

1. Знайти невизначені інтеграли:

1) $\int (x^3 - 3x^2 + 5x - 6) dx;$

2) $\int (x^4 - 4x^3 + 2x) dx;$

3) $\int x^2(x+1)(5x-3) dx;$

4) $\int (1-x)(1-2x) dx;$

5) $\int \left(\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} \right) dx;$

6) $\int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) dx;$

7) $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx;$

8) $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} - \frac{2}{x^4} \right) dx;$

9) $\int \frac{3+x^2}{1+x^2} dx;$

10) $\int \frac{1+2x^2}{x^2(1+x^2)} dx;$

11) $\int \frac{2x^2+5}{x^2(x^2+5)} dx;$

12) $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx;$

13) $\int \frac{x^4}{1-x^2} dx;$

14) $\int (2\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}) dx;$

15) $\int \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} + \frac{1}{x^3} - \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx;$

16) $\int \left(\frac{x^4 - 3x^2 + 5\sqrt[3]{x} - 7x + 6}{\sqrt[3]{x}} \right) dx;$

17) $\int \frac{(4+\sqrt{x})(x^3+5)}{\sqrt[3]{x^2}} dx;$

18) $\int \frac{125-x}{\sqrt[3]{x}-5} dx;$

19) $\int \frac{(5\sqrt{x}+4)^4}{\sqrt[3]{x}} dx;$

20) $\int \sqrt[3]{x^2} (8\sqrt[3]{x}-1) dx;$

21) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) dx;$

22) $\int \frac{(1+\sqrt{x})^2}{x} dx;$

23) $\int \frac{(1-2x)^2}{x^3\sqrt{x}} dx;$

24) $\int \left(\frac{4x^3+5x^4}{2x^2} + (2x+3)\sqrt[3]{x^2} \right) dx;$

25) $\int \frac{(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})^3}{\sqrt[6]{x}} dx;$

26) $\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}} dx;$

27) $\int (4-e^x) dx;$

28) $\int (e^{2x}-2\cdot 3^x) dx;$

29) $\int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx;$

30) $\int (2^x + 2^{2x} + 2^{3x}) dx;$

31) $\int 2^x 3^x 5^x dx;$

32) $\int \frac{3\cdot 2^x - 2\cdot 3^x}{2^x} dx;$

33) $\int (2\sin x - 3\cos x) dx;$

34) $\int \frac{3+2x\sin x}{x} dx;$

35) $\int \frac{\sin 2x}{3\sin x} dx;$

36) $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx;$

37) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx;$

38) $\int \operatorname{tg}^2 x dx;$

39) $\int \frac{1-\cos 2x}{6\sin x} dx;$

40) $\int \frac{5-4\cos^3 x}{\cos^2 x} dx;$

41) $\int \frac{\sin^2 x - 4\cos^2 x}{\sin x - 2\cos x} dx;$

42) $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx;$

43) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x};$

2. Знайти невизначені інтеграли (використавши властивість

$$\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k}F(kx+b) + C, \text{ або зробивши заміну } \left. \begin{array}{l} t = kx + b \\ dt = k \cdot dx \end{array} \right):$$

1) $\int (2x-1)^{14} dx;$

2) $\int \sqrt{5x-3} dx;$

3) $\int \sqrt[3]{(2+3x)^3} dx;$

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}};$

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-3x}};$

6) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(2-3x)^3}};$

7) $\int \frac{dx}{\sqrt[12]{(2x+1)^5}};$

8) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{x-3}} + \frac{4}{\sqrt[3]{x-4}} + (x+2)^{21} \right) dx;$

9) $\int \left(\sqrt[3]{x+2} + \frac{3}{\sqrt{x-3}} + \frac{4}{2x-1} \right) dx;$

10) $\int \left(\left(\frac{1}{3}x - 1 \right)^7 - (3x+2)^{\frac{3}{5}} + \frac{2}{\sqrt[3]{2x-1}} \right) dx;$

11) $\int \left(\sin(3x+1) - \frac{1}{\cos^2(3x-1)} + \frac{2}{e^{2x}} \right) dx;$

12) $\int \frac{dx}{14x-3};$

13) $\int \frac{dx}{3-0,4x};$

14) $\int (4e^{2x} - 2\cos 3x) dx;$

15) $\int \frac{dx}{\sin^2\left(\frac{x}{2} + 4\right)};$

16) $\int \frac{dx}{\cos^2\left(5 - \frac{3x}{4}\right)};$

17) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x-7)^2}};$

18) $\int \cos \frac{5-7x}{3} dx;$

19) $\int \sin(4x+5) dx;$

20) $\int \sin 2x \cos 4x dx;$

21) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-(5x+1)^2}};$

22) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}};$

23) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-5x^2}};$

24) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}};$

25) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}};$

26) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-2x-x^2}};$

27) $\int \frac{dx}{1+(5x+3)^2};$

28) $\int \frac{dx}{x^2+3};$

29) $\int \frac{dx}{2x^2+5};$

30) $\int \frac{dx}{5x^2+7};$

31) $\int \frac{dx}{5+(x+7)^2};$

32) $\int \frac{dx}{2+2x+x^2};$

33) $\int \frac{dx}{2+3x+2x^2};$

34) $\int \frac{dx}{4x^2-9};$

35) $\int \frac{dx}{3x^2-5};$

36) $\int 6^{2x-3} dx;$

37) $\int e^{5-3x} dx;$

38) $\int e^{\frac{3+4x}{5}} dx;$

39) $\int \left(e^{\frac{x+1}{3}} - \sin 7x + \sqrt[4]{\frac{x}{4}} \right) dx;$

40) $\int \sin^2 2x dx;$

$$41) \int \sin 5x \sin 3x dx;$$

3. Знайти невизначені інтеграли (використовуючи спосіб підстановки):

$$1) \int x(x^2 + 5)^{27} dx;$$

$$2) \int x^2(x^3 + 4)^{13} dx;$$

$$3) \int x(1 - 2x^2)^{15} dx;$$

$$4) \int (4x^3 - 12x^2 - 3)^{51} (x^2 - 2x) dx;$$

$$5) \int 35x(9 + 7x^2)^{115} dx;$$

$$6) \int \frac{x^2 dx}{7 + x^3};$$

$$7) \int \frac{x^3 dx}{x^8 - 2};$$

$$8) \int \frac{x^2 dx}{(4x^3 + 9)^4};$$

$$9) \int \frac{x^3 dx}{(x^4 + 1)^7};$$

$$10) \int \frac{x+1}{x^2+1} dx;$$

$$11) \int \frac{x^2}{1+x^6} dx;$$

$$12) \int x\sqrt{1-x^2} dx;$$

$$13) \int \sqrt{4x^2 + 8x} (2x + 2) dx;$$

$$14) \int \sqrt[3]{x^3 + 8} \cdot x^2 dx;$$

$$15) \int \frac{(12x - 10)}{(\sqrt{3x^2 - 58x + 4})^3} dx;$$

$$16) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1-x^3}};$$

$$17) \int \frac{dx}{x + \sqrt{x}};$$

$$18) \int \sin^3 x \cos x dx;$$

$$19) \int \cos^3 x dx;$$

$$20) \int \operatorname{tg} x dx;$$

$$21) \int \frac{\cos x dx}{1 + 2\sin x};$$

$$22) \int \frac{\sin x dx}{2 - 3\cos x};$$

$$23) \int \frac{dx}{\sin x};$$

$$24) \int \frac{1 - 2\cos x dx}{\sin^2 x};$$

$$25) \int \frac{\cos \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx;$$

$$26) \int \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx;$$

$$27) \int \frac{\sin x dx}{1 + \cos^2 x};$$

$$28) \int \frac{dx}{\sin x \cos^5 x};$$

$$29) \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt{\cos x}};$$

$$30) \int \frac{dx}{(\operatorname{tg} x + 1) \sin^2 x};$$

$$31) \int \frac{1 + \sqrt{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx;$$

$$32) \int \frac{\operatorname{arctg}^3 x dx}{1 + x^2};$$

$$33) \int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sec^2 x} dx;$$

$$34) \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx;$$

$$35) \int \frac{\ln^3 x}{x} dx;$$

$$36) \int \frac{dx}{x \ln x};$$

$$37) \int \frac{dx}{x(1 + \ln x)};$$

$$38) \int \frac{dx}{x \ln^2 x};$$

$$39) \int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x} dx;$$

$$40) \int \frac{\sqrt{\operatorname{arcsin} x}}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$41) \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{5 + \cos x}};$$

$$42) \int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{3 - \sin^2 x}} dx;$$

$$43) \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx;$$

$$44) \int \frac{dx}{(1 + x^2) \operatorname{arctg} x};$$

$$45) \int x e^{-x^2} dx;$$

$$46) \int \frac{e^x}{e^x - 3} dx;$$

$$47) \int x^2 6^{1-x^3} dx;$$

$$48) \int \frac{5^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$$

$$49) \int e^{\cos x} \sin x dx;$$

$$50) \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx;$$

$$51) \int \frac{e^{\operatorname{arcsin} x}}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$52) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{9 - e^{2x}}} dx;$$

$$53) \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}};$$

$$54) \int \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx;$$

$$55) \int \frac{dx}{(5x+7)\sqrt{x}};$$

$$56) \int \frac{3x+5}{\sqrt{4x+1}} dx;$$

$$57) \int \frac{dx}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}};$$

$$58) \int \frac{(x+2)^2 dx}{\sqrt{x-1}};$$

$$59) \int \frac{\sqrt{x^2 - 25}}{x} dx;$$

60) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}$;

61) $\int \sqrt{9-x^2} dx$;

62) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$;

63) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}$;

64) $\int \sqrt{e^x-1} dx$;

65) $\int (x-10)^{10} dx$;

66) $\int \sqrt[3]{5-2x} dx$;

67) $\int \cos(\sqrt{x}) \frac{dx}{\sqrt{x}}$;

68) $\int \cos^3 x \cdot \sin 2x dx$;

69) $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx$;

70) $\int e^x \cdot \sin(e^x) dx$;

71) $\int \sin^5 x \cdot \cos x dx$;

72) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}{\cos^2 x} dx$;

73) $\int \frac{dx}{5x-\sqrt{x}}$

74) $\int x \cdot \sqrt{5x^2+2} dx$;

75) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{3+2x^5}}$;

76) $\int e^{2-x^3} \cdot x^2 dx$;

77) $\int \frac{e^x}{x^2} dx$;

78) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+25}$;

79) $\int \frac{dx}{9x^2+4}$;

80) $\int \frac{\ln x - 1}{x\sqrt{\ln x}} dx$;

81) $\int \frac{dx}{e^{-x}+1}$;

82) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+3} dx$;

83) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot e^{\sqrt{x^2+1}} dx$;

84) $\int \frac{e^{\arccos x} + x + 2}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

85) $\int \frac{3^x \cdot 2^x}{9^x - 4^x} dx$.

86) $\int \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \cdot \frac{dx}{1-x^2}$;

87) $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$;

88) $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x+2}}$;

89) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$;

90) $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^x+1}}$;

91) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$;

92) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+e^x}}$.

4. Знайти невизначені інтеграли (використовуючи інтегрування частинами) :

1) $\int xe^x dx$;

2) $\int x \cos x dx$;

3) $\int x^2 \sin x dx$;

4) $\int \ln x dx$;

5) $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

6) $\int \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} dx$;

7) $\int \ln^2 x dx$;

8) $\int e^{ax} \cos(bx) dx$;

9) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$;

10) $\int e^x \ln(e^x+1) dx$;

11) $\int x \ln x dx$;

12) $\int \arcsin x dx$;

13) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$;

14) $\int \frac{x}{e^x} dx$;

15) $\int (x-7) \sin x dx$;

16) $\int \arctg x dx$;

17) $\int \arccos x dx$;

18) $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$;

19) $\int e^x \cos x dx$;

20) $\int e^{-x} \sin x dx$;

21) $\int x^2 \ln x dx$;

22) $\int \frac{x^2-6x}{e^x} dx$;

23) $\int 4^x \sin x dx$;

24) $\int \ln(x^2+1) dx$;

25) $\int x \cos 5x dx$;

26) $\int x^3 e^x dx$;

27) $\int x \arctg x dx$;

28) $\int (x+2) \operatorname{arccctg} x dx$;

29) $\int x^2 \arcsin x dx$;

30) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$;

31) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$;

32) $\int x^2 \ln(1+x) dx$;

33) $\int x \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) dx$;

$$34) \int \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^2};$$

$$35) \int x \arccos \frac{1}{x} dx;$$