

Варіант 1

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \ln xy$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $z = 4 - y^2; z = y^2 + 2; x = -1; x = 2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{4 - \sqrt{xy + 16}}{xy}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \frac{6}{\ln \sqrt{x + y}} 2^{xy}; z = \ln \sqrt{x + \ln y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - y^3}} + \sin \frac{x}{y}; y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \arccos(x^2 + y); x = 5\sqrt{t}; y = 3t^4$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = x^y; x = u - v^2; y = \sqrt{uv}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x^2y - xy$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,003)^2 (3,004)^3$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 1)^2 - 2y^2$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2; x = 0; y = 0; x + y = 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ у точці $M(3, 4, 12)$.

Варіант 2

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos y}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 + y^2; z^2 = x^2 + y^2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy}{y}$.

4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:

$$z = \frac{1}{\sin(x - y^2)} + \arcsin \sqrt{x^2 + y^3}; z = \ln \frac{x^2 + y^2 - 7}{xy}$$

5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:

$$z = \frac{1}{\ln^2(x - \sqrt{y})} + \cos(x^2 y + 1); y = \arccos \sqrt{x}$$

6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:

$$z = (x - y) \ln \frac{x + 1}{y - 1}; x = e^{t^2} - 1; y = \frac{t^3}{3}$$

7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \ln \frac{x}{y} - e^{xy}; x = \cos uv; y = 1 - v$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \operatorname{tg}(x\sqrt{y}) - 1$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала:

$$\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$$

10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27; x = 0; x = 3; y = 0; y = 3$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y + \ln \frac{x}{y}$ у точці $M(1, 1, 1)$.

Варіант 3

1. Знайти область визначеності функції $z = \ln(3 - x) \ln(2x^2 + 3y^2 - 12)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $6z = x^2; y = 0; y = 6 - z$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \operatorname{tg} \cos \frac{x^2 - y^2}{x + 7}; z = 2^{\frac{\sin y^2 - x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{x}{\operatorname{arctg}(xy^2)} + \frac{y}{x}; y = 2^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \ln(x^2y + xy^2 + 4x); x = 2t - \frac{1}{\sqrt{t}}; y = \sin t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \operatorname{ctg} \frac{\sin x}{y} - x; x = u^2v; y = 1 + u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = 2x^2 - e^{xy}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt[3]{(1,02)^2 + (0,05)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = e^{x^2 + y^2}; y = 1; x^2 + y^2 = 4$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x \sin(x - y)$ у точці $M(1, 1, 0)$.

Варіант 4

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \frac{2x}{x-y} + \ln x$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $(x+2)^2 + y^2 = 4; x+y+z = 5; z = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{x+y}}{y-x}; z = e^{\cos^2 \frac{x+y}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{1}{\operatorname{tg}^2(x^3 - y)} + \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}); y = e^{\operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \sin y \cos(y - 2^x); x = \sqrt{2t - 1}; y = \ln \sin t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \sqrt{\ln(y + e^x)} - \frac{1}{y}; x = \cos u - \sin v; y = uv$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y \operatorname{arctg} x + \frac{1}{x}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\cos 29^\circ \cdot \operatorname{ctg} 46^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy - 4x + 8y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; x = 0; y = 0; x + y + 3 = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^3 - 3x^2yz = 1$ у точці $M\left(1, \frac{7}{6}, 2\right)$.

Варіант 5

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{xy} + 2 \ln(x^2 - 4)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $x^2 + (y - 1)^2 = 1; z = 2; x + z = 2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 y^2 + 9} - 3}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = e^{\frac{x}{y}} + \ln(x + \cos x^2 y); z = \frac{1}{x^2 y} + \operatorname{arctg}(x + 2^y)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{2^\pi}{\ln \sin(x + y^2)} - x \operatorname{tg} y; y = x \operatorname{ctg} \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \sqrt{y - 2x^2} + \ln \frac{x}{y}; x = \operatorname{tg} 2t; y = \arcsin t + t^2$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \frac{1}{e^{xy^2 - 1}} + x \cos y; x = u\sqrt{v}; y = \frac{u}{\sqrt{v}}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{y} + x^2 y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $e^{0,01} \cdot (2,01)^2$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 3 \ln \frac{x}{6} + \ln y + \ln(12 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy; y = x^2; y = 5$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ у точці $M\left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right)$.

Варіант 6

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{\ln(2-y)} + \sqrt{\frac{\cos 2x}{y}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $y = \sqrt{x}; y = 2\sqrt{x}; z = 0; x + z = 6$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos xy}{x^2 y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \sin \operatorname{tg} \frac{x^2 + y}{xy}; z = x\sqrt{y} + \ln(x^2 y - 5y - 16)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{\arcsin(2^x - 2^y)}{\ln^2 \sqrt{\pi}} + \sqrt[3]{xy}; y = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \frac{1}{x} + \frac{y^2}{5 + x^2}; x = \ln(e^t + 1); y = -\frac{1}{\sqrt{t}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = 2^{x \cos y} + \operatorname{tg} \sqrt{y}; x = \operatorname{tg} \frac{u}{v}; y = \frac{1}{u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції
 $z = y \cos x + \operatorname{tg}(xy)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\frac{(1,03)^3}{\sqrt[3]{0,97}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 y(8 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \ln(x^2 + y^2); y = \sqrt{x}; x = 1; y = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x^2 + y^2$ у точці $M(1, 3, 10)$.

Варіант 7

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}} + \ln(x^2 - y)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $2y^2 = x; \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1; z = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^2}{1 - \sqrt{1 + x^2 y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \sqrt{x-y} + e^{\frac{x}{y^2}}; z = \sin \frac{x}{y} + \ln(x^4 y^2 + 1)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}(x^2 + y)}} - \frac{y}{x^2}; y = 5^x - x^{\frac{1}{5}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \arctg \frac{x^2}{\sqrt{y}}; x = \arccos t; y = \ln(1 + t^3)$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \frac{2^y}{\sin x + \cos x} - \ln \frac{1}{\sqrt{x}}; x = u - \frac{1}{v}; y = v - \frac{1}{u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x}{\sin y} + \cos y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt[3]{0,98} \cdot \sqrt{1,02}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^x (x^2 + y^2 - 4x - 1)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3^{x^2+y^2}; x^2 + y^2 = 4; y = 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $4x^2 + 2y^2 - z = 1$ у точці $M(1, 2, 11)$.

Варіант 8

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin(x - y) + e^{\frac{2}{\sqrt{3-x}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
$$x^2 + y^2 = 8x; z = \frac{x^2 + y^2}{4}; z = 0.$$
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^3 \sin \frac{1}{(x^2 + y^2)^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
$$z = \cos(x^2 + y) \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x + y}; z = \frac{x}{\ln \frac{x}{y}}.$$
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
$$z = 2x^2 - xy + 2^{xy}; y = \operatorname{arctg} \sqrt{\sin x}.$$
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
$$z = \frac{1}{\operatorname{tg}(xy)} + \frac{1}{\sqrt{x}}; x = e^{\sqrt{t}}; y = \cos^2 \frac{1}{t^3}.$$
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
$$z = \ln(2^x \cdot 2^{\sqrt{y}} - e) - 25; x = 5u - \frac{1}{v}; y = \frac{\sin u}{v}.$$
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції
$$z = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + x.$$
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(2,01)^2 + 5 \cdot e^{0,02}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 6)^2 - 4y^3$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + 2xy - 10; y = x^2 - 4; y = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $3^{\frac{x}{z}} + 3^{\frac{y}{z}} = 18$ у точці $M(2, 2, 1)$.

Варіант 9

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[4]{\ln(xy)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = 16; x^2 + z^2 = 16$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow \pi \\ y \rightarrow \pi}} \frac{\sin x \sin y}{\pi^2 + xy - \pi x - \pi y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
$$z = \ln\left(\operatorname{arctg} \frac{x}{y}\right) + e^{2xy}; z = \arccos \frac{x^2 + 2^{xy}}{y}$$
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
$$z = \arcsin(x^2 + y); y = \frac{1}{x} + e^{\ln^2 x}$$
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
$$z = 2y + \ln \cos \frac{x}{y}; x = 2^t; y = \frac{1}{\sqrt{t^3}}$$
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
$$z = \operatorname{ctg} \sqrt{e^{x^2 - y}} + x \sin y; x = e^{u - \sqrt{v}}; y = \frac{1}{u}$$
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sqrt{xy} + y^2$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала:
$$\ln\left[(0,99)^3 + (0,08)^3\right]$$
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \sqrt{2x^2 + y^2 - 4}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 + 1; x^2 + y^2 \leq 1; x \geq y$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^2 \operatorname{tg} z + xy^3 = 0$ у точці $M(2, 0, 0)$.

Варіант 10

1. Знайти область визначеності функції $z = \ln x + \ln \cos 2y$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $z = x^2 - y^2; z = 0; x = 1; x = -1$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = (x + 3^{xy^2})^2; z = \sin^3 \left(\ln \frac{x^2 - 2^{xy}}{y^2 + e^x} \right)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = (x - y) \ln \frac{x}{xy + y^3} - \frac{1}{y}; y = \sin \cos \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = y^2 + 3x^2 \ln y; x = \ln(2^t + 1); y = \cos \sqrt{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \operatorname{tg} \sqrt{x^2 y - xy^2}; x = u \sin v; y = 1 - v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x}{y \operatorname{tg} x}$.
9. Обчислити $\sqrt{(1,02)^3 + (0,001)^2}$ наближено за допомогою диференціала:
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \sqrt{9y^2 + 4x^2} - 36$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = x^2 + xy - 2; y \leq 2x^2 - 2; y \leq 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ у точці $M \left(0, 1, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Варіант 11

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}} + e^{\frac{xy}{x-1}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $x^2 + 4y^2 + z = 1; x^2 + 4y^2 - z = 1$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} (x^2 + y^2) \operatorname{tg} \frac{1}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \sin xy^2 + \frac{1}{2^{x+\sqrt{y}}}; z = \arcsin \sqrt{x + \ln y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \sin x \cdot \cos(x^2 + 2^y); y = x^2 \cdot \sin^2 x$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \sin \cos(x^2 - y^2); x = \left(\frac{1}{2}\right)^{t^2}; y = \ln(1 + t)$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \arcsin \sqrt{x^3 y - 1}; x = u^v; y = \frac{1}{u - v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x\sqrt{y^3} + \cos x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1,003)^{2,06}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 6x + y^2 - 5$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 \ln x; x = 1; x = 2; x = y^2$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $9x^2 + 4y^2 - z^2 = 36$ у точці $M(2, 1, 1)$.

Варіант 12

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x - y^2} + \frac{1}{\sin y}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $z = x^2 + y^2; y = x^2; y = 1, z = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ y \rightarrow \frac{\pi}{2}}} \frac{\sin 2x \sin 2y}{\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y - xy - \frac{\pi^2}{4}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \frac{1}{e^{xy}} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{y}; z = \sqrt{\pi} + \ln \frac{1}{x + 5y} - \frac{1}{y + 5x}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \sqrt{x \sin(x^3 + y)} + e^{-y}; y = \operatorname{arctg}^3 \frac{1}{\sin x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \sin \frac{x}{y} + 3^{\frac{y}{x}}; x = \operatorname{ctg}^2 t; y = \sqrt{t^2 + 1}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = e^{\sqrt{x-y^2}} + \ln(y^2 \sqrt{x}); x = \sin \frac{u}{v}; y = u \cos v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = e^{y^2} \cos(x + y)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $e^{(0,001)^3 + (0,03)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = xe^{-2x^2 - y^2 - y}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = y^2 - x^2 + 8; x^2 + y^2 \leq 4$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = 3x^2 + 2y^2 - xy$ у точці $M(-1, -2, 9)$.

Варіант 13

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \frac{x^2}{y} + \ln(-x - y + 1)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $z^2 = xy; x = 0; x = 1; y = 0; y = 4$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{4x^2y^3}{x^5 + 6y^5}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = x^{y^2}; z = \frac{x}{y} + 2^x$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \frac{1}{y} + \frac{x^2}{2 + y^2} + \ln^2 \frac{x + 1}{y}; y = \sqrt[5]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = xe^{x^2 + y^2 + 1}; x = \cos^2 t; y = \cos t^2$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \operatorname{arctg} \frac{1}{x - y} + \operatorname{tg} \frac{1}{x + y}; x = \frac{u}{v}; y = \frac{v}{u} - 1$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x \ln y - \sin \sqrt{xy}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,003)^2 (3,002)^3$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = ye^{-2y^2 - x^2 - x}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = \frac{x}{x^2 + y^2}; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ у точці $M\left(\frac{3\pi}{4}, 3, 3\right)$.

Варіант 14

1. Знайти область визначеності функції

$$z = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)} + \arcsin(x + 1).$$

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:

$$x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = z - 1; z = 2.$$

3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2 - \frac{1}{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$.

4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:

$$z = \sqrt{x \ln \sin y + y^2}; z = 2x^{\cos y}.$$

5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:

$$z = \frac{1}{\cos(xy)} + e^{\frac{x^2}{y^2}}; y = \ln^3 \sin x.$$

6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:

$$z = xe^{xy} + \frac{x}{\ln y}; x = e^{t^2}; y = \sin \frac{1}{t}.$$

7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:

$$z = \frac{1}{\sqrt{x - y}} + \sin(x^2 y); x = \frac{u - 1}{v}; y = v^2 + e^{uv}.$$

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = e^{2x+y^2} x$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\frac{1}{\sqrt[3]{0,98} \cdot \sqrt[4]{(1,04)^3}}$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = 5^{-x^2 - y^2 + 2}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2; 2y = x - 4; x = 0$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = e^{y \cos 2x}$ у точці $M\left(\frac{\pi}{2}, 1, \frac{1}{e}\right)$.

Варіант 15

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{(x^2 - 1)(1 - y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1; y = 0; z = \frac{x}{2}; z = x.$$
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{(x^2 + y^2)e^{\frac{1}{x^2 + y^2}}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
$$z = x^{xy}; z = 8 \sin^2 \frac{xy}{8} + \frac{1}{\operatorname{arctg} \frac{x}{y}}.$$
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
$$z = \arccos \frac{x}{\sin y} + \sqrt{\frac{x}{y}}; y = \frac{1}{\ln^2 2^x}.$$
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
$$z = y \sin x + x \cos y; x = \ln \left(1 - \frac{1}{t}\right); y = 7^{t + \sqrt{t}}.$$
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \sqrt[3]{\ln \frac{x^2}{y} - \frac{1}{\sin x}}; x = \frac{u}{\cos v}; y = e^{\sin u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(4,04)^2 + (2,94)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 5 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2; |x| + |y| \leq 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $\operatorname{tg}(x + z)ye^z = 1$ у точці $M(3, 4, 12)$.

Варіант 16

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x \ln(x^2 + y^2 - 9)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = x^2 + y^2; x^2 + y^2 = 2x$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{xy}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = y^{\ln x}; z = \cos(x + y) \sin xy$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \sqrt{xy} - 2^{\ln y} \cos(x + y); y = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2} \arcsin^2 x\right)$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \sqrt{\ln\left(\frac{x}{e^y} + 1\right)}; x = \sqrt{t}; y = \sin^3 t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 2y}; x = \frac{u}{e^v}; y = v \operatorname{tg} u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = (y - \sin \sqrt{x})^2$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{\ln 1,03 + (1,04)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy + y^2 + x + y - 1$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y; x^2 + y^2 \leq 25$.
12. До поверхні $z = 4xy$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\frac{x-2}{9} = \frac{y-1}{6} = \frac{z+1}{-1}$.

Варіант 17

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x+2} + \frac{1}{\log_2(x^2 + 4y^2 - 16)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 = 2y$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{x^2 + y^2}{\sin x \sin y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = (\sin x)^{\cos y}$; $z = \frac{xy \operatorname{arctg}(x+y)}{xy+1}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:
 $z = \operatorname{arctg} \cos(2^x + 2^y)$; $y = \sin^3 \sin x$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:
 $z = \sqrt[3]{x^2 + y^5} + \frac{y}{\sin x}$; $x = \ln^2 t$; $y = \cos \frac{1}{t^2}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{1}{e^{x^2 + \sqrt{\sin y}}}$; $x = u\sqrt{v}$; $y = \sqrt{u} \sin v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sqrt{x^2 - \sin^2 y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(3,001)^2 \sqrt[3]{1,002}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^{x+y}(x^2 - 2y^2)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 + 1$; $x \geq y$; $x^2 + y^2 \leq 4$.
12. До поверхні $z = xy$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{8} = \frac{z}{-1}$.

Варіант 18

1. Знайти область визначеності функції $z = \arccos \frac{x+5}{y} + \frac{1}{\sqrt[6]{y+1}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $z = x + y + 1; y^2 = x; x = 1; y = 0; z = 0$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{x^2 + y^2}{(y^2 - x)(x + y)}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = (\ln y)^{\cos x}; z = (6x^3y - y^36^{\sqrt{x}})^2$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \sqrt[3]{1 + \cos(x - y)} - \sin(xy); y = 2^{\cos^5 x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \arctg \frac{x^3 - y}{xy} - \frac{1}{\sqrt{xy}}; x = e^{\sqrt{t}}; y = t^e$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \text{ctg} \frac{1}{xy} + \text{tg} \cos x; x = e^u; y = v \ln(u - v)$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{e^{xy}}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(8,03)^2 + (6,02)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \cos^2 x + \cos^2 y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = 3x^2 + 3y^2 - 6x + 4y; x^2 + y^2 \leq 25$.
12. До поверхні $z = 2x^2 - 4y^2$ провести дотичну площину, паралельну до площини $4x - 4y - \frac{1}{2}z = 1$.

Варіант 19

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{y \sin(x^2 + y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2; x^2 + y^2 = Rx$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{(x-2)^2 + (y+1)^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = y^{3x^2}; z = \sqrt{x \ln \sin y + y^2}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \operatorname{arctg} \sqrt{xy} + \frac{1}{xy}; y = 5^{\sin^2 x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \ln^3(x\sqrt{y} + y\sqrt{x}) - x; x = t \sin t; y = \frac{1}{\sqrt{t^3}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \frac{1}{\sqrt[3]{\ln(xy-1)}} + e^{\frac{x}{y}}; x = u - \frac{1}{v}; y = u^2 - v^2$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \cos^2(x - y)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1, 03)^{3,001}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \frac{1}{3} \ln \frac{y}{x}; y \geq \frac{1}{3}; y \leq 1; y \geq x^2$.
12. До поверхні $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ провести дотичну площину, паралельну до площини $2x + 4y + 6z = 0$.

Варіант 20

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\ln(x-y)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{x-y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = y + (\operatorname{arctg} x)^y$; $z = \ln(xy + \sqrt{x^2 + 2y})$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:
 $z = \cos^2\left(\frac{1}{x^2 + y^2} - 3\right)$; $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:
 $z = \operatorname{ctg} \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \frac{y}{\cos x}$; $x = \ln(2t + 2^t)$; $y = -\frac{1}{t^2}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{2 - \ln y}{\sin x \cos y}$; $x = uv$; $y = \ln u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x^2}{\sin y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\cos 61^\circ \cdot \sin 29^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 y (2 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 - x^2 + 8$; $x^2 + y^2 \leq 4$.
12. До поверхні $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$ провести дотичну площину, паралельну до площини $2x - 6y + 3z - 10 = 0$.

Варіант 21

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{\log_2(2x - 3y - 12)}{\sqrt[6]{9 - x^2 - y^2}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 - y^2 - z^2 = 0; x^2 + y^2 = 1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = y^{\sqrt{x}} \cos^2 \frac{x}{y}; z = \frac{1}{2xye^x}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \ln^2 \sqrt{x^2 - y^2} + \frac{1}{x}; y = \sin \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \operatorname{arctg} \sqrt{2x^2 - y^2 - 1} + \frac{x}{3y}; x = 3t^2; y = \operatorname{ctg} \frac{1}{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = e^{x-2y^2} + \sin x; x = \frac{u}{\ln v}; y = \frac{1}{e^{uv}}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y \sin x - x \operatorname{tg} y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(1,02)^3 + (1,97)^3}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^x(x^2 + y^2 + x)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2(x - y); y = 0, y = x + 2; x = 3$.
12. До поверхні $x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$ провести дотичну площину, паралельну до площини $x + 2y - z = 0$.

Варіант 22

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[3]{\ln y} + \ln \cos x$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y^2 + z^2 = x^2; x^2 + y^2 = 9$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{(x^2 + y^2 - 4)(x^2 - y^2 - 1)}$.

4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:

$$z = \frac{x - y}{x + y} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{y}}; z = (x - y) \ln \frac{x^2}{y}.$$

5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:

$$z = 3^{xy^2 - yx^2} + x \sin y; y = \sin(x - \ln x).$$

6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:

$$z = \sqrt{1 + \frac{1}{\sin xy}} + 2^{x-y}; x = \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{t}}; y = 5^t.$$

7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:

$$z = e^{(x+y)^2} - 10; x = u \cos v; y = \sin v + u.$$

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = 2^{\ln(x-y)} + \cos^2 x$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,008)^2 \cdot (2,097)^3$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = \ln(xy) + x$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy; |x| + |y| \leq 1$.

12. До поверхні $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ провести дотичну площину, паралельну до площини $x + 4y + 6z = 0$.

Варіант 23

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[4]{\sin(x^2 + y^2)} + \ln 2y$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $x^2 + y^2 - z^2 = 0; x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \ln(1 - 4x^2 - 4y^2)$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \cos \ln \frac{x}{x - y^2} + \frac{1}{xy}; z = \ln(x^3 + 10xy + y^2) + \sqrt{\frac{\sin x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:
 $z = 5^{x^3 - yx^2} + y \cos^2 x; y = \ln^2 \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:
 $z = x^2 + \sqrt{x} \ln y + \frac{\ln x}{\sqrt{y}}; x = \frac{1}{\sin t}; y = \cos 2\sqrt{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \frac{1}{xy} + \sin \frac{1}{xy}; x = \sin(u^2 + v^2); y = u \operatorname{tg} v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \ln(xy) \sin x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sin 29^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 1)^2 + (y + 2)^2$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - y^2 + 4; y = 4 - x^2; y = -2$.
12. На поверхні $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4yz = 8$ знайти точки, в яких дотичні площини паралельні до координатних площин.

Варіант 24

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \frac{x}{y} + e^{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $x^2 + y^2 + z^2 = 36; x^2 + y^2 = 6x$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{3x + y^2}{3x - y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = (\operatorname{tg} x)^{\ln y}; z = \left(2^{xy} + 3^{\frac{x}{y}} - 1\right)^3$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \operatorname{tg}(x^2 - y^3) + 2^{\ln y}; y = \sqrt{\sin \cos x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \sqrt{x^y + 1} - \frac{1}{x}; x = \cos \sin t; y = \frac{1}{2^t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \sqrt[3]{x + 8xy}; x = u \ln v; y = u^2 + \frac{1}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції
 $z = \arcsin(3x - 2y)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(0,97)^{2,03}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 6y^2 + 12$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; x = 0; y = 0; x + y + 6 = 0$.
12. До поверхні $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Варіант 25

1. Знайти область визначеності функції $z = (x + \sqrt{y}) \ln(x^2 - y^2)$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:

$$4z = 4 - x^2; z = 0; y = 4; 4x + 3y = 12.$$

3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} \pi x \operatorname{ctg} \pi y$.

4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:

$$z = 2^x \operatorname{ctg}(x^2 + y^3); z = \operatorname{ctg} \left(\ln \frac{1}{\sqrt{x^2 - y}} \right) - 10.$$

5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:

$$z = \sqrt[3]{x^2 + \frac{x}{y^3}} + y \sin x; y = 6^{\ln^2 x}.$$

6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:

$$z = \operatorname{ctg}^2(1 - x \cdot 2^y) + \frac{\sqrt{x}}{y}; x = e^t; y = \frac{1}{\cos^2 \sqrt{t}}.$$

7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:

$$z = \arccos(x + \sqrt{xy}); x = u \operatorname{tg} v^2; y = u - \sqrt{v}.$$

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x \sqrt{\operatorname{tg}(x - y)}$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала:

$$\ln \left(0,01 + \sqrt{(0,01)^2 + (1,02)^2} \right).$$

10. Дослідити на екстремум функцію $z = 3^{x^2 + y^2 - 2x + 1}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених

кривими. $z = \frac{y}{x^2 + y^2}; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1$.

12. До поверхні $2x^2 = z - 4y^2$ провести нормаль, перпендикулярну до площини $8x - 32y - 2z + 3 = 0$.

Варіант 26

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{|x|} \sqrt{\ln(x+y)} - \operatorname{arctg} e^{\frac{1}{y}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $1 + x^2 - y^2 - z^2 = 0; x = 2; x = 5$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = e^{\frac{1}{2x^2+9y^2-18}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = e^{\ln^2(x\sqrt{y})} + \frac{1}{2^x + 2^y}; z = \sqrt{\cos^2 y \cdot x} + \sin \sqrt{x} \cdot y$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
 $z = \sqrt{\arcsin \frac{x}{y} + \frac{1}{x-y}}; y = 5^x - 3^{\frac{1}{x}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
 $z = \arcsin \sqrt{x^2 y - 1} + e^{\sqrt{x}}; x = \sin \frac{1}{\sqrt{t}}; y = 2t^2$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \operatorname{tg}(x \cos y) - 1; x = \ln \frac{u}{v}; y = u - \frac{1}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \ln \sin \frac{x}{y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1, 02)^{4,05}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^{x^2+2y^2-4y+10x-8}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = 2 - x^2 + y^2; y = x^2 - 4; y = 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ у точці $M(3, 4, 12)$.

Варіант 27

1. Знайти область визначеності функції

$$z = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \sqrt{y} + \sqrt{x^2 + y^2 - 16\pi^2}.$$

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 - z^2 = 9; x^2 + y^2 = 9$.

3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{x^2 + y^2 + 1}{\sqrt{9x^2 - 4y^2 - 36}}$.

4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:

$$z = \frac{1}{x^y} + y^2 \sqrt{x}; z = \operatorname{ctg}^2(2^x \cdot 2^y) + \frac{1}{\sqrt{xy}}.$$

5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:

$$z = 3x + \sqrt[3]{x \cos y} - \frac{1}{y^2}; y = \ln \frac{x^2}{1+x}.$$

6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:

$$z = \frac{1}{\ln(e^x + y - 1)} - \cos y; x = \sqrt{\lg t}; y = \cos^2 \frac{1}{t}.$$

7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:

$$z = \sqrt{\cos \frac{x}{y} + \sin \frac{y}{x}}; x = \sqrt{uv} + v^2; y = u\sqrt{v^8}.$$

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{xy} + \frac{1}{y} \cos x$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(3, 02)^2 \cdot e^{0,03}$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + 2xy - y^2 + x + y - 1$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 \ln y; y = 4x^2; y = 2; y = 3$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y + \ln \frac{x}{y}$ у точці $M(1, 1, 1)$.

Варіант 28

1. Знайти область визначеності функції $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{2x+y} \sqrt{\ln(1-x^2-y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $y = 2 + x^2 + z^2; x^2 + z^2 = 9; y = 0$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{\sin 2x + 1}{2^x - 2^y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = \frac{x}{3^{x^2-y^2}}; z = \sin^{-5} \frac{2}{\operatorname{tg} \frac{y}{x}} + xy^2$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:
 $z = \sqrt{y} - \sqrt{x+y} + \operatorname{arctg}^2(xy); y = \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:
 $z = \arcsin \left(\ln \frac{x}{\sqrt{y}} \right) + x^2 y; x = \frac{t^3}{3}; y = \operatorname{tg}^3 \frac{1}{t^3}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = \ln(xy) \sin x; x = u^2 v + 4; y = \sin \sqrt{uv}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{x+y^2}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\frac{(1,001)^2}{\sqrt{0,98}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy - 6x + 16y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \ln[(x-1)(y+1)]; y = 0; y = 1; x = 2; x = 3$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x \sin(x-y)$ у точці $M(1,1,0)$.

Варіант 29

1. Знайти область визначеності функції $z = \lg(4x - y^2 - 8)2^{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 4; y^2 + z^2 = x^2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} x e^{\frac{1}{xy}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
$$z = 2^{\sqrt{x-y}} + \sin \frac{x}{y}; z = \arccos(6^{x^2y} + 12) - \frac{1}{x}.$$
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$:
$$z = 2^x - \sin^2(\pi x - y) + \frac{1}{y}; y = \sqrt{x^2 + \operatorname{tg} x}.$$
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$:
$$z = \sqrt{2 \ln x + e^y} + \frac{y}{\sin x}; x = \sqrt{\sin t}; y = \frac{1}{\sqrt{t}}.$$
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
$$z = \operatorname{arctg} \frac{xy}{x^2 + y^2}; x = u \sin v; y = \sqrt{u^2 - v^2}.$$
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sin(y^2 + \sqrt{x}) - 10$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $1,002 \cdot (2,003)^2$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + y^2 - 10 \ln x - 5 \ln y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2y(2 - x - y); x = 0; y = 0; x + y = 5$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^3 - 3x^2yz = 1$ у точці $M\left(1, \frac{7}{6}, 2\right)$.

Варіант 30

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{2^x - 2^y} + \arccos \frac{y + 5}{x}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями:
 $x^2 + y^2 = z^2; x^2 + y^2 = (z - 2)^2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} x e^{\frac{1}{xy}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій:
 $z = (\ln x)^{\cos^2 y}; z = \sqrt[3]{\sin \frac{x^2}{y}} + \ln^3 \operatorname{tg}(x^2 y)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$:
 $z = e^y - 11 \cos^2(x - y^3); y = \sin \sqrt{x} + \sqrt{\sin x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:
 $z = 2^{\ln x + \operatorname{ctg} y} - \frac{1}{\operatorname{tg} xy}; x = \frac{1}{\ln t}; y = \sqrt{\operatorname{tg} t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$:
 $z = y \sin x + x \sin y; x = \operatorname{tg} \frac{u}{v}; y = \sqrt{u \ln v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x}{\ln y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(0,95)^{2,01}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 4y^2 + 8xy - 16$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмежених кривими. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27; x = 0; x = 3; y = 0; y = 3$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ у точці $M\left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right)$.