

Розрахункова робота «Інтеграл та їх застосування»

Варіант 1

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{19} + \frac{4}{x-2} - 2\cos 12x - \sqrt{x-19})dx$, b) $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+3)dx$; c) $\int \frac{dx}{7x+10}$; d) $\int \operatorname{tg} 3x dx$;

2. $\int \frac{\ln^2 x - 5 \ln x}{x} dx$; 3. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+4}}$;

4. $\int x \cdot \sin 2x dx$; 5. $\int \operatorname{arctg} x dx$; 6. $\int \frac{(4x-1)dx}{x(x^2+x-2)}$; 7. $\int \frac{x^3-2x^2-3x-8}{x^3+4x} dx$;

8. $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$; 9. $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}$; 10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2 - \sqrt{x-2}}}$; 11. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$; 12. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2+2x+2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\pi} \sqrt{2 + \sin x} \cdot \cos x dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграл або встановити їх розбіжність: а) $\int_{-\infty}^4 \frac{dx}{(5-x)^2}$; б) $\int_0^1 x \ln x dx$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = \cos \varphi + \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$.

Варіант 2

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{18} - \frac{1}{x-28} - 2\sin 8x - \frac{4}{\cos^2 3x})dx$; b) $\int \frac{\sqrt{x+x^3} \cdot e^x + x^2}{x^3} dx$; c) $\int 5^{4x} dx$; d) $\int \frac{dx}{3x^2+2}$;

2. $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2+5} dx$; 3. $\int \frac{\ln(\operatorname{tg} x) dx}{\sin x \cdot \cos x}$;

4. $\int (5x+2) \cdot \cos x dx$; 5. $\int x \cdot \arcsin 3x dx$; 6. $\int \frac{2x^4-2x^2-1}{x^3+x} dx$;

7. $\int \frac{x^3-x+1}{x^3+8} dx$; 8. $\int \sin^3 2x dx$; 9. $\int \frac{dx}{2+\cos x}$; 10. $\int \sqrt{9-x^2} dx$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_1^e \frac{\ln^3 x + \sqrt[3]{\ln x + 1}}{x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграл або встановити їх розбіжність: а) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = (x-2)^3$, $y = 4x - 8$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t \end{cases}$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = 3 \sin x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Варіант 3

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (2x^{27} - \frac{1}{x^2 + 4} - 3\cos 7x - \frac{4}{x+5}) dx$; b) $\int \frac{(1-x)^2}{x \cdot \sqrt{x}} dx$; c) $\int \operatorname{ctg} 9x dx$; d) $\int \sin^2 5x dx$;

2. $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$; 3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{9-x^2}}$;

4. $\int x \cdot 3^{-x} dx$; 5. $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$; 6. $\int \frac{3x^2 + 2x - 3}{(x^2 - 1)(x+1)} dx$;

7. $\int \frac{x^2 + 3}{x^3 - x^2 + x} dx$; 8. $\int \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$; 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}\sqrt{x}}$; 10. $\int \sqrt{4+x^2} dx$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{x - \sqrt{x^2 - x + 1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{1+e^{2x}} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$; б) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = (x+1)^2$, $y^2 = x+1$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = a(1 + \sin \varphi)$, $a > 0$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $2x - x^2 - y = 0$, $2x^2 - 4x + y = 0$.

Варіант 4

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (2x^{16} + 4\sin 10x - \frac{3}{x-3} + e^{-x}) dx$; b) $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx$; c) $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}$; d) $\int (3x+7)^8 dx$;

2. $\int \frac{e^x}{\sqrt[4]{e^x+1}} dx$; 3. $\int \cos^7 2x \cdot \sin 2x dx$;

4. $\int \ln 5x dx$; 5. $\int (3-x) \cdot 4^x dx$; 6. $\int \frac{x^2 + 2}{(x^2 + 2x)(x-1)} dx$;

7. $\int \frac{x^2 + x + 4}{x(x^2 + 2)} dx$; 8. $\int \operatorname{tg}^4 x dx$; 9. $\int \frac{dx}{5-4\cos x}$; 10. $\int \frac{8-x}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx$; 11. $\int x^5 \cdot \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$;

12. $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_{-2}^{-1} \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$; б) $\int_0^{\pi/2} \operatorname{ctg} x dx$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = 2x - x^2 + 3$, $y = x^2 - 4x + 3$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, $0 \leq x \leq \frac{7}{9}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = 5\cos x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x \geq 0$.

Варіант 5

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{15} + 4\cos 10x - \frac{2}{x^2 + 25} - \frac{1}{x-5}) dx$; b) $\int \frac{\sqrt{x} \cdot 4^x - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$; c) $\int 2^{6x-7} dx$; d) $\int \sqrt[3]{8x-3} dx$;

2. $\int \frac{dx}{\arccos x \cdot \sqrt{1-x^2}}$; 3. $\int \frac{x}{(5-3x^2)} dx$;

4. $\int \ln 5x dx$; 5. $\int (3-x) \cdot 4^x dx$; 6. $\int \frac{x^2+2}{(x^2+2x)(x-1)} dx$;

7. $\int \frac{x^2+x+4}{x(x^2+2)} dx$; 8. $\int \operatorname{tg}^4 x dx$; 9. $\int \frac{dx}{5-4x}$; 10. $\int \frac{8-x}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$; 12. $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2+x+1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^3 x - \sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{\infty} x \sin x dx$ б) $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $xy=8$, $y=9-x$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $y = e^{1-x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.**Варіант 6**

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{14} - \frac{1}{x-3} - 14\sin 2x + \frac{3}{x^2+100}) dx$; b) $\int (\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} - \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^4}) dx$; c) $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{7} dx$; d) $\int (5x-7)^{12} dx$;

2. $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$; 3. $\int \frac{x}{2x^4+7} dx$;

4. $\int x \cdot \cos 5x dx$; 5. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$; 6. $\int \frac{3x^4+2x-1}{x^3+9x} dx$; 7. $\int \frac{x^2+1}{x^3-2x^2+x} dx$;

8. $\int \sin^3 3x dx$; 9. $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$; 10. $\int \frac{3x+4}{\sqrt{6x-x^2-8}} dx$; 11. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-4)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-3x+2}}$

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 4} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2+x+1}$; б) $\int_0^1 \frac{e^{-1/x}}{x^2} dx$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = \sqrt{e^x - 1}$, $y = 0$, $x = \ln 2$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 4e^{\frac{4\varphi}{3}}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $y = 1-x^2$, $x = 0$, $x = \sqrt{y-2}$, $x = 1$.

Варіант 7

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{23} + \frac{4}{x-4} - 3\cos 2x + \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}) dx$; b) $\int \frac{3x^2 + x^4}{x^3} dx$; c) $\int \frac{dx}{\cos^2(5x-2)}$; d) $\int (6x-5)^{14} dx$;

2. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$; 3. $\int x \cdot \sqrt{4-9x^2} dx$; 4. $\int \arccos 2x dx$; 5. $\int (2-3x) \cdot \sin 3x dx$; 6. $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x-2)(x^2-4)} dx$;

7. $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 + 1} dx$; 8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$;

9. $\int \frac{\operatorname{tg} x}{3\cos^2 x + 5\sin^2 x} dx$; 10. $\int \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[4]{x+1}} dx$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1+4x^2)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}$

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x dx}{1+\sin^2 x}$.

3) Обчисліть невласні інтеграли або встановити їх розбіжність: a) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2+2x+2}$; б) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 - 4x + 2$, $y = 8x - x^2 - 8$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 5(1 - \cos \varphi)$, $-\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = x^2$, $y = 1$, $x = 2$.

Варіант 8

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{22} - 3\cos 7x + \frac{2}{x+9} - 4^{3x}) dx$; b) $\int \frac{3x^2}{x^2+x^4} dx$; c) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$; d) $\int \sqrt[5]{7x-5} dx$;

2. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$; 3. $\int x \cdot \sqrt{4-9x^2} dx$; 4. $\int \arccos 2x dx$;

5. $\int (2-3x) \cdot \sin 3x dx$; 6. $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x-2)(x^2-4)} dx$; 7. $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 + 1} dx$; 8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$;

9. $\int \frac{\operatorname{tg} x}{3\cos^2 x + 5\sin^2 x} dx$; 10. $\int \frac{\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[4]{x+1}} dx$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{x-\sqrt{x^2-x+1}}$

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$.

3) Обчисліть невласні інтеграли або встановити їх розбіжність: a) $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$; б) $\int_{0.5}^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 - 9x + 10$, $y = 9x - 2x^2 - 14$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = \sqrt{2}e^\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = 3x - 2$, $y = 2x - 1$, $x = 3$.

Варіант 9

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (2x^{12} - \sqrt{x+5} + 3\cos 3x + \frac{2}{x-1}) dx$; b) $\int \frac{(1+x)^2}{x^3+x^2} dx$; c) $\int \cos \frac{x}{10} dx$; d) $\int (4x-9)^5 dx$;

2. $\int \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\sin^2 x} dx$; 3. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$; 4. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x^5}} dx$;

5. $\int x^2 \cdot \sin 4x dx$; 6. $\int \frac{x^2 - x + 2}{(x-2)^2(x+4)} dx$; 7. $\int \frac{x^3}{x^3-8} dx$; 8. $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$; 9. $\int \operatorname{ctg}^3 5x dx$; 10. $\int \frac{5x+3}{\sqrt{5+4x-x^2}} dx$;

11. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$; 12. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+3}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{3 + \sin^2 x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+8}$; б) $\int_3^6 \frac{dx}{x^2-7x+10}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = 2x^2 + 7x - 3$, $y = 10 - (x+1)^2$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y^2 = 4x$, $y^2 = x^3$.

Варіант 10

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{20} - \frac{3}{x+4} + 3\sin 20x + 7^{2x}) dx$; b) $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}} dx$; d) $\int \frac{dx}{10x^2-20}$; d) $\int \sqrt[6]{(5x-8)} dx$;

2. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x^2+5}}$; 3. $\int \frac{\cos^3 x + \sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$;

4. $\int (x+2) \cdot 2^{-x} dx$; 5. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$; 6. $\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$; 7. $\int \frac{x+4}{(x^2+4)(x-1)} dx$; 8. $\int \sin 2x \cdot \sin^2 x dx$; 9.

$\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x + 5}$; 10. $\int \sqrt{3-x^2} dx$; 11. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+16)^3}}$; 12. $\int \frac{1-\sqrt{1+x+x^2}}{x \cdot \sqrt{1+x+x^2}} dx$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^e \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_1^{+\infty} \frac{2x dx}{x^2+1}$; б) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2x}$, $x = 16$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 2\sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = e^{2x} - 1$, $y = e^x + 1$, $x = 0$.

Варіант 11

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{16} + 3\cos 11x + \frac{2}{x+4} - \sqrt{x+4})dx$; b) $\int \frac{1-x}{\sqrt{x}-1}dx$; c) $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$; d) $\int (4x-9)^{15}dx$;

2. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{4+x^2}}$; 3. $\int (3 + \cos^5 x)\sin x dx$;

4. $\int \arcsin 4x dx$; 5. $\int x \cdot \operatorname{tg}^2 x dx$; 6. $\int \frac{2x}{(x^2+4x+3)(x+5)}dx$; 7. $\int \frac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}dx$; 8. $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx$;

9. $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx$; 10. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1} dx$; 11. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$; 12. $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: a) $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$; б) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $x=9-2y-y^2$, $x=2y^2+7y-3$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = \sin^3 \frac{\varphi}{3}$, $0 \leq \varphi \leq 3\pi$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y=x+2$, $y=2-\sqrt{x}$.

Варіант 12

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{17} - \sqrt{x-5} - 4\sin 5x + \frac{2}{x^2+49})dx$; b) $\int (\sqrt[3]{x}-2)(1+\sqrt{x})dx$; c) $\int \frac{1+\cos^2 x}{\cos 2x+1} dx$; d) $\int (5x+8)^{14} dx$;

2. $\int \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$; 3. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;

4. $\int x \cdot \cos 3x dx$; 5. $\int \frac{\ln 4x}{\sqrt{x^5}} dx$; 6. $\int \frac{dx}{(x+2)^2(x-1)}$; 7. $\int \frac{1-3x}{x^3+x} dx$; 8. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$; 9. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3+1}}$; 10. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx$;

11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$; 11. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+1}}$; 12. $\int \frac{dx}{x \sqrt{2x^2-5x+3}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{1+\ln x}}$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: a) $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$; б) $\int_{-2}^2 \frac{dx}{(x+2)^2}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y=(x-1)^2$, $y^2=x-1$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $y=e^x+6$, $\ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y=2x-x^2$, $y=-x+2$, $x=0$.

Варіант 13

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (2x^8 - \cos 7x + \frac{1}{x+3} - 3e^{3x}) dx$; b) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2 + \sqrt[4]{x^5}}{x} dx$; c) $\int \frac{dx}{2 - 2\cos^2 x}$; d) $\int \sqrt[3]{3x-7} dx$;

2. $\int \frac{2x + (\arctg x)^2}{1+x^2} dx$; 3. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \cdot \ln x} dx$;

4. $\int \frac{\lg x}{x^2} dx$; 5. $\int \sin \sqrt{x} dx$; 6. $\int \frac{(x^2+4)dx}{(x^2-1)(x+1)}$; 7. $\int \frac{x^4+2x}{x^3+27} dx$; 8. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$; 9. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x + 2}$;

10. $\int \frac{dx}{(\sqrt{x^2+1})^3}$; 11. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}}{x} dx$; 12. $\int \frac{x dx}{(x+1)\sqrt{1-x-x^2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int \frac{\ln 8}{\ln 3 \sqrt{1+e^x}} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4+x^2}$; б) $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $x = 4 - y^2$, $x = y^2 - 2y$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $y = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 3}{4}$, $0 \leq x \leq 2$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$.

Варіант 14

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{12} - \frac{2}{\cos^2 8x} - \sin 9x + \frac{1}{x+16}) dx$; b) $\int \frac{(7-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$; c) $\int \frac{dx}{8x^2-18}$; d) $\int \sqrt[4]{3x+8} dx$;

2. $\int x \cdot \cos(x^2) dx$; 3. $\int \frac{x + 4\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

4. $\int (x-1) \cdot e^{2x} dx$; 5. $\int \frac{x \cdot \arctg x}{\sqrt{1+x^2}} dx$; 6. $\int \frac{(4x-1)dx}{x^3+x^2-2x}$; 7. $\int \frac{x^3-2x^2-3x+8}{x^3+4x} dx$; 8. $\int \cos^5 x dx$; 9. $\int \frac{dx}{1-\sqrt[4]{x+1}}$;

10. $\int \frac{x^2 dx}{(\sqrt{x^2-16})}$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-16}}$; 12. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x \sin 2x dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^x dx$; б) $\int_0^2 \frac{2x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $x = (y-2)^3$, $x = 4y - 8$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = x^2$, $y^2 - x = 0$.

Варіант 15

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{15} - \sqrt{x+1} - \cos 4x + \frac{1}{x-3}) dx$; б) $\int \frac{5^x + \sqrt[3]{x^2} \cdot 3^x}{3^x} dx$; в) $\int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$; д) $\int (6x-5)^{15} dx$;

2. $\int \sqrt{e^x - 1} dx$; 3. $\int \frac{\ln x dx}{x - x \cdot \ln^2 x}$;

4. $\int \sin 2x \cdot (x+1) dx$; 5. $\int \ln(1-x) dx$; 6. $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x+5)(x^2 - 25)} dx$; 7. $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 - 8} dx$; 8. $\int \operatorname{ctg}^5 2x dx$;

9. $\int \cos 4x \cdot \cos 7x dx$; 10. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x^2}}$; 12. $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x} dx$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^1 x e^{-x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$ б) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $x = 4 - (y-1)^2$, $x = y^2 - 4y + 3$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $y = \sqrt{e^{2x} - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{e^{2x} - 1}$, $0 \leq x \leq 1$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

Варіант 16

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{13} - \frac{5}{x+9} + \sin 3x + \frac{2}{x^2 + 25}) dx$; б) $\int \frac{(2-\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx$; в) $\int \frac{dx}{16-8x^2}$; г) $\int \sqrt[6]{3x-7} dx$;

2. $\int \frac{4x+3}{(x-2)^2} dx$; 3. $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{4-9^x}}$;

4. $\int (2+x) \cdot e^{-x} dx$; 5. $\int \ln(x^2 + 1) dx$; 6. $\int \frac{3x^4 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2} dx$; 7. $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 + 5x} dx$; 8. $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$; 9.

$\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$; 10. $\int \frac{(x-1)dx}{\sqrt{x^2 + 8x + 17}}$; 11. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{x^2} dx$; 12. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx$ б) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 + 1$, $y = 3 - x$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $y = \arcsin e^{-x}$, $0 \leq x \leq 1$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = x^2 + 1$, $y = 3x - 1$.

Варіант 17

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{11} - \frac{1}{x+5} - \cos 9x + 5^{-4x}) dx$; b) $\int \frac{(x-2)^3}{\sqrt{x}} dx$; c) $\int 3^x \cdot e^x dx$; d) $\int (7x-9)^7 dx$;

2. $\int x \cdot \sqrt{x+1} dx$; 3. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sin(\ln x)}{x} dx$;

4. $\int x \cdot \cos 7x dx$; 5. $\int \arctg \sqrt{x} dx$; 6. $\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x-4)}$; 7. $\int \frac{dx}{x^4+x}$; 8. $\int \cos 3x \cdot \cos 5x dx$; 9. $\int \frac{dx}{3\sin x - \cos x}$;

10. $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$; 11. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$; 12. $\int \frac{x - \sqrt{x^2+3x+2}}{x + \sqrt{x^2+3x+2}} dx$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\pi/6} x \cdot \cos 3x dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$ б) $\int_2^{10} \frac{dx}{\sqrt[3]{(2-x)^2}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y^2 = 2x+1$, $y = x-1$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi$,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$.

Варіант 18

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{14} - \frac{1}{x-8} + \sin 8x + \frac{3}{\sqrt{4-x^2}}) dx$; b) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$; c) $\int \frac{dx}{5^{3x}}$; d) $\int \frac{dx}{10x^2-5}$; e) $\int \sqrt[6]{(8x-9)} dx$;

2. $\int e^x \cdot \sin e^x dx$; 3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$;

4. $\int x \cdot \cos(3x-1) dx$; 5. $\int x^2 \cdot \ln(x+1) dx$; 6. $\int \frac{x^2+4x-2}{(x-1)(x^2+2x)} dx$; 7. $\int \frac{x+3}{x^3+2x} dx$; 8. $\int \sin^4 2x dx$;

9. $\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$; 10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}}$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+9)^3}}$; 12. $\int \frac{(1-\sqrt{1+x+x^2})^2}{x^2 \sqrt{1+x+x^2}} dx$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$; б) $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = 6x - x^2 - 9$, $y = x^2 - 4x + 3$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $(y-3)^2 + 3x = 0$, $x = -3$.

Варіант 19

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (2x^{15} - \frac{1}{x+4} + 3\cos 5x + \frac{3}{x^2+9}) dx$ b) $\int (\sqrt{x}-2)(\sqrt[3]{x}+3x+1) dx$; c) $\int \frac{dx}{\sqrt{12-6x^2}}$; d) $\int \frac{\cos^2 x - 2}{\sin^2 x} dx$;

2. $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x}$; 3. $\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

4. $\int \ln(x-3) dx$; 5. $\int x^2 \cdot e^{-x} dx$; 6. $\int \frac{3x^2+2x-5}{(x-3)^2(x+5)} dx$; 7. $\int \frac{x^2}{x^4-16} dx$; 8. $\int \frac{dx}{(1+\sqrt[4]{x}) \cdot \sqrt{x}}$; 9. $\int \frac{dx}{\sin x - 2}$;

10. $\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt{1+x^2}}$; 11. $\int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x} dx$; 12. $\int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{x^2-3x+2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$.

3) Обчисліть невласні інтеграли або встановити їх розбіжність: a) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$; б) $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = 62x - x^2$, $y = -x$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = 4 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y = \sin^2 x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Варіант 20

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (2x^{11} - \frac{1}{x+7} + 3\sin 6x + \frac{7}{x^2+64}) dx$; b) $\int \frac{\sqrt{x-x^4} \cdot e^x + x^2}{x^4} dx$; d) $\int \frac{dx}{\sin^2 11x}$; e) $\int \sqrt[8]{(4x+5)} dx$;

2. $\int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{\sin^2 x}} dx$; 3. $\int \frac{\ln(\arcsin x)}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}} dx$;

4. $\int (3x+5) \cdot e^{2x} dx$; 5. $\int x \cdot \log_5 x dx$; 6. $\int \frac{2x^4 - 2x^2 - 1}{x^3 - x} dx$; 7. $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 - x^2 + x} dx$; 8. $\int \sin^2 5x \cdot \cos^2 5x dx$;

9. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$; 10. $\int \frac{\sqrt{x+4} dx}{1+\sqrt[3]{x+4}}$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+9)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{(1+\sqrt{x(x+1)})^2}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^1 \sin^3 x dx$.

3) Обчисліть невласні інтеграли або встановити їх розбіжність: a) $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2/2} dx$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2$, $y = 3 - 2x$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y^2 = x^3$, $x = 1$.

Варіант 21

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (3x^{10} - \frac{1}{x-10} + 3\cos 5x + e^{-3x}) dx$; b) $\int (\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{x \cdot \sqrt{x}}{4}) dx$; c) $\int \operatorname{tg}^2 4x dx$; d) $\int \sqrt[4]{4x-7} dx$;

2. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx$; 3. $\int \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$;

4. $\int (4x+1) \cdot e^{2x} dx$; 5. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$; 6. $\int \frac{x-2}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx$; 7. $\int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)} dx$; 8. $\int \frac{dx}{3\sin x - 2\cos x}$;

9. $\int \cos 2x \cdot \cos 6x dx$; 10. $\int \frac{x \sqrt[3]{2+x}}{x+\sqrt[3]{2+x}} dx$; 11. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(4x^2-3)^3}}$; 12. $\int \frac{dx}{x-\sqrt{1-2x-x^2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln x}$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$; б) $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = \frac{1}{3}x^2$, $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 8\cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $y = \frac{1}{2}x^2$, $2x + 2y - 3 = 0$.

Варіант 22

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{15} - \frac{1}{x+7} + \cos 5x - \sqrt[4]{x}) dx$ b) $\int \frac{(2+\sqrt[3]{x})^2}{x} dx$; c) $\int \operatorname{tg} 12x dx$; d) $\int (5x+8)^{16} dx$;

2. $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{2-x^3}} dx$; 3. $\int \frac{dx}{\sin^2 x (\operatorname{ctg} x - 1)^2}$;

4. $\int x \cdot \cos \frac{x}{3} dx$; 5. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$; 6. $\int \frac{x-8}{x^3-4x^2+4x} dx$; 7. $\int \frac{x^5}{x^4-16} dx$; 8. $\int \sin \frac{1}{4}x \cdot \cos \frac{3}{4}x dx$ 9. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$;

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+\sqrt[3]{x}}}$; 11. $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$; 12. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{x^2+4}$; б) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y^2 = 16x$, $y = 4x$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = 2(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2\sin t - \sin 2t), \end{cases} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

Варіант 23

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^4 - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin 9x - \frac{3}{x-9}) dx$; b) $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$; c) $\int \frac{dx}{14x^2-7}$; d) $\int \frac{1-\sin^2 x}{1+\sin x} dx$; e) $\int \sqrt[5]{7x-6} dx$;

2. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4+\cos^2 x}} dx$; 3. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \ln^2 x}{x} dx$;

4. $\int \frac{x-5}{e^x} dx$; 5. $\int x \cdot \ln 2x dx$; 6. $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 9x} dx$; 7. $\int \frac{3x-2}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8} dx$; 8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$;

9. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx$; 10. $\int \frac{\sqrt{x-1} + 1}{\sqrt{x-1} - 1} dx$; 11. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$; 12. $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2\sin x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^3}$; б) $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $x = y^2$, $x = \frac{3}{4}y^2 + 1$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = \frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{4}\cos 2t, \\ y = \frac{1}{2}\sin t - \frac{1}{4}\sin 2t, \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{2\pi}{3}$,

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $x = \sqrt[3]{y-2}$, $x=1$, $y=1$.

Варіант 24

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^4 - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin 9x - \frac{3}{x-9}) dx$; b) $\int \frac{\sqrt[4]{x^3} - 3\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} dx$; c) $\int \frac{\cos^2 x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} dx$; d) $\int 7^{-12x} dx$; e) $\int (5x-8)^7 dx$;

2. $\int \frac{\operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} dx$; 3. $\int \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$;

4. $\int (1-3x) \cdot \sin x dx$; 5. $\int \ln^2 5x dx$; 6. $\int \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{x^2 - 4x + 4} dx$; 7. $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$; 8. $\int \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx$;

9. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}}$; 10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x}}$; 11. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x^2+1}}$; 12. $\int \frac{dx}{x^2(x + \sqrt{x^2+1})}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 20}$; б) $\int_0^{0.5} \frac{dx}{x \ln^2 x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = 3x - x^2 + 2$, $y = x^2 - 5x + 2$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $r = 2(1 - \cos \varphi)$, $-\pi \leq \varphi \leq -\pi/2$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі OX фігури, обмеженої графіками функцій $y = \sqrt{x+4}$, $y = 2 - \sqrt{x}$, $y = 0$.

Варіант 25

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^9 - \frac{6}{x+5} + \cos 8x - \frac{2}{x^2+4}) dx$; b) $\int \frac{x^2 e^x - x + 3\sqrt{x}}{x^2} dx$; c) $\int (\frac{5}{\sin^2 x} - 2^{-3x}) dx$; d) $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$ e) $\int \frac{x dx}{x^2 + 5}$;

2. $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2 - 3} dx$; 3. $\int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$; 4. $\int (2x - 5) \cdot \sin x dx$; 5. $\int x \cdot \arcsin 3x dx$; 6. $\int \frac{3x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2(x+2)} dx$;

7. $\int \frac{x^3 - x + 1}{x^3 + 8} dx$; 8. $\int \sin^3 2x dx$; 9. $\int \frac{dx}{4 + \sin x}$; 10. $\int \sqrt{4 - x^2} dx$; 11. $\int \frac{dx}{x(1 + \sqrt[3]{x})^2}$; 12. $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + x + 1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1 + e^x}}$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$; б) $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 + 7x + 1$, $y = 5x + 4$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОУ фігури, обмеженої графіками функцій $y = 2x - x^2$, $y = 0$.

Варіант 26

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^7 - \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2+16} + \sin 6x - \frac{1}{x-6}) dx$; b) $\int \frac{4x}{x^3+x} dx$; c) $\int \frac{(x^3-1)dx}{1-x}$; d) $\int \sqrt[4]{8x-5} dx$;

2. $\int \frac{\ln x dx}{x(\ln x + 13)^7}$; 3. $\int x \cdot \sqrt{3-4x^2} dx$; 4. $\int \arccos 2x dx$; 5. $\int (3-2x) \cdot \cos 5x dx$; 6. $\int \frac{x^3-2}{x^3+4x} dx$;

7. $\int \frac{3x^2+3x+10}{(x+1)(x^2+4)} dx$; 8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$;

9. $\int \frac{\operatorname{tg} x}{3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x} dx$; 10. $\int \frac{(\sqrt{x}+3)}{x(\sqrt[3]{x}-4)} dx$; 11. $\int x^3(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} dx$; 12. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)^3}$; б) $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $x = y^2 - 3y + 3$, $x = 3y - y^2 - 1$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 8 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y^2 = 6x$, $y = \sqrt{6} x^2$

Варіант 27

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{15} - 3^x + \frac{3}{x+7} + \sin 6x - \frac{1}{x^2+49}) dx$; b) $\int \frac{x^3 e^x - x^2 + 3\sqrt{x}}{x^3} dx$; c) $\int e^{3x-1} dx$; d) $\int \frac{\sin x}{2+\cos x} dx$ e) $\int \frac{x^2 dx}{x^3+6}$;

2. $\int e^x \sin(e^x) dx$; 3. $\int \frac{\ln^4 x}{x} dx$; 4. $\int (3x-7)e^{2x} dx$; 5. $\int (x-1) \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$; 6. $\int \frac{2x+1}{(x-1)(x^2+3)} dx$;

7. $\int \frac{x^3 - x + 1}{x^2 - 1} dx$; 8. $\int \sin^3 2x \cos 2x dx$; 9. $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$; 10. $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$; 11. $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$; 12. $\int \frac{dx}{1-\sqrt{x^2+2x+2}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_0^1 (1+e^{3x})^2 e^{3x} dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^4 x}$; б) $\int_0^3 \frac{dx}{3-x}$

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x + 3$, $y = x^2 - 2x + 3$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $t \in [0; 2\pi]$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОУ фігури, обмеженої графіками функцій $y = 3x - x^2$, $y = 0$.

Варіант 28

1) Обчисліть невизначений інтеграл

1. a) $\int (x^{15} - \sqrt[5]{x} - \frac{1}{x^2+16} + \sin 5x - \frac{1}{x-5}) dx$; b) $\int \frac{4x}{x^3+x} dx$; c) $\int \frac{(x^3-1)dx}{1-x}$; d) $\int \sqrt[6]{5x+3} dx$;

2. $\int \frac{\ln x dx}{x(\ln x+2)^3}$; 3. $\int x \cdot \sqrt{5-7x^2} dx$; 4. $\int \arcsin 2x dx$; 5. $\int (8-6x) \cdot \cos 5x dx$; 6. $\int \frac{x^3-2}{x^3+4x} dx$;

7. $\int \frac{x^2+3x+1}{(x+1)(x+4)} dx$; 8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$;

9. $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$; 10. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$; 11. $\int \sqrt[3]{3x-x^3} dx$; 12. $\int \frac{dx}{(5+x)\sqrt{x+1}}$.

2) Обчисліть визначений інтеграл $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x dx$.

3) Обчисліть невластні інтеграли або встановити їх розбіжність: а) $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{4x^6+7}}$; б) $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{1-e^{-x}}$.

4) Обчисліть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 - x$, $y = x^3$, $x = 1$.

5) Знайдіть довжину дуги кривої $\rho = 6(1 + \sin \varphi)$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0$.

6) Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі ОХ фігури, обмеженої графіками функцій $y^2 = x^3$, $x = 1$.