

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І  
АРХІТЕКТУРИ**

# **ОСНОВИ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ, ЯКІ НАВЧАЮТЬСЯ ЗА НАПРЯМОМ ПІДГОТОВКИ  
122 «ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ»**

Київ 2018

УДК 004.92  
ББК 32.973  
Б19

Укладачі: Є.В. Бородавка, доктор технічних наук, доцент

Рецензент: В.М. Михайленко, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: В.М. Михайленко, доктор технічних наук,  
професор, завідувач кафедри ІТППМ

*Затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики, протокол №14 від 1 квітня 2018 року.*

Б19 Основи динамічного програмування: методичні вказівки до виконання лабораторних робіт / Уклад. **Є.В. Бородавка**. – К.: КНУБА, 2018. – 16 с.

Методична розробка містить перелік лабораторних робіт, які необхідно виконати студентам протягом курсу «Основи динамічного програмування».

Призначено для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 122 «Інформаційні системи і технології» при виконанні лабораторних робіт з дисципліни «М».

УДК 004.92  
ББК 32.973

© Бородавка Є.В. 2018

© КНУБА, 2018

## Загальні положення

Лабораторні роботи є логічним продовженням лекційного курсу з дисципліни «Основи динамічного програмування» і призначення для закріплення теоретичного матеріалу на практиці.

Тематика і зміст лабораторних робіт обумовлені основними розділами робочої навчальної програми з дисципліни «Основи динамічного програмування».

## Problem A-[Intermediate] Камешки

### Камешки

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

У вас есть  $N$  ( $10 \leq N \leq 100$ ) камешков. Вам нужно разделить их на  $P$  ( $P \leq N$ ) кучек чтобы произведение чисел, которые соответствуют количеству камешков в каждой кучке, было максимальным.

Например при  $N = 10$  и  $P = 3$  можно разделить камешки так  $10 = 1 + 1 + 8$ . В этом случае произведение будет  $1 * 1 * 8 = 8$ . Оптимальным же будет деление  $10 = 3 + 3 + 4$ . При этом произведение будет  $3 * 3 * 4 = 36$ .

### Input format

Одна строка, которая содержит два числа: число камешков  $N$  ( $10 \leq N \leq 100$ ) и число кучек  $P$  ( $P \leq N$ ) разделенные пробелом.

### Output format

Произведение чисел, которые соответствуют количеству камешков в каждой кучке.

### Notes

Input	Output
10 3	36

## Problem C-[Intermediate] Роботы 1

### Роботы 1

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

На поле квадратной формы, которое состоит из  $R \times R$  ( $R = 10^9$ ) клеток, находятся  $R \times R$  роботов (по одному роботу в каждой клетке). Каждый робот находится ровно в центре клетки и его размер существенно меньше размера клетки. Для заданной пары роботов найти количество роботов, которые находятся строго между ними на линии, соединяющей этих двух роботов.

### Input format

Первая строка содержит 4 числа: координаты робота А и координаты робота Б.

### Output format

Количество роботов между заданными роботами на прямой, которая их соединяет.

### Notes

Пример:

```
.....  
.....  
.....3  
.....  
1....2
```

Между роботами 1 (1,1) и 2 (5,1) находится 3 робота (2,1), (3,1), (4,1).

Между роботами 1 (1,1) и 3 (5,3) находится 1 робот (3,2).

Input	Output
1 1 5 1	3
5 3 1 1	1

## Problem I-[Intermediate] Маршрут с минимальным количеством пересадок

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Сотруднику компании необходимо попасть из города А в город В пользуясь любимым воздушным транспортом. К сожалению, не всегда из города А есть прямой рейс в город В, и маршрут может содержать пересадки. Поскольку этот сотрудник знает по опыту, что каждая такая пересадка увеличивает шанс потери багажа, он очень заинтересован, чтобы количество пересадок было минимальным. Необходимо найти оптимальный с точки зрения этого сотрудника маршрут и вывести количество пересадок, которые он содержит.

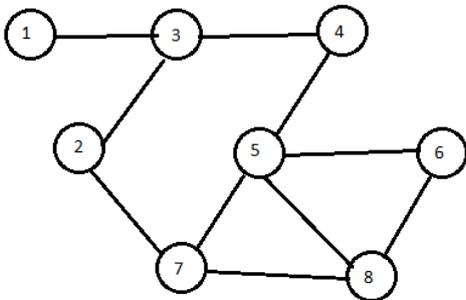
### Input format

Первая строка содержит четыре числа разделенных пробелами – количество городов  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ), количество рейсов  $K$  ( $1 \leq K \leq 5000$ ), которые соединяют эти города, индексы первого и последнего города в маршруте  $A, B$  ( $A \neq B$ ). В следующей строке идет  $K$  пар чисел разделенных пробелами – каждая пара чисел содержит индексы двух городов, которые соединены рейсом в обе стороны (индексы представлены числами от 1 до  $N$  включительно).

### Output format

Количество пересадок, которое содержит наиболее оптимальный маршрут или число -1, если проложить маршрут из  $A$  в  $B$  не возможно.

### Notes



Сотруднику необходимо попасть из города 1 в город 6. Маршрут с наименьшим количеством пересадок будет  $1 > 3 > 4 > 5 > 6$  и, соответственно, количество пересадок будет 3.

Input	Output
8 10 1 6 1 3 4 3 2 3 4 5 6 5 7 5 8 5 2 7 7 8 8 6	3

## Problem K-[Intermediate] Максимумы в последовательности

### Максимумы в последовательности

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

Вам задана последовательность натуральных чисел  $A$  длины  $N$ , которая высчитывается по формуле:

$$A_1 = \text{Constant}$$

$$A_i = (A_{i-1} * B + C) \text{ mod } M$$

Перед вами стоит задача найти  $K$  максимальных значений чисел в этой последовательности.

### Input format

В единственной строке задано 6 чисел  $N, K, B, C, M$  и  $A_1$ :  
 $N$  ( $2 \leq N \leq 3 * 10^7$ ) – количество чисел в последовательности  $A$ ;  
 $K$  ( $1 \leq K \leq \min(200, N)$ ) – количество чисел с максимальными значениями, которые необходимо найти;  
 $B$  ( $1 \leq B \leq 10^9$ ) – множитель для формулы расчета элементов последовательности  $A$ ;  
 $C$  ( $1 \leq C \leq 10^9$ ) – слагаемое для формулы расчета элементов последовательности  $A$ ;  
 $M$  ( $2 \leq M \leq 10^9$ ) – делитель для формулы расчета элементов последовательности  $A$ ;  
 $A_1$  ( $1 \leq A_1 < M$ ) – первый элемент в последовательности  $A$ .

### Output format

Строка, содержащая  $K$  максимальных чисел из последовательности  $A$  в возрастающем порядке.

### Notes

Input	Output
5 3 2 7 9 1	3 4 7
15 3 4 1 41 1	21 21 33

Пояснение к первому примеру:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 \\ A_2 &= (A_1 * B + C) \text{ mod } M = (1 * 2 + 7) \text{ mod } 9 = 9 \text{ mod } 9 = 0 \\ A_3 &= (A_2 * B + C) \text{ mod } M = (0 * 2 + 7) \text{ mod } 9 = 7 \text{ mod } 9 = 7 \\ A_4 &= (A_3 * B + C) \text{ mod } M = (7 * 2 + 7) \text{ mod } 9 = 21 \text{ mod } 9 = 3 \\ A_5 &= (A_4 * B + C) \text{ mod } M = (3 * 2 + 7) \text{ mod } 9 = 13 \text{ mod } 9 = 4 \end{aligned}$$

Среди чисел в последовательности  $[1, 0, 7, 3, 4]$  выберем  $K$  ( $K = 3$ ) максимальных и выведем их в возрастающем порядке:  $[3, 4, 7]$

## Problem Q-[Intermediate] Расчет хеша строки

### Расчет хеша строки

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

Вам дана строка и вам нужно найти хеш этой строки. Хеш рассчитывается следующим образом.

$$\text{Hash} = (c_0 * C^0 + c_1 * C^1 + c_2 * C^2 + \dots + c_{N-1} * C^{N-1}) \% D,$$

где  $C = 1009$ ,  $D = 1000000007$ ,  $N$  – длина строки.

### Input format

Одна строка, длина которой не больше 1000 символов. Строка не содержит пробельных символов.

### Output format

Хеш заданной строки.

### Notes

Input	Output
Samsung	628380962

## Problem S-[Intermediate] Поиск интервала с наибольшей суммой

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Для заданной последовательности чисел  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  найти такой интервал  $(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ , сумма чисел в котором  $(S = x_i + x_{i+1} + \dots + x_j)$  будет максимальной, и вывести эту сумму. Интервал должен содержать минимум одно число.

### Input format

В первой строке число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100000$ ), во второй строке  $N$  чисел ( $-1000000 \leq x_i \leq 1000000$ ), разделенных пробелами.

### Output format

Сумма чисел в найденном интервале.

### Notes

Для последовательности  $(-10, 8, -2, 1, 0, 6, -3)$  интервалом с наибольшей суммой будет интервал  $(8, -2, 1, 0, 6)$ . Сумма чисел в этом интервале будет равна 13. Для последовательности  $(-1, -2, -3)$  таким интервалом будет одно число -1.

Input	Output
7 -10 8 -2 1 0 6 -3	13

## Problem X-[Intermediate] Максимум

### Максимум

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

Рассмотрим последовательность чисел  $a_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$ , удовлетворяющих следующим условиям:

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_{2i} = a_i$$

$$a_{2i+1} = a_i + a_{i+1}$$

для каждого  $i = 1, 2, 3, \dots$ .

Напишите программу, которая для заданного значения  $n$  находит максимальное среди чисел  $a_0, a_1, \dots, a_n$ .

### Input format

Входные данные состоят из нескольких тестов (не более 10). Каждый тест представляет собой строку, в которой записано целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 99\,999$ ). В последней строке входных данных записано число 0.

### Output format

Для каждого  $n$  во вводе выведите соответствующее максимальное значение.

### Notes

Input	Output
5	3
10	4
0	

## Problem Z. Римское шифрование

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

Пс-с, только тихо! Я тут придумал новое шифрование, назвал его Римским. Хотите о нём послушать? Что значит нет? Я всё равно расскажу!

Суть шифрования достаточно проста: каждая буква в исходном тексте переводится в отдельное число соответственно к той кодировке, в которой этот текст хранится; далее это число записывается в десятичном формате, после чего оно переводится из арабской записи в римскую и кодируется шифром Цезаря.

Разве не гениально? Можно будет подать как идея на C-Lab в следующем году. Только бы прототип написать. Но не переживайте – функцию шифрования Цезаря и перевод из арабского числа в римское я уже скачал с википедии. Вам осталось только написать функцию обратного перевода из римской формы записи в арабскую для функции расшифровки. Да-да, Вам – не всё же мне одному делать?!

---

### Input format

В единственной строке записано число  $R$  ( $1 \leq R \leq 3056$ ) в римской форме записи.

---

### Output format

Выведите целое число  $A$  – представление числа  $R$  в арабской форме записи.

---

### Notes

Input	Output
X	10
CDIX	409
MDCLXVI	1666

## Problem BA-[Intermediate] Куча камней

### Куча камней

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

У вас есть несколько камней известного веса  $w_1, \dots, w_n$ . Напишите программу, которая распределит камни в две кучи так, что разность весов этих двух куч будет минимальной.

### Input format

Ввод содержит количество камней  $n$  ( $1 \leq n \leq 20$ ) и веса камней  $w_1, \dots, w_n$  ( $1 \leq w_i \leq 100\,000$ ) — целые, разделённые пробельными символами.

### Output format

Ваша программа должна вывести одно число — минимальную разность весов двух куч.

### Notes

Input	Output
5 5 8 13 27 14	3

## Problem BB-[Intermediate] Произведение цифр

### Произведение цифр

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

Ваша задача — найти минимальное положительное целое число  $Q$  такое, что произведение цифр числа  $Q$  в точности равняется  $N$ .

### Input format

Целое число  $N$  ( $0 \leq N \leq 10^9$ ).

### Output format

Выведите целое число  $Q$ . Если такого числа не существует, выведите  $-1$ .

### Notes

Input	Output
10	25

## Problem BC-[Intermediate] Миллиардная Функция Богдана

### Миллиардная Функция Богдана

**Time limit:** 1 s

**Memory limit:** 64 M

Богдан — начинающий математик — решил сделать вклад в развитие этой науки и прославиться на весь мир. Но как это сделать, когда самые интересные факты, типа теоремы Пифагора, давно уже доказаны? Правильно! Придумать что-то свое, оригинальное. Вот он и придумал Теорию Функций Богдана, посвященную изучению поведения этих самых функций. Функции Богдана (ФБ) устроены довольно просто: значением  $N$ -й ФБ в точке  $S$  будет количество чисел от 1 до  $N$ , имеющих сумму цифр  $S$ . Вам, как крутым программистам, Вася поручил найти значения миллиардной ФБ ( $N = 10^9$ ), так как сам он с такой задачей не справится. А Вам слабо?

### Input format

Целое число  $S$  ( $1 \leq S \leq 81$ ).

### Output format

Значение миллиардной Функции Богдана в точке  $S$ .

### Notes

Input	Output
1	10