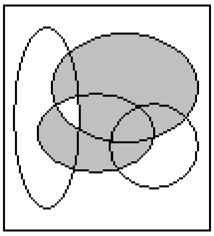
а) $P=\{-3;-2;-1;0;5;6;7;8\}; Q=\{-3;2;4;6;8;9\}, R=\{0,1,8,10\}.$,

б) $P=\left\{x\middle||x-1|\le 2\right\}, Q=\left\{x\middle||x-3|\le 2\right\}$, $R=\left\{x\middle||x|\le 3\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Опитування групи студентів показало, що 70% з них люблять ходити в кіно, 60% у театр, 30% на концерти. У кіно й театр ходять 40% студентів, у кіно й на концерти - 20%, у театр і на концерти - 10%. Скільки студентів (в %) ходять у кіно, театр і на концерти?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \backslash (B \cap C) = (A \backslash B) \cup (A \backslash C)$;

б) $\overline{A \cap \overline{(B \cup C)}} = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

в) $\overline{A \div B} = \overline{B \div A}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(B \subset A) \cap (C \subset A) \Rightarrow (B \times C \subset A \times A)$.

12. Дайте визначення відношення симетричності. Наведіть приклади класів еквівалентності.

13. Чи буде відношення $a^2 \geq b^3$ функціональним? Якщо $R \subseteq A \times B$, $A = \{\overline{1,10}\}, B = \{\overline{2,20}\}$.

14. Задайте всіма способами бінарне відношення $R : b^3 \geq a^4, R \subset A \times B, A = \{\overline{1,10}\}, B = \{\overline{2,20}\}$.

15. Знайдіть R^{-1} та $-R$ для відношення $R = \{(x, y) | x, y \in N, x \text{ ділить } y\}$.

Варіант 23

1. В чому відмінність між діаграмами Венна та кругами Ейлера?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого імені.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\text{множина днів тижня}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{B} \cup \overline{(A \cap B) \cup \overline{\overline{B} \cup A}} \cap A$;

б) $\left(\overline{A \cup \overline{B}}\right) \cap \left(\overline{\overline{A} \cup \overline{B}}\right) \cup \left(\overline{\overline{\overline{A}} \cup \overline{\overline{B}}}\right) \cap \overline{C}$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{поле, озеро}	{Балхаш}	{нива}	{Буг}
{o,p,r,s}	{o,p,r}	{p,r,m}	{o,p,l,m,n,k}
$x^3 - x^2 \geq 0$	$\lvert x - 7 \rvert < 3$	$5^{\log_2 x} \geq 25$	$\log_2 (x - 1) > 3$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{ x \,\middle|\, \sin x < \frac{1}{2} \right\}$; $B = \left\{ x \,\middle|\, \cos x < \frac{1}{2} \right\}$; $C = \{ x \mid x \in [0; \pi] \}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

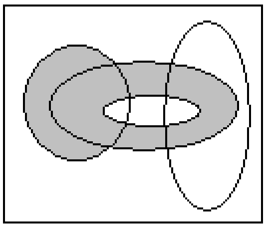
а) $P = \{-3; -2; -1; 0; 5; 6; 7; 8\}$; $Q = \{-3; 2; 4; 6; 8; 9\}$, $R = \{0, 1, 8, 10\}$.,

б) $P = \{ x \mid \lvert x - 1 \rvert \leq 2 \}$, $Q = \{ x \mid \lvert x - 3 \rvert \leq 2 \}$, $R = \{ x \mid \lvert x \rvert \leq 3 \}$.

8. Розв’яжіть задачу.

У групі 20 учнів. Після медичного огляду на додаткове обстеження 14 учнів були направлені до терапевта, 6 - до окуліста, 5 - до ортопеда. До терапевта й окуліста були направлені 3 учня, до терапевта й ортопеда -3, до окуліста й ортопеда - 2. Скільки учнів були направлені до терапевта, окуліста й ортопеда?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \cap B \subseteq C \Leftrightarrow A$, $A \subseteq (\overline{B} \cup C)$;

б) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;

в) $A \div (B \div C) = (A \div B) \div C$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A \subseteq B$ та $C \subseteq D \Leftrightarrow A \times C \subseteq B \times D$.

12. Дайте визначення відношення еквівалентності. Наведіть приклади класів еквівалентності.

13. Задайте відношення $R: x^3 \le y^3$ всіма можливими способами, якщо $R \subset X \times Y; X = \{\overline{1,10}\}; Y = \{\overline{9,15}\}$.

14. Чи буде відношення $R \subset A^2, R: a^2 - b^2 \ge 0$ ін’єкцією, якщо $A = \{\overline{1,100}\}$.

15. Нехай задано множини A, B, C і відношення $R \subseteq A \times B; S \subseteq B \times C$. Доведіть, якщо R і S визначають сюр’єкції, то $S \circ R$ - також сур’єкція.

Варіант 24

1. Як визначити рівність множин через поняття нестрого включення?

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте $P(A)$ для множини $A = \{\textit{множина літніх місяців}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{A \cup B} \cup \overline{A}} \cap \overline{A \cup \overline{B}}$;

б) $\left(\overline{A \cup B \cup C}\right) \cap \left(\overline{\overline{A} \cup \overline{B}}\right) \cap \left(\overline{\overline{A} \cup B}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;

8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{пустеля}	{пісок}	{бархан}	{вітер}
{l,m,n,p}	{o,l,m}	{l,m,n}	{p,m,n,l,k}
$x^4 - 1 \geq 0$	$\lvert x - 10 \rvert < 1$	$\log_2 (x - 4) > 1$	$5^{\log_2 x} \geq 125$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid lg\, x > 0\}$; $B = \{x \mid \sqrt{x} < 1\}$; $C = \left\{x \,\middle|\, x \in \left[\frac{1}{2};1\right]\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $(\overline{P} \cup Q) \setminus (P \cap \overline{Q})$,

2) $((\overline{P} \cup \overline{Q}) \setminus R) \cup (V \cap \overline{R})$,

3) $\left(\overline{(\overline{R} \div \overline{Q}) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $((\overline{R} \setminus P) \cup (\overline{R} \setminus Q)) \setminus P$,

5) $(R \cup \overline{R}) \cap ((R \setminus P) \setminus \overline{Q})$.

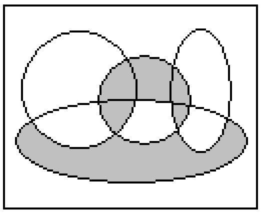
а) $P = \{\overline{10;15}\}; Q = \{\overline{11;20}\}, R = \{\overline{1;30}\}$,

б) $P = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}, Q = \{x \mid x \in 1 \leq x \leq 4\}$, $R = \{x \mid \lvert x \rvert \leq 3\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Всі туристи взяли в похід консерви. Шість чоловік взяли яловичену, п'ять - свинину, вісім - кашу (з м'ясом). У трьох у рюкзаках була яловичена й свинина, у двох - яловичена й каша, у трьох - свинина й каша, і тільки в одному рюкзаку лежали всі три види консервів. Скільки було туристів?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A \cup B) \div (A \cup C) \div (B \cup C) = (A \cap B) \div (A \cap C) \div (B \cap C)$;

б) $A \cup B = A \cup (B \backslash A)$;

в) $\overline{(A \cup B)} \cap A = \overline{(A \cap B)} \cup A = \overline{A}$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A=B,\ C=D \Leftrightarrow A \times C \subseteq B \times D$.

12. В чому різниця між відношення бієкції та ін'єкції? Намалюйте графи таких відношення.

13. Чи буде відношення $R \subset A^2$, $A = \{\overline{0,100}\}$; $R: y^2 < x$ функціональним. Якщо так, то запишіть формулу функцій.

14. Задайте відношення $R \subset X \times Y$ $R: \sin x = \sin y$ всіма можливими способами. $X = \left\{ x \middle| x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \right\}$, $Y = \{ y | y \in [0; \pi] \}$.

15. Знайдіть відношення R^{-1}, якщо відношення R задано таким чином $(a,b) \in R$, якщо $a,b \in N; a > b$.

Варіант 25

1. Наведіть приклади множин, елементами яких є множини.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\textit{множина букв Вашого імені}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{\overline{A \cap B} \cup \overline{\overline{B} \cap \overline{A}}} \cup \overline{B} \cap \overline{A}$;

б) $\left(\overline{A \cup \overline{C}}\right) \div \left(\overline{B \div \overline{A}}\right) \cup A$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$;
8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{кофеїн}	{кофе}	{мокко}	{арабіка}
{о,т,с,ф,х}	{х,о,т,с}	{х,о}	{о,к,е,ф}
$x^6 - 64 > 0$	$\lvert x - 2\rvert < 6$	$\log_3 (x - 1) > 2$	$5^{\log_3 x} \le 225$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \left\{x \middle| x^4 - 5x^2 + 4 = 0\right\}; B = \left\{x \middle| x^3 - 8 = 0\right\}; C = \left\{x \middle| x^2 - 1 \le 0\right\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

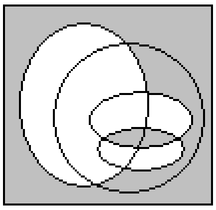
а) $P = \left\{\overline{1{,}10}\right\}; Q = \{2;3;5;9;11\}, R = \{-3;-2;0;5;6;7;8;10\}.$,

б) $P = \left\{x \middle| -3 \le x \le 1\right\}, Q = \left\{x \middle| -2 \le x \le 2\right\},\ R = \left\{x \middle| |x| \le 5\right\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

При обстеженні ринку попиту інспектор зазначив в анкеті наступні дані. З 1000 опитаних 811 купують жувальну гумку "Дирол", 752 - "Орбіт" , 418 - "Стиморол", 570 - "Дирол" і "Орбіт", 356 - "Дирол" і "Стиморол", 348 - "Орбіт" і "Стиморол", 297 - всі види жувальної гумки. Показати, що інспектор помилився.

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A \setminus B) - (B \setminus A) = A \& B$;

б) $\overline{\overline{(\overline{A} \cup B)} \cup (A \cup \overline{B})} = B \setminus A$;

в) $A \cap (B \setminus A) = \varnothing$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$.

12. Дайте визначення відношення асиметрії. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: x^2 \le y^2$ функціональним, якщо $R \subseteq X \times Y;\ X = \{\overline{1,15}\},\ Y = \{-4;-3;0;5;10;18\}$.

14. Чи буде відношення $R: \sin x = \sin y, R \subseteq X \times Y$, якщо $X = \{x \mid x = 2k\pi;\ k \in N\}$, $Y = \{y \mid y = (2k+1)\pi;\ k \in N\}$.

15. A та B – скінчені множини, $|A| = m; |B| = n$. Визначте співвідношення між n і m, якщо існує ін’єктивне відображення з A в B.

Варіант 26

1. Доведіть твердження: об’єднання скінченого числа зчисленних множин – зчисленна множина.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\text{букви Вашої фамілії}\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(\overline{A} \cap \overline{B}) \cap B} \cup \overline{\overline{A \cup B} \cup A}$;

б) $\left(\overline{A \cap \overline{B}}\right) \cap \left(\overline{\overline{A} \div \overline{B}}\right) \cap V$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) B∈A; 2) C⊂A; 3) B⊂D; 4) C⊄B; 5) ∅∈C; 6) ∅⊂B; 7) B⊄D;

8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{цукерки}	{іриски}	{вафлі}	{шоколад}
{к,т,р,с,е}	{к,т,м}	{м,р,с}	{о,а,в,с,м}
$x^4 - 16 \geq 0$	$\lvert x - 4\rvert \leq 6$	$\log_{\frac{1}{7}}(x+1) > -2$	$3^{\log_2 x} \leq 243$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid x^5 - 8x^3 = 0\}; B = \{x \mid x^6 - 1 = 0\}; C = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

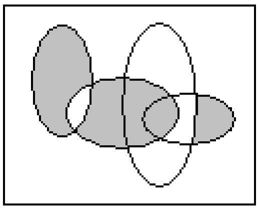
а) $P = \{\overline{2{,}15}\}; Q = \overline{\{3{,}20\}}, R = \{\overline{6;18}\}$,

б) $P = \{x \mid x^2 - 1 \leq 0\}, Q = \{x \mid x^2 - 4 \leq 2\}$, $R = \{x \mid 0 \leq x \leq 5\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Всім учасникам автопробігу не повезло. 12 з них загрузли в піску - довелося штовхати машину, 8 знадобилася заміна колеса, у шістьох перегрівся мотор, п'ятеро й штовхали машину й міняли колесо, четверо штовхали машину й остуджували мотор, троє міняли колесо й остуджували мотор. Одному довелося випробувати всі види неполадок. Скільки було учасників?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $(A\cap B)\cup(C\cap D) = (A\cup C)\cap(B\cup C)\cap(A\cup D)\cap(B\cup D)$;

б) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$;

в) $A\div(A\div B) = B$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A \subseteq C, B \supseteq D \Rightarrow A \times B = (A \times D) \cap (C \times B)$.

12. Дайте визначення оберненого та протилежних відношень. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R : a^3 - b^2 \geq 0$ транзитивним $R \subset A \times B; A = \{\overline{1,10}\}; B = \{-1;-2;0;1;2;4;5\}$?

14. Задайте всіма можливими способами бінарне відношення $R : x \leq y^2 ; R \subset A^2$, $A = \{\overline{1,10}\}$.

15. Доведіть, що для довільного відношення R виконується рівність $\left(R^{-1}\right)^{-1} = R$.

Варіант 27

1. Доведіть твердження: Будь-яка нескінченна підмножина зчисленної множини – зчисленна.

2. Задайте всіма можливими способами множину букв вашого прізвища.

3. Побудуйте 2^n для множини $A = \{\varnothing; \{\varnothing\}; 1; 2\}$.

4. Спростіть вирази:

а) $\overline{(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) \cap (\overline{\mathrm{A}} \cup \overline{\mathrm{B}}) \cup (\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}})}$;

б) $\left(\overline{\overline{A \cup D} \cap \overline{\overline{C}}}\right) \cap \left(\overline{A \cap B \cap \overline{C}}\right)$.

5. Які з наступних тверджень є істинними, а які хибними?

1) $B \in A$; 2) $C \subset A$; 3) $B \subset D$; 4) $C \not\subset B$; 5) $\varnothing \in C$; 6) $\varnothing \subset B$; 7) $B \not\subset D$; 8) множина C – скінчена; 9) множина A – нескінчена.

A	B	C	D
{молочні продукти}	{молоко}	{сир}	{ковбаса}
$\{\varnothing\}$	{1,2,3,a}	{a,4,5}	{a,в,3,2}
$x^3 - 9x \ge 0$	$\lvert x - 1\rvert \ge 5$	$\log_2 (x - 4) > 1$	$2^x > 64$

6. Продемонструйте справедливість всіх законів алгебри множин на прикладі: $A = \{x \mid x^3 - x = 0\}; B = \{0;1;2;4\}; C = \{x \mid \lvert x\rvert \le 2\}$.

7. Виконайте наступні дії над множинами:

1) $\left(\overline{P} \cup Q\right) \setminus \left(P \cap \overline{Q}\right)$,

2) $\left(\left(\overline{P} \cup \overline{Q}\right) \setminus R\right) \cup \left(V \cap \overline{R}\right)$,

3) $\left(\overline{\left(\overline{R} \div \overline{Q}\right) \setminus \overline{P}}\right) \cap R$,

4) $\left(\left(\overline{R} \setminus P\right) \cup \left(\overline{R} \setminus Q\right)\right) \setminus P$,

5) $\left(R \cup \overline{R}\right) \cap \left(\left(R \setminus P\right) \setminus \overline{Q}\right)$.

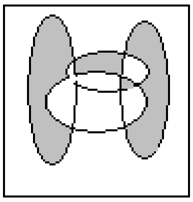
а) $P = \{\overline{1,10}\}; Q = \{-1;0;5;6;7;9\}, R = \{-2;-1;10;11;12;14;20\}.$,

б) $P = \{x \mid \lvert x\rvert \le 4\}, Q = \{x \mid \lvert x\rvert \le 2\},\ R = \{x \mid \lvert x - 1\rvert \le 1\}$.

8. Розв’яжіть задачу.

Всі грибники повернулися додому з повними кошиками. У десяти з них у кошиках були білі гриби, у вісімнадцяти - підберезники, у дванадцяти - лисички. Білі й підберезники були в шести кошиках, білі й лисички - у чотирьох, Підберезники й лисички - у п'ятьох. Всі три види грибів були у двох грибників. Скільки було грибників?

9. Задайте множини аналітично:



10. Доведіть тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна:

а) $A \cap B = B \cap A$;

б) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$;

в) $A \cap (B \div C) = (A \cap B) \div (A \cap C)$.

11. Доведіть тотожність або твердження:

$A \subseteq C, B \subseteq D \Rightarrow A \times B = (A \times D) \cap (C \times B)$.

12. Дайте визначення декартового добутку. Наведіть приклади.

13. Чи буде відношення $R: \frac{x}{y} = 1$ функціональним, якщо $x \in X; y \in Y; X = \{\overline{1,10}\}; Y = \{\overline{2,20}\}$.

14. Чи буде відношення $R: x + y \geq 3$, де $R \subset A^2; y, x \in A = \{\overline{1,9}\}$.

15. Доведіть, що для будь-якого бінарного відношення R виконується рівність $R \cup R = R \cap R = R$.