

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Київський національний університет
будівництва і архітектури**

**Кафедра інформаційних технологій проектування
та прикладної математики**

О.О. Терентьєв
доктор технічних наук, професор

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Методичні вказівки до виконання курсових робіт
для здобувачів освітнього рівня «бакалавр»
спеціальності 122. «Комп'ютерні науки»,
123. «Комп'ютерна інженерія», 125. «Кібербезпека»
126. «Інформаційні системи і технології»,
015.10. «Професійна освіта. Комп'ютерні технології»

Київ, 2018 р.

Укладачі О.О. Терентьєв, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск В.М. Міхайленко, завідувач кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики, доктор технічних наук, професор.

Затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики, протокол № від 2018 р.

Терентьєв О.О. Дослідження операцій: Методичні вказівки до виконання курсових робіт. – Київ: КНУБА, 2016. – 37 с.

Призначено для студентів спеціальності 122. «Комп'ютерні науки», 123. Комп'ютерна інженерія, 125. «Кібербезпека», 126. «Інформаційні системи і технології», 015.10. «Професійна освіта. Комп'ютерні технології»

Рецензент: завідувач кафедри інформаційних технологій, доктор технічних наук, професор Цюцюра С.В.

1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Курсова робота є підсумковим етапом вивчення студентами спеціальності 7.05010102, 8.05010102 “Інформаційні технології проектування” дисципліни “Методи оптимізації”.

При виконанні курсової роботи студент повинен продемонструвати вміння самостійно працювати і застосовувати на практиці теоретичні знання, отримані під час вивчення дисциплін.

Метою курсової роботи є :

- систематизація та вдосконалення теоретичних знань у галузі оптимізації;

- закріплення та поглиблення практичної підготовки студентів в напрямі використання сучасних методів оптимізації;

- розвиток навичок проведення оптимізаційних досліджень, починаючи з уміння сформулювати умови задачі і скласти її математичну модель до вміння проаналізувати отриманий розв’язок та обґрунтувати його правильність;

- розвиток навичок інженерного розв’язування задач із використанням сучасних комп’ютерних технологій та науково-технічної літератури.

Тематика курсових робіт обумовлена основними розділами дисципліни “Методи оптимізації” – лінійне, дискретне, потокове, динамічне та нелінійне програмування, і включає аналіз та розв’язування задач, що належать до типових проблем оптимізації.

В завдання на курсову роботу включено змістовно сформульовану задачу з конкретними вихідними даними та перелік рекомендованої науково-технічної літератури по темі курсової роботи. Студентам надається можливість запропонувати свою тему курсової роботи, яка пов’язана з їх науково-дослідницькою роботою або практичною діяльністю.

2. СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ

Курсова робота складається з таких розділів :

- вступ;

- математична модель задачі;
- обґрунтування вибору методу та алгоритму розв'язання задачі;
- розв'язання задачі на контрольному прикладі;
- аналіз результатів розв'язання задачі;
- представлення результатів роботи програми;
- список використаної літератури;
- додатки (лістинги програм, звіти по результатах роботи програми).

Окремий розділ курсової роботи може бути присвячений науково-дослідницькій роботі, у число можливих напрямів якої входять :

- експериментальне дослідження нових методів оптимізації у проектуванні і управлінні;
- розробка математичних моделей передових технологій проектування і управління.

Обсяг звіту з курсової роботи, незалежно від теми, повинен бути не менше 20-ти сторінок.

Розділи курсової роботи мають такий зміст.

1. *Вступ.*

У вступі наводиться опис та аналіз предметної області, формулюється задача та визначаються її особливості у порівнянні з наявними в літературних джерелах аналогами. Ідентифікуються основні елементи задачі, керовані змінні та обмеження, що їм підпорядковані, змінні за умовою задачі. Формулюється та обґрунтовується цільова постановка задачі.

2. *Математична модель задачі.*

Проводиться формалізований опис вхідної і вихідної інформації, визначається критерій ефективності та обмеження задачі. Визначаються щонайменше дві математичні моделі, які описують задачу.

3. *Обґрунтування вибору методу та алгоритму розв'язання задачі.*

На основі математичних моделей задачі визначаються можливі методи її розв'язування. Проводиться порівняльний аналіз цих методів,

в результаті чого вибирається та обґрунтовується найбільш ефективний метод розв'язування задачі.

На підставі обраного методу розв'язування задачі вибирається або розробляється алгоритм (у разі потреби). Обґрунтовується збіжність алгоритму та наводяться вимоги до процедури розв'язання задачі. Наводиться схема алгоритму, відповідно з якою розробляється програма розв'язання задачі.

4. Розв'язання задачі на контрольному прикладі.

Для розв'язання задачі використовуються комп'ютерні математичні пакети: Mathcad, Matlab, Mathematica, Derive, Excel і та ін. Можлива розробка власної програми для розв'язування задачі.

Курсова робота передбачає використання щонайменше двох стандартних пакетів для розв'язання задачі, а також порівняння результатів розв'язань за допомогою різних програм або різних методів.

Для розв'язування задачі виконуються такі дії:

- створення форми для інтерактивного введення умов задачі;
- введення вихідних даних математичної моделі;
- розв'язання задачі з можливістю перегляду проміжних результатів кожної ітерації розв'язання задачі;
- графічне зображення результатів розв'язання;
- інтерпретація результатів розв'язання.

Наводяться результати ітерацій аналітичного розв'язання задачі.

5. Аналіз результатів розв'язання задачі.

Аналіз результатів розв'язання задачі включає в себе аналіз на чутливість та варіантний аналіз. Оптимізаційні розрахунки можуть включати коригування моделі задачі і алгоритму.

В рамках аналізу на чутливість виявляється вплив на оптимальний розв'язок задачі певних змін початкової моделі. Проводиться системний аналіз взаємозв'язків між усіма факторами, що враховуються при розв'язуванні задачі. Знаходяться :

- інтервали, в яких можна змінювати вхідні параметри та коефіцієнти цільової функції за умови збереження оптимального розв'язку задачі ;
- зміна якого з параметрів і в яких межах найбільш економічно вигідна для поліпшення знайденого оптимального розв'язку задачі ;

– на скільки економічно вигідна зміна того чи іншого коефіцієнта цільової функції;

– тіньова вартість ресурсів.

Варіантний аналіз включає в себе:

– параметричний аналіз, у ході якого розв’язуються задачі при різних значеннях одного з параметрів;

– пошук розв’язку за декількома цільовими функціями.

6. *Зображення результатів роботи програми.*

Формуються звіти наступних типів:

– по результатах;

– по дослідженнях на чутливість;

– по результатах параметричного аналізу;

– побудова графічних діаграм по результатах розв’язання.

7. *Список літератури.*

3. ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

Титульний лист пояснювальної записки оформлюється за зразком, наведеним у додатку. Усі листи записки повинні бути пронумеровані. Першим листом є підписане керівником завдання на курсову роботу.

4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ КУРСОВИХ РОБІТ

Задачі для курсової роботи обираються згідно з приведених варіантів.

1. Для виробництва дверей та віконних рам підприємство використовує деревину двох типів. Норми витрат ресурсів на один виріб даного типу, прибуток від реалізації одного виробу та загальна кількість ресурсів кожного типу, що є в наявності, наведені в табл.6.1.

Таблиця 6.1

Ресурси	Номер варіанта	Норми витрат ресурсів на один виріб, м ³		Загальна кількість ресурсів, м ³
		двері	рама	
1-й тип деревини	1	0,2	0,1	40
	2	0,1	0,3	50
2-й тип деревини	1	0,1	0,3	60
	2	0,2	0,2	70
Трудомісткість (чол./год)	1	1,2	1,5	372
	2	1,4	1,3	350
Прибуток від реалізації одного виробу, грн	1	60	70	
	2	80	65	

Знайти, яку кількість дверей та віконних рам необхідно виробляти підприємству для того, щоб прибуток від їх реалізації був максимальним.

Розв'язати задачу методами відтинання та гілок і границь. Порівняти результати розв'язань. Як зміниться розв'язок, якщо кількість деревини першого типу збільшиться в два рази?

2. Зі стандартних листів фанери необхідно вирізати заготовки трьох типів у кількості, що відповідно дорівнює 24, 31 і 18 штук. Кожен лист фанери може бути розрізаний на заготовки двома способами. Кількість заготовок і величина відходів матеріалу, які можна отримати при даному способі розкрою, наведені в табл.6.2.

Таблиця 6.2

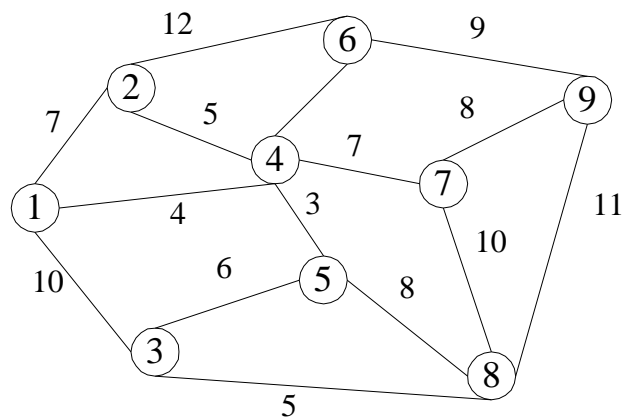
Тип заготовки	Номер варіанта	Кількість заготовок, шт.	
		I спосіб розкрою	II спосіб розкрою
A	1	2	6
	2	3	4
B	1	5	4
	2	4	5
C	1	2	3
	2	5	1
Величина відходів, см ²	1	12	16
	2	15	12

Знайти, скільки листів фанери і яким способом необхідно розкroїти з тим, щоб отримати не менше необхідної кількості заготовок при мінімальних відходах.

Розв'язати задачу методами відтинання та гілок і границь. Порівняти результати розв'язань. Як зміниться розв'язок, якщо кількість відходів при першому способі розкрою збільшиться в півтора рази?

3. Знайти оптимальне розміщення школи між населеними пунктами. Схема розташування населених пунктів зображена на рис.6.1.

Варіант 1



Варіант 2

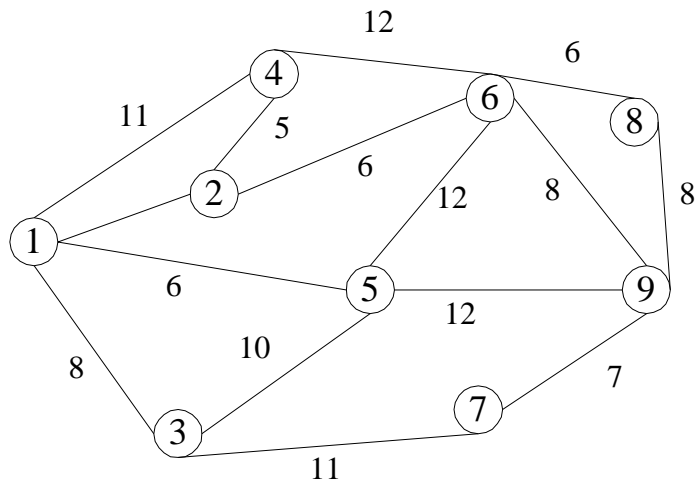


Рис. 6.1. Схема розташування населених пунктів

Числа приписані дугам, дорівнюють відстаням між відповідними пунктами. Кількість учнів у населених пунктах згідно з номером наведена в табл.6.3.

Таблиця 6.3

Варіант	Населений пункт								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	75	30	100	60	50	40	35	65	80
2	50	60	45	30	40	95	30	80	65

Як зміниться розв'язок, якщо кількість учнів у сьомому населеному пункті збільшиться вдвічі?

4. Розроблено 7 проектів для будівництва 7-ми об'єктів та підраховані капітальні вкладення на їхнє будівництво з урахуванням районних умов та клімату.

В якому районі та за яким проектом треба будувати нові об'єкти з мінімізацією загальної вартості суми капітальних вкладень, якщо початкові дані по вартості будівництва кожного об'єкта за кожним проектом наведені у матриці (табл.6.4 і табл.6.5) у тис. грн.

Використання кожного проекту будівництва можливо тільки один раз.

Таблиця 6

Варіант 1

55	58	53	52	60	51	63
49	54	57	52	57	52	55
64	52	63	66	59	58	64
47	66	56	60	51	54	62
61	59	49	55	48	54	59
58	48	51	48	53	61	47
59	58	62	55	62	49	51

Таблиця 6.5

Варіант 2

48	51	52	57	52	57	52
52	55	52	55	61	54	54
45	56	59	52	54	57	48
52	54	49	48	51	53	55
57	57	54	53	61	53	49
61	54	57	51	56	54	55
48	61	54	51	49	57	55

Чи зміниться розв'язок при таких додаткових умовах:

- другий проект не можна використовувати для будівництва першого об'єкта;
- п'ятий проект не можна використовувати для будівництва п'ятого та шостого об'єктів;
- сьомий проект не можна використовувати для будівництва шостого об'єкта.

5. Треба виготовити N комплектів заготовок арматури зі стержнів довжиною L . В комплект входять N_1 заготовок довжиною L_1 , N_2 заготовок довжиною L_2 , N_3 заготовок довжиною L_3 . Склад комплекту заготовок наведено в табл.6.6.

Таблиця 6.6

Характеристики	Варіант 1	Варіант 2
Кількість комплектів заготовок N	80	70
Довжина стержнів L , м	7,8	7,4
L_1 , м	3,0	2,9
N_1 , шт.	2	2
L_2 , м	2,4	2,1
N_2 , шт.	5	4
L_3 , м	1,8	1,5
N_3 , шт.	3	6

Стержні можна розрізувати на заготовки декількома способами, які наведені в табл.6.7 і табл.6.8.

Таблиця 6.7

Варіант 1

Довжина заготовок, м	Спосіб розкрою					
	1	2	3	4	5	6
3	1	0	0	2	0	1
2.4	0	3	2	0	0	1
1.8	2	0	1	1	4	1

Таблиця 6.8

Варіант 2

Довжина заготовок, м	Спосіб розкрою					
	1	2	3	4	5	6
2,9	1	2	0	1	0	1
2,1	0	0	2	2	1	1
1,5	3	1	2	0	3	1

Визначити способи розкрою заготовок таким чином, щоб число використаних стержнів було мінімальним.

Розв'язувати задачу методами відтинання та гілок і границь. Порівняти результати розв'язань. Чи зміниться розв'язок, якщо кількість комплектів збільшиться на 10 %?

6. Необхідно так організувати роботу скреперів по переміщенню ґрунту при вертикальному плануванні будівельного майданчика розміром 200x400 м, щоб загальне навантаження на механізми було мінімальним. Для визначення об'єму земляних робіт план майданчика розбили на квадрати розміром 100x100 м та обчислили об'єм насипки та виїмки ґрунту для кожного квадрата в м³. В квадратах № 1, 2, 7, 8 проводиться насипання ґрунту, а в квадратах № 3–6 – виїмання. Для складання надлишку ґрунту відведена спеціальна ділянка № 9. Об'єми насипання та виїмання ґрунту в тис. м³ наведені в табл.6.9 і табл.6.10.

Таблиця 6.9

Номер квадрата	1		2		3		4		5		6		7		8	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Об'єм ґрунту, тис.м ³	3	4	5	4	0	1	8	0	10	7	6	8	0	5	3	2

Для спрощення спеціальних розрахунків прийнято, що центр ваги в кожному квадраті співпадає з його геометричним центром. Норми часу (в машино-годинах) на переміщення кожної тис. м³ ґрунту наведені в табл.6.10.

Таблиця 6.10

Номер квадрата з насипанням ґрунту	Номер варіанта	Номер квадрата з вийманням ґрунту			
		3	4	5	6
1	1	64	64	72	75
	2	70	63	80	65
2	1	57	59	64	78
	2	60	61	62	70
7	1	59	50	64	59
	2	62	55	70	60
8	1	43	43	50	63
	2	45	48	70	65

Як зміниться розв'язок, якщо поміняти місцями 5-й та 7-й квадрати?

7. Спроекувати бак для хімічних речовин у вигляді прямого кругового циліндра заданого об'єму V мінімальної вартості. Вартість бака визначається вартістю матеріалів, з яких він виробляється. Висота бака повинна бути щонайменше в два рази більша його діаметра.

Вартість матеріалу, з якого виготовляють днища становить C_1 грн за квадратний метр, а вартість матеріалу, з якого виготовляють бокові стінки – C_2 грн за квадратний метр (табл.6.11).

Розглянути і розв'язати задачу для тих випадків, коли розкроювання листів сталі виконується для виготовлення одного бака і для великої партії баків. Визначити вплив співвідношення C_1/C_2 на оптимальні розміри бака. Яким чином у другому випадку розташовувати сусідні центри днищ, щоб зменшити загальні витрати матеріалів?

Таблиця 6.11

Параметри конструкції	Варіант 1	Варіант 2
Об'єм бака $V, \text{ м}^3$	9,5	15
$C_1, \text{ грн}$	0,5	0,75
$C_2, \text{ грн}$	1,2	1,4

8. У розпорядженні будівельної організації є чотири екскаватори різних марок. Вони можуть бути використані для розробки ґрунту (з навантаженням на транспортні засоби) по одному на чотирьох об'єктах з ґрунтами відповідно I, II, III категорії та скельними.

Закріпити екскаватори за об'єктами так, щоб кількість ґрунту, розробленого за одну зміну, була найбільшою. Продуктивність екскаватора кожного типу наведено в табл.6.12.

Таблиця 6.12

Марка екскаватора	Номер варіанта	Продуктивність, м^3 , екскаватора при розробці ґрунту			
		I категорії	II категорії	III категорії	скельного
E1	1	140	100	-	-
	2	160	140	-	-
E2	1	270	230	200	130
	2	300	250	200	140
E3	1	500	450	360	220
	2	540	437	320	210
E4	1	400	350	250	150
	2	450	370	260	170

Як зміниться розв'язок, якщо продуктивність другого екскаватора зменшиться вдвічі?

9. Спроекувати прямокутну конструкцію у вигляді паралелепіпеда з відкритою передньою стінкою. Конструкція повинна мати об'єм V , периметр її основи не повинен перевищувати P . Глибина не повинна бути більше L , а ширина – W . Крім того, ширина не повинна перевищувати $3L$, а висота – $2/3W$. Вартість матеріалу, з якого виготовляють конструкцію, становить C грн за квадратний метр (табл.6.13).

Таблиця 6.13

Параметри конструкції	Варіант 1	Варіант 2
$V, \text{ м}^3$	18	24
$P, \text{ м}$	40	55
$L, \text{ м}$	20	25
$W, \text{ см}$	25	30
$C, \text{ грн}$	1,1	0,9

Визначити розміри конструкції таким чином, щоб мінімізувати вартість матеріалів, що використовуються.

10. Визначити в яких конструктивно-планувальних комірках із заданого сортаменту можна розмістити однокімнатну квартиру при її мінімальній вартості. Квартира включає в себе житлову кімнату і санітарно-кухонний блок (табл.6.14). Загальна площа квартири повинна перевищувати 50 м^2 для першого варіанта, або 70 м^2 – для другого варіанта; площа житлової кімнати повинна бути не менше 30 м^2 для першого варіанта, або 40 м^2 – для другого варіанта. Санітарно-кухонний блок повинен бути не менше 20 м^2 .

Чи зміниться розв'язок, якщо житлові кімнати можна розташовувати у всіх комірках?

Таблиця 6.14

Варіант	Габарити конструктивно-планувальних комірок, см	Площа, м ²	Вартість, ум.од.	Санітарно-кухонний блок, шт.	Житлова кімната, шт.
1	240×720	15,9	750	1	0
2	300×480	12,34	660	1	0
1	300×540	15,05	720	1	0
2	300×600	16,75	770	1	0
1	360×420	14,1	700	1	0
2	320×480	16,16	780	1	1
1	360×540	18,23	830	1	1
2	420×420	16,56	840	1	1
1	420×480	18,98	890	1	1
2	420×540	21,41	960	0	1
1	480×420	19,62	930	0	1
2	480×480	21,8	990	0	1

11. Автогосподарство, що обслуговує периферійні райони області, має автомобілі чотирьох типів. Кількість автомобілів кожного типу і їх вантажопідйомність наведені в табл. 6.15.

Таблиця 6.15

Тип автомобіля	Номер варіанта	Кількість, шт.	Вантажопідйомність, т
I	1	6	45
	2	5	35
II	1	3	20
	2	4	25
III	1	4	28
	2	6	40
IV	1	7	25
	2	5	20

Автогосподарство обслуговує три міста: A , B і C . Кожен автомобіль у плановий період може виконати тільки один рейс. Загальна вага вантажу, яку мінімально необхідно перевезти в кожне місто і витрати, пов'язані з перевезенням, наведені в табл.6.16.

Таблиця 6.16

Місто	Номер варіанта	Витрати, грн, для автомобілів типу				Загальна вага вантажу, т
		I	II	III	IV	
A	1	23	15	20	18	180
	2	35	20	45	13	160
B	1	58	28	45	30	150
	2	24	38	55	60	170
C	1	40	18	50	42	90
	2	43	15	35	48	100

Визначити кількість автомобілів кожного типу, яку необхідно відправити в кожне місто. Як зміниться розв'язок, якщо автомобілі третього типу не обслуговуватимуть місто A ?

12. Будівельна колона повинна послідовно збудувати на протязі планового періоду в різних пунктах області чотири об'єкти: A_1 , A_2 , A_3 і A_4 . Відстані між усіма пунктами задані в табл.6.17.

Таблиця 6.17

Пункт	Номер варіанта	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
A_0	1	0	30	25	20	40
	2	0	35	27	18	42
A_1	1	30	0	50	35	60
	2	35	0	52	37	62
A_2	1	25	50	0	25	20
	2	24	52	0	27	18
A_3	1	20	35	25	0	25
	2	18	37	27	0	27
A_4	1	40	60	20	25	0
	2	42	62	18	27	0

Необхідно визначити таку послідовність включення об'єктів у будівельний потік, щоб довжина шляху перебазування була мінімальною. Рух починається з пункту A_0 і в нього ж повертається колона після закінчення будівництва усіх передбачених планом об'єктів.

13. За зміну на два заводи збірного залізобетону необхідно перевезти відповідно V_1 і V_2 м³ піску з кар'єру, що знаходиться на відстані L_1 км від першого заводу і L_2 км від другого (табл.6.18).

Таблиця 6.18

Характеристики	Варіант 1	Варіант 2
Об'єм піску V_1 для першого заводу, м ³	1050	1300
Об'єм піску V_2 для другого заводу, м ³	600	850
Відстань від першого заводу до кар'єру L_1 , км	3	7
Відстань від першого заводу до кар'єру L_2 , км	5	5

У розпорядженні автотранспортного підприємства знаходяться автосамоскиди трьох типів. Продуктивність самоскидів залежить від їхнього типу та відстані перевезень. Вартість машино-години роботи самоскидів залежно від відстані перевезень наведена в табл.6.19.

Необхідно закріпити автосамоскиди за заводами таким чином, щоб забезпечити доставку необхідної кількості піску при найменших транспортних витратах.

Розв'язати задачу методами відтинання гілок і границь. Порівняти результати розв'язань. Як зміниться розв'язок, якщо кількість потрібного піску збільшиться для другого заводу в два рази?

Таблиця 6.19

Тип само-скида	Номер варіанта	Кількість самоскидів	Вартість машино-години, грн		Продуктивність за зміну, м ³	
			3 км	5 км	3 км	5 км
1	1	10	13	14	35	25
	2	10	12	15	30	20
2	1	25	18	19	45	30
	2	20	15	17	40	30
3	1	5	26	28	70	50
	2	10	20	25	50	40

14. Компанія керує трьома *Intertet*-серверами, кожен з яких може виконувати до трьох типів запитів: звернення до *WEB*-сторінок, запити до бази даних, запити до системи електронної комерції. Враховуючи складність обробки різних типів запитів компанія вважає, що один запит до бази даних еквівалентний N_1 запитам до *WEB*-сервера, а один запит до системи електронної комерції еквівалентний N_2 запитам до *WEB*-сервера. В табл.6.20 наведена інформація по пропускній спроможності серверів і по кількості запитів до цих серверів на добу.

Таблиця 6.20

Характеристики	Варіант	Сервер		
		1	2	3
Звернення до <i>WEB</i> -сторінок	1	1	1	1
	2	1	1	1
Звернення до бази даних N_1	1	2,5	5	-
	2	-	3	5,5
Звернення до системи електронної комерції N_2	1	-	2	4
	2	3,5	-	6
Пропускна спроможність сервера, тис. звернень до <i>WEB</i> -сторінок / день	1	220	320	190
	2	240	370	420

Компанія очікує, що максимальний добовий попит на запити різних типів буде згідно з наведеним у табл.6.21.

Таблиця 6.21

Тип запиту	Запит, тис.запитів / день	
	Варіант 1	Варіант 2
Звернення до <i>WEB</i> -сторінок	240	250
Запити до бази даних	80	50
Запити до системи електронної комерції	70	60

Визначити розподіл запитів по серверах, який дозволить максимізувати кількість оброблених запитів. Як зміниться розв'язок, якщо потужність другого сервера буде збільшена в два рази?

15. Знайти найкоротшу відстань і маршрут від заводу збірного залізобетону, що знаходиться в пункті 0 до будівельних майданчиків 1–8 при заданій схемі автомобільних шляхів (рис.6.2). Знайти також найкоротший шлях холостого пробігу машин за умови, що частина доріг має односторонній напрямок руху (вказано стрілками на схемі).

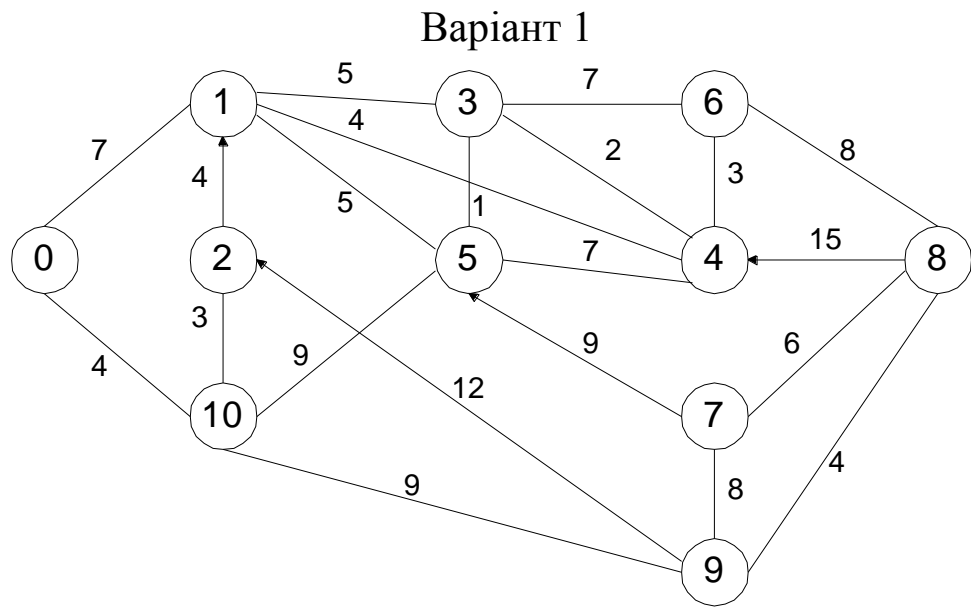


Рис.

6.2. Схема розташування будівельних майданчиків
(див також с. 121)

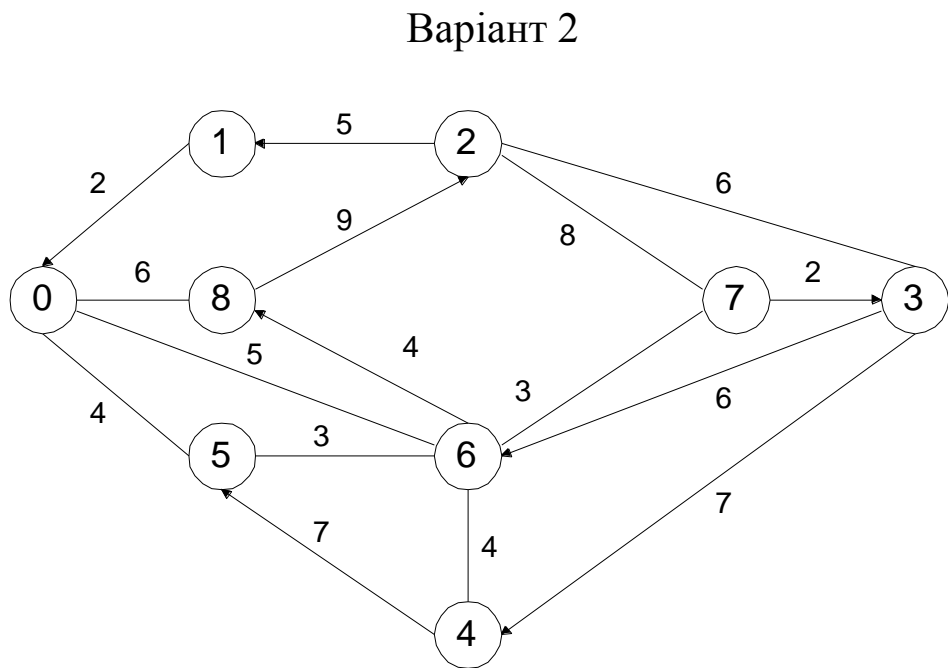


Рис.6.2. Закінчення

16. Спроекувати прямокутний шаблон для штампування металевих виробів. У межах шаблону необхідно розташувати три кола, при цьому периметр шаблону повинен мати мінімальний розмір (рис.6.3).

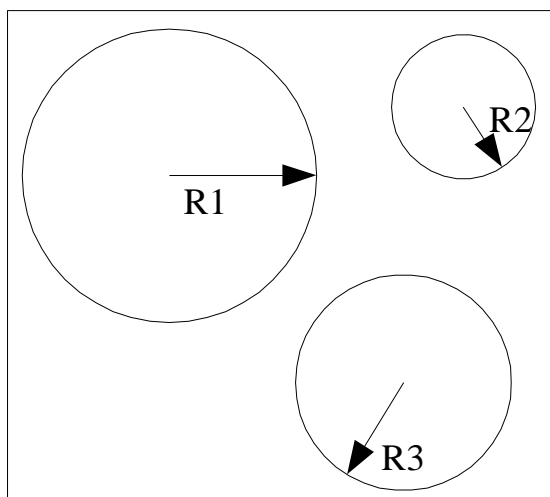


Рис.6.3. Схема шаблону для штампування

Розміри радіусів задані в табл.6.22.

Таблиця 6.22

Параметри елементів	Варіант 1	Варіант 2
R_1 , мм	21	35
R_2 , мм	7	10
R_3 , мм	14	22

Чи буде отриманий розв'язок обов'язково локальним мінімумом? Як зміниться розв'язок, якщо перша фігура буде квадратом?

17. Скласти план забудови житлового масиву цегляними та блочними будівлями. Визначити максимальну кількість будинків кожного типу в плані будівництва, якщо відомі витрати ресурсів на одну будівлю кожного типу та загальний об'єм ресурсів, що є в наявності (табл.6.23).

Розв'язати задачу методами відтинання та гілок і границь. Порівняти результати розв'язань. Як зміниться розв'язок, якщо трудовитрати зменшаться на 20%?

Таблиця 6.23

Ресурси	Номер варіанта	Витрати ресурсів на одну будівлю		Кількість наявних ресурсів
		цегляна	блочна	
Арматура, т	1	60	110	90000
	2	65	100	100000
Пиломатеріали, м ³	1	80	20	52000
	2	85	25	60000
Цемент, т	1	400	900	700000
	2	450	1000	700000
Керамічна плитка, тис. шт.	1	72	-	40000
	2	80	-	42000
Трудовитрати, тис. чел.-год	1	22,5	26	20000
	2	30	18	25000

18. Для розширення чотирьох підприємств виділені кошти у розмірі 8 млн грн. Кожне підприємство подало до розгляду проекти, що характеризуються величинами (в млн грн) сумарних витрат (C_i) і прибутку (R_i), пов'язаних з реалізацією кожного з проектів (табл.6.24).

Таблиця 6.24

Про- ект	Номер варі- анта	Підпри- ємство 1		Підпри- ємство 2		Підпри- ємство 3		Підпри- ємство 4	
		C_1	R_1	C_2	R_2	C_3	R_3	C_4	R_4
1	1	2	2,8	1	2	0	0	0	0
	2	0	0	1	1,5	0	0	0	0
2	1	0	0	4	7	2	2,5	1	1,5
	2	3	5	3	5	1	2,1	2	2,8
3	1	2	4	3	4,5	5	7	0	0
	2	4	7	4	6	0	0	3	3,6

Можливість відмови від розширення будь-якого підприємства відповідає проекту з нульовими витратами. Необхідно вибрати проект по кожному з підприємств таким чином, щоб прибуток від інвестування в розмірі 8 млн грн був максимальним. Розглянути

можливість збільшення прибутку для третього підприємства на 50% для другого проекту.

19. Для транспортування хімічної продукції необхідна тара певної конструкції. Споживачу необхідно щомісяця доставляти V м³ продукції. Один раз використана для перевезення продукції тара знищується, що збільшує витрати на збут. Тара виготовляється у вигляді прямокутних контейнерів, дві бокові стінки і дно яких можуть бути виготовлені з відходів, які не потребують додаткових витрат. Щомісячні ресурси відходів обмежені і становлять S м². Для двох інших стінок використовують матеріал вартістю C_1 ум.од., а для верху – C_2 ум.од. за м². Вартість перевезення контейнера дорівнює C_3 ум.од (табл.6.25).

Таблиця 6.25

Характеристики	Варіант	
	1	2
Об'єм продукції V , м ³	5000	6500
Щомісячні ресурси відходів S , м ²	70	85
Вартість матеріалу для бокових стінок контейнера C_1 , ум.од. за м ²	2	2,5
Вартість матеріалу для верху контейнера C_2 , ум.од. за м ²	3	4
Вартість транспортування контейнера C_3 , ум.од.	0,5	0,8

Визначити, скільки контейнерів і яких розмірів потрібно виготовити для транспортування продукції з найменшими витратами. Як зміниться розв'язок, якщо вартість перевезення збільшиться в п'ять разів?

20. На рис. 6.4 зображена схема водостічної системи населеного пункту. Числа, приписані дугам, означають максимальну пропускну спроможність (в см³) кожної труби.

Варіант 1

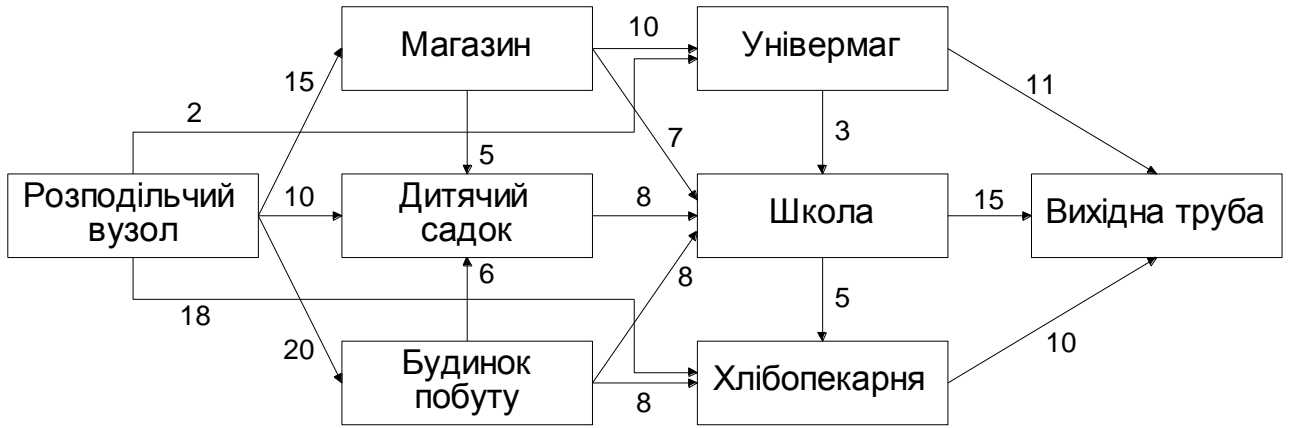


Рис. 6.4. Схема водостічної системи населеного пункту (див. також с. 125)

Варіант 2

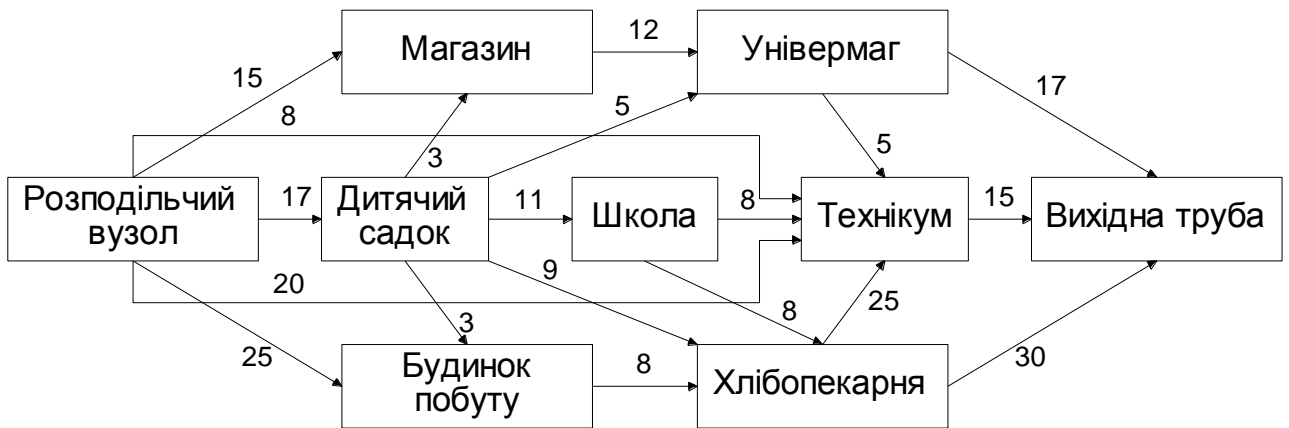


Рис. 6.4. Закінчення

Знайти максимальну пропускну спроможність труби центральної магістралі. Визначити максимально можливе споживання води кожним вузлом, що відповідає оптимальному завантаженню мережі.

21. Визначити оптимальний набір індустріальних виробів, в якості якого приймається сортамент конструктивно-планувальних комірок (табл.6.26).

Фіксовані доплати необхідні для освоєння виробництва i -го типу виробу. Комірки розташовані за принципом можливого заміщення молодших за номером конструктивно-планувальних комірок старшими у випадку меншої вартості останніх. Потрібна кількість конструктивно-планувальних комірок являє собою мінімально необхідну кількість i у разі потреби може бути перевищена, або навпаки зменшена у випадку заміни їх більш дешевими комірками більшого розміру.

Таблиця 6.26

Номер ва-ріанта	Параметри конструктивно-планувальних комірок, $L \times B$, см	Вартість, тис. грн	Фіксовані доплати, тис. грн	Потрібна кількість, шт.
1	180×240	0,8	2,0	8
2	180×420	0,9	2,1	10
1	240×300	1,0	2,3	12
2	240×420	1,1	2,4	14
1	300×360	1,1	2,4	18
2	240×480	1,2	2,9	18
1	360×420	1,3	3,0	22
2	320×540	1,5	3,2	26
1	420×480	1,8	3,5	20
2	300×600	1,7	3,7	24
1	480×540	2,3	4,5	12
2	360×540	2,0	4,1	20
1	540×600	2,4	4,7	10
2	360×600	2,1	4,4	15

22. Автотранспортне підприємство (АТП) щоденно повинно забрати п'ять вантажів в пунктах A, B, C, D, E і доставити їх у пункти a, b, c, d, e .

АТП має в розпорядженні п'ять вантажних машин двох типів – M_1 і M_2 в пунктах P_1, P_2, P_3, P_4 і P_5 :

Тип вантажівки	M_1	M_2	M_1	M_1	M_2
Паркування	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5

Відстані між пунктами завантаження та призначення (в кілометрах) наведені в табл.6.27.

Таблиця 6.27

Номер варіанта	$A-a$	$B-b$	$C-c$	$D-d$	$E-e$
1	60	30	100	50	40
2	55	70	80	30	50

Вантажівки типу M_1 новіші та більш економічні, ніж вантажівки типу M_2 і вартість перевезень на них нижча. Загальна вартість пробігу для вантажівок обох типів наведена в табл.6.28.

Таблиця 6.28

Тип вантажівки	Номер варіанта	Вартість пробігу 1 км вантажівкою, грн	
		порожньою	завантаженою
M_1	1	20	40
	2	25	35
M_2	1	30	60
	2	45	70

Відстані від стоянки вантажівок до місця призначення наведені в табл.6.29.

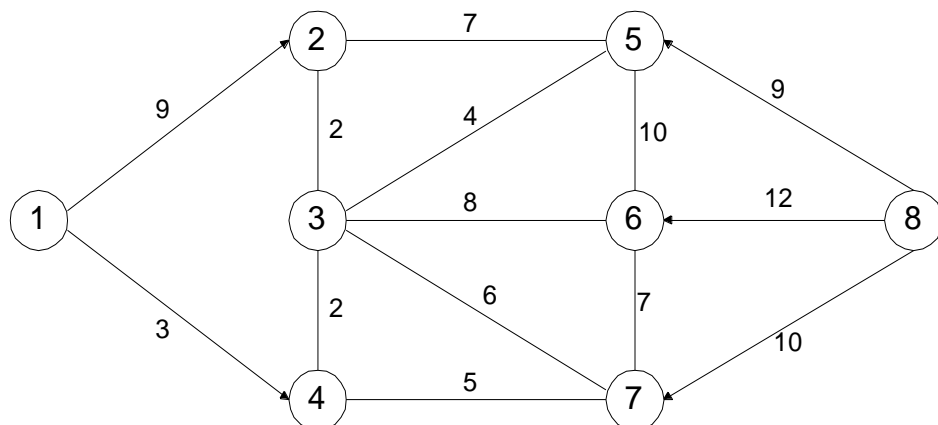
Таблиця 6.29

Місце паркування	Номер варіанта	Відстані до пунктів призначення, км				
		A	B	C	D	E
P_1	1	30	20	40	10	20
	2	20	10	50	20	40
P_2	1	30	10	30	20	30
	2	10	50	30	40	20
P_3	1	40	10	10	40	10
	2	30	20	10	50	40
P_4	1	20	20	40	20	30
	2	50	30	20	20	50
P_5	1	30	20	10	30	40
	2	60	20	40	50	10

Знайти таке розподілення вантажів по вантажівках, щоб загальна вартість перевезень була мінімальною. Вважати, що усі вантажі мають приблизно однаковий розмір і для них виконується однаковий обсяг робіт по пакуванню, розміщенню і та ін.

23. Знайти найбільш економічно вигідні шляхи транспортування вантажів між вісьмома пунктами, що зображені на рис.6.5.

Варіант 1



Варіант 2

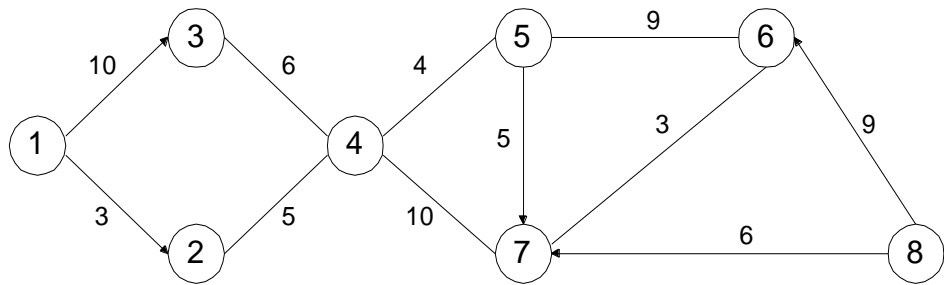


Рис. 6.5. Схема транспортування вантажів

З пунктів 1 і 8 вантаж може тільки відправлятися, а пункти 2–7 можуть також і отримувати вантаж. Числа, приписані дугам, дорівнюють відстаням між відповідними пунктами.

24. Панелі перекриття виробляються на двох заводах та розподіляються між двома будівельними організаціями. Витрати панелей даного типу на найближчі два місяці наведені в табл. 30.

Таблиця 6.30

Будівельна організація	Номер варіанта	Витрати, шт.	
		червень	липень
1	1	450	500
	2	420	550
2	1	320	510
	2	350	480

Вартість транспортування однієї панелі (в грн) наведена в табл.6.31.

Таблиця 6.31

Завод	Номер варіанта	Будівельна організація	
		1	2
I	1	12	11
	2	10	13
II	1	8	10
	2	12	6

Вартість виробництва однієї панелі та обсяг виробництва за планом на два місяці наведені в табл.6.32.

Таблиця 6.32

Завод	Номер варіанта	Вартість виробництва, грн		Обсяг, шт.	
		червень	липень	червень	липень
I	1	320	340	480	550
	2	300	360	500	600
II	1	290	310	320	450
	2	320	290	300	500

Вироблені панелі можна також зберігати протягом одного місяця, а потім відправляти замовнику. Вартість зберігання однієї панелі відповідно на заводі I і II наведена в табл. 6.33.

Таблиця 6.33

Завод	Номер варіанта	Вартість зберігання, грн
I	1	45
	2	50
II	1	50
	2	60

Скласти оптимальний план виробництва та розподілу панелей. Як зміниться розв'язок, якщо не враховувати вартість зберігання панелей?

25. Для того, щоб скласти комплекти з листового прокату певної форми, вирізають заготовки двох типів – A і B . У кожен комплект входить три заготовки типу A і вісім – типу B . Можливі варіанти і час, необхідний для розкрою одного листа прокату, а також відходи від розкрою наведені в табл.6.34.

Таблиця 6.34

Варіант розкрою	Номер варіанта	Заготовка		Відходи	Час розкрою, год
		A	B		
I	1	4	0	8	0,8
	2	5	0	10	0,25
II	1	3	1	5	0,7
	2	4	2	6	0,3
III	1	2	5	4	0,9
	2	3	4	3	0,5
IV	1	1	8	2	1,0
	2	1	7	1	0,75
V	1	0	12	0	1,2
	2	0	11	0	1,2

Визначити такий план розкрою листового прокату для виготовлення 150 (1 варіант) або 200 (2 варіант) комплектів, за яким відходи будуть мінімальними.

26. Капіталовкладення на виробництво певної продукції становлять 10 млн грн. Реалізація цієї продукції передбачається в чотирьох пунктах. Прибуток, що очікується від реалізації продукції в кожному пункті, визначається як функція від загальних капіталовкладень (табл.6.35).

Таблиця 6.35

Капітало- вкла- дення, млн грн	Номер варіанта	Прибуток в пунктах реалізації продукції, млн грн			
		I	II	III	IV
1	1	0,28	0,19	0,20	0,18
	2	0,18	0,20	0,28	0,20
2	1	0,45	0,35	0,40	0,45
	2	0,40	0,28	0,45	0,25
3	1	0,65	0,38	0,55	0,60
	2	0,60	0,38	0,60	0,35
4	1	0,75	0,45	0,60	0,65
	2	0,65	0,40	0,70	0,75
5	1	0,90	0,65	0,75	0,68
	2	0,85	0,55	0,85	0,80
6	1	1,02	0,75	0,80	0,75
	2	0,95	0,75	0,90	0,85
7	1	1,13	0,80	0,91	0,85
	2	0,98	0,85	1,02	0,90
8	1	1,23	0,90	0,98	0,90
	2	1,01	0,95	1,12	0,98
9	1	1,32	0,95	1,01	0,95
	2	1,20	1,30	1,20	1,01
10	1	1,38	1,10	1,20	1,02
	2	1,25	1,35	1,25	1,06

Яким чином потрібно реалізувати продукцію, щоб загальний прибуток був максимальним?

27. Для виготовлення двох виробів *A* і *B* підприємство використовує три типи технологічного обладнання. Кожен із виробів повинен пройти обробку на кожному із типів обладнання. Час обробки кожного із виробів на обладнанні даного типу наведено в табл.6.36.

Таблиця 6.36

Тип обладнання	Номер варіанта	Витрати на обробку одного виробу, год	
		A	B
1	1	5	6
	2	7	4
2	1	3	2
	2	8	12
3	1	9	9
	2	4	11
Витрати на виготовлення одного виробу, грн	1	5	4
	2	2	6

Час використання обладнання має обмеження, які наведені в табл.6.37.

Таблиця 6.37

Тип обладнання	Обмеження на використання обладнання, год	
	Варіант 1	Варіант 2
1	≥ 16	≤ 26
2	≤ 36	≥ 18
3	≤ 42	≤ 38

Визначити, скільки виробів кожного виду потрібно виготовити підприємству, щоб собівартість одного виробу була мінімальною.

Розв'язати задачу методами відтинання та гілок і границь. Порівняти результати розв'язань.

28. Спроекувати бункер для збереження зерна заданого об'єму V , мінімальної вартості. Форма бункера зображена на рис.6.6.

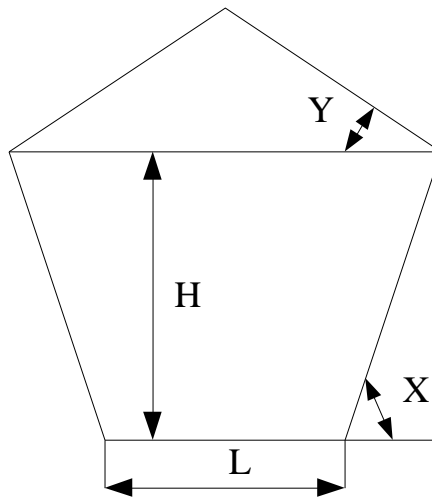


Рис. 6.6. Форма бункера для зберігання зерна

Об'єм бункера дорівнює V , вартість підвалини бункера – C_1 грн, вартість іншої частини бункера – C_2 , грн, (табл.6.38).

Таблиця 6.38

Параметри конструкції	Варіант 1	Варіант 2
$V, \text{м}^3$	12	15
$C_1, \text{грн/м}^2$	0,7	1,0
$C_2, \text{грн/м}^2$	1,4	1,5
$Y, \text{град.}$	15	30

В результаті проектування необхідно визначити такі параметри: діаметр L , висоту H і кут X . Визначити вплив співвідношення C_1/C_2 на оптимальні розміри бункера.

29. Три цехи повинні виготовляти V , т, будівельного матеріалу на добу. Фонд робочого часу дорівнює T год, а витрати праці не повинні перевищувати L , людино-днів (табл.6.39).

Таблиця 6.39

Характеристики	Варіант 1	Варіант 2
Об'єм будівельного матеріалу V , т	500	750
Фонд робочого часу T , год	3200	4000
Витрати праці L , люд.-дн.	8000	12000

Питомі витрати по кожному цеху на виробництво 1 т матеріалу, вихід валової продукції на 1 т і мінімальне виробництво продукції наведені в табл.6.40.

Таблиця 6.40

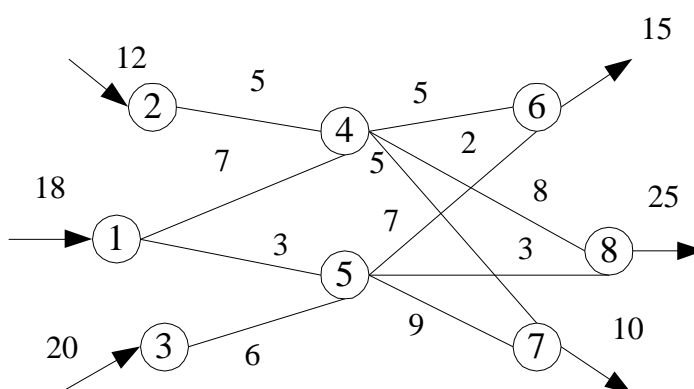
Ресурси	Варіант	Цех		
		1	2	3
Час, год	1	3	2	4
	2	4	4	3
Витрати праці, люд.-дн.	1	11	15	20
	2	18	22	30
Вихід валової продукції, грн/т	1	400	300	200
	2	450	500	300
Мінімальне виробництво за добу, т	1	-	200	150
	2	300	400	-

Знайти план виробництва будівельного матеріалу кожним цехом із максимальним виходом валової продукції з точки зору загальної вартості.

Як зміниться розв'язок, якщо об'єм будівельного матеріалу збільшиться на 40%?

30. На рис.6.7 зображена мережа нафтопроводів. Вузли 1–3 і 6–8 є приймальними вузлами, вузли 4, 5 і 9 відповідають насосним станціям.

Варіант 1



Варіант 2

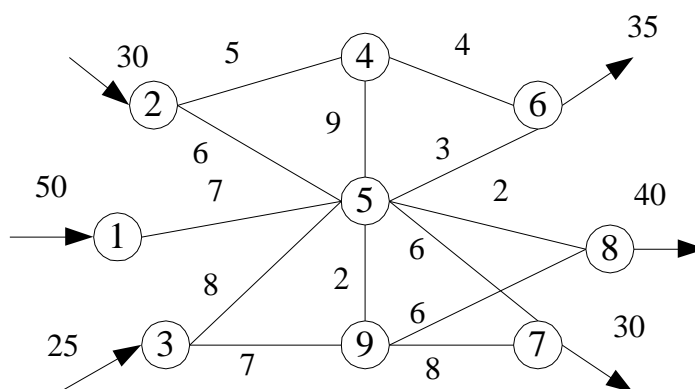


Рис.6.7. Схема нафтопроводів

Числа відповідають відстані між станціями. Вартість транспортування пропорційна довжині між станціями. Визначити оптимальний розв'язок для перекачування нафти між станціями.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Акулич И.Л.* Математическое программирование в примерах и задачах : Учебное пособие для вузов. - М.: Высш. шк., 1986. - 319 с.
2. *Банди Б.* Основы линейного программирования. - М.: Радио и связь, 1989 .- 176 с.
3. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций : Учебник. - К.: Высш. шк., 1988 .- 549 с.
4. *Зайченко Ю.П., Шумилова С.А.* Исследование операций : Сборник задач. - К.: Высш. шк., 1990 .- 372 с.
5. *Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В.* Исследование операций в задачах и упражнениях : Учебное пособие для вузов. - М.: Высш. шк., 1986 .- 285 с.
6. *Таха Х.* Введение в исследование операций. - М.: Мир, 1987. - 247 с.
7. *Филлипс Д., Гарсия-Диас А.* Методы анализа сетей - М: Мир, 1984. - 496 с.
8. *Гайна Г.А.* Методичні вказівки до вивчення курсу “Методи синтезу та оптимізації” для студентів спеціальності 7.080402 “Комп’ютерні системи проектування”. - К.: КДТУБА, 1997. - 14 с.