

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Київський національний університет  
будівництва і архітектури**

**Кафедра інформаційних технологій проектування  
та прикладної математики**

**О.О. Терентьєв  
доктор технічних наук, професор**

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

**Методичні вказівки до виконання практичних робіт**

для здобувачів освітнього рівня «бакалавр»  
спеціальності 122. «Комп'ютерні науки»,  
123. «Комп'ютерна інженерія», 125. «Кібербезпека»  
126. «Інформаційні системи і технології»,  
015.10. «Професійна освіта. Комп'ютерні технології»

Київ, 2018 р.

Укладачі О.О. Терентьєв, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск В.М. Міхайленко, завідувач кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики, доктор технічних наук, професор.

Затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики, протокол № від 2018 р.

Терентьєв О.О. Дослідження операцій: Методичні вказівки до виконання практичних робіт. – Київ: КНУБА, 2018. – 31 с.

Призначено для студентів спеціальності 122. «Комп'ютерні науки», 123. Комп'ютерна інженерія, 125. «Кібербезпека», 126. «Інформаційні системи і технології», 015.10. «Професійна освіта. Комп'ютерні технології».

Рецензент: завідувач кафедри інформаційних технологій, доктор технічних наук, професор Цюцюра С.В.

## 2. ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

ПЕРШЕ ЗАВДАННЯ. Скласти математичну модель наведеної задачі.

1. Три цехи повинні виробляти 500 т будівельного матеріалу за добу. Фонд часу для виготовлення заданої кількості матеріалу дорівнює 3200 годин, трудозатрати не повинні перевищувати 8000 чол./днів. Витрати кожного цеху на виготовлення 1 т матеріалу наведені в таблиці.

Ресурси	Цехи		
	1	2	3
Час, г.	3	2	4
Трудозатрати, чол. дн.	11	15	20
Собівартість 1т продукції грн.	400	300	200

Добове виробництво матеріалу цехом N 2 повинно бути не менше 200 т, а цеху N 3 - не менше 150 т. Визначити план виробництва будівельного матеріалу у цехах, при якому загальні витрати будуть мінімальними.

2. Для виготовлення будівельного матеріалу необхідно не більше 10 кг речовини А і не більше 12 кг речовини В. Речовину А одержують з двох мінералів: в 1 кг першого мінералу міститься 0,1 кг, другого - 0,4 кг речовини А. Речовину В отримують також з цих мінералів: в 1 кг першого мінералу міститься 0.31 кг, в другому - 0.2 кг речовини В.

Загальні витрати мінералів повинні дорівнювати 20 кг, а витрати першого мінералу - не менше 2 кг. Вартість 1 кг першого мінералу 30 гривень, другого - 25 гривень.

Визначити витрати вихідних мінералів з тим, щоби забезпечити мінімальну вартість при виготовленні будівельного матеріалу.

3. Для виробництва заданої марки цементу необхідно виготовити суміш з компонентів А1 та А2. Отримати ці компоненти можна з будівельних матеріалів В1 та В2. Для виготовлення 1 кг компонента А1 потрібно 0.5 кг матеріалу В1 та 1.5 кг матеріалу В2. Для виготовлення

1 кг компонента A2 потрібно 1.2 кг матеріалу B1 та 0.2 кг матеріалу B2.

Компоненти A1 та A2 в заданій марці цементу повинні бути у співвідношенні 1:3, а кількість компоненту A2 не повинна бути менше 5 кг.

В наявності є 15 кг матеріалу B1 та 10 кг матеріалу B2. Вартість 1 кг компоненту A1 - 10, а A2 - 8 гривень. Визначити кількість компонентів A1 та A2, що входять до заданої марки цементу, з тим, щоб його вартість була мінімальною.

4. Домобудівельний комбінат повинен виготовляти на добу 40 панелей трьох видів. Панелей першого виду повинно виготовлятися не менше 10. Для їх виробництва викорис-товуються матеріали двох типів.

Добові витрати вихідних матеріалів першого типу повинні бути не більше 10 т, другого - не більше 12 т. Питомі норми витрат вихідних матеріалів для виготовлення трьох видів панелей наведені в таблиці.

Матеріали, т	Панель		
	1	2	3
1	0.2	0.4	0.2
2	0.5	0.3	-

Вартість виготовлення панелі першого виду - 20 гр., другого - 25 гр., третього - 32 гривні. Визначити, які види панелей і в якій кількості треба випускати комбінату з тим, щоб загальні затрати на їх виготовлення були мінімальними.

5. До складу технологічної суміші входять два компоненти, що виготовляються з глини та піску, вага котрих відповідно дорівнює 40 та 28 т.

Обидва компоненти суміші повинні виготовлятися таким чином, щоб різниця між їх загальною вагою не перевищувала 3 т. Для виготовлення 1 т першого компонента потрібно 5 т глини і 7 т піску, а для виготовлення 1 т другого компонента - відповідно 8 і 4 т. Вартість 1 т першого компонента 3 гр., другого - 2 гривні. Визначити варіант виготовлення будівельної суміші з мінімальними витратами.

6. Для виготовлення розчину необхідно три вихідних матеріали, що постачаються в кількості 12, 8, 10 т на добу. Розчин складається з двох компонентів, співвідношення яких у гото-вому розчині повинно

бути 2:1. Питома норма витрат матеріалів для виготовлення компонентів розчину наведена в таблиці (в тоннах).

Компоненти	Матеріали, т		
	1	2	3
1	4	1	3
2	1	5	4

Собівартість 1т першого компоненту - 1 гривня, другого - 3 гривні.

Визначити скільки розчину треба виробляти на добу, щоб його собівартість була мінімальною.

7. Кошти можуть бути використані для фінансування двох проектів. Проект А гарантує отримання прибутку у розмірі 70 коп. на вкладену гривню через рік, проект В - 2 гривні на кожен інвестовану гривню через два роки. При фінансуванні проекту В період інвестицій повинен бути кратним двом рокам.

Як належить розпорядитися сумою 100000 гривень, щоб максимізувати сумарну величину прибутку, котру можна отримати через чотири роки після початку інвестицій.

8. При забудівлі мікрорайону використано проекти будинків трьох типів. Кількість квартир у будівлі і вартість одного будинку для кожного з проектів задано в таблиці.

Квартира	Тип будинку		
	1	2	3
однокімнатна, шт.	50	50	40
двокімнатна, шт	80	40	60
трикімнатна, шт	20	30	50
Вартість будівлі, тис. гр.	850	800	900

Скласти план забудівлі мікрорайону, що мінімізує витрати на будівництво, якщо потреба в одно-, двох- і трикімнатних квартирах відповідно 500, 700, 400 шт.

9. Треба виготовити 80 комплектів заготовок. У комплект входять дві заготовки довжиною 3 м, п'ять - довжиною 2.4 м, три - довжиною

1.8 м. Заготовки виготовляються із стержнів довжиною 7.8 м, які можна розрізати декількома способами, наведеними в таблиці.

Довжина заготовок, м	Спосіб розкрою					
	1	2	3	4	5	6
3	1	0	0	2	0	1
2.4	0	3	2	0	0	1
1.8	2	0	1	1	4	1

Які із способів розкрою треба вибрати, щоб число використаних стержнів було найменшим ?

10. Визначити максимальний сумарний випуск виробів двох видів, якщо відомо, що перший виріб складається з деталей А1 і А2, а другий - з деталей В1 і В2. При цьому співвідношення кількості деталей А1 і А2 у першому виробі становить 1:3, а співвідношення кількості деталей В1 і В2 у другому виробі - 3:2. Деталі обробляються на чотирьох типах устаткування. Відомі питомі затрати часу на обробку деталей кожного типу і фонд часу роботи кожної групи устаткування.

Група устаткування	Час обробки деталей, год.				Фонд часу роботи устаткування, год.
	А1	А2	В1	В2	
1	2	2.5	1	2	540
2	1	0	2	1	620
3	0	2.2	3	1.5	450
4	3	1	1.4	2.2	370

11. Щоб отримати трикомпонентний сплав, необхідно чотири види сировини, в яких ці компоненти містяться в різних процентних співвідношеннях.

Компоненти сплаву	Сировина, т				Вміст компонентів у сплаві, %
	А	В	С	Д	
1	80	60	70	50	60
2	5	10	10	20	15
3	15	30	20	30	25
Вартість 1т сировини, гр.	50	38	45	20	-

Які види сировини і в яких кількостях треба використати, щоб отримати сплав найменшої вартості?

12. Для виготовлення заданого сплаву металу необхідна шихта, яка складається з двох вихідних матеріалів. Вартість 1т вихідних матеріалів відповідно дорівнює 1 та 8 гривням. Першого матеріала в 1 т шихти повинно бути від 20 до 50%, другого - від 10 до 30%, а загальна кількість двох вихідних матеріалів повинна складати 50%. Визначити затрати вихідних матеріалів для виготовлення шихти мінімальної вартості.

13. Є три спеціалізовані майстерні по ремонту механізмів. Ви-робнича потужність кожної з них дорівнює відповідно 280, 310 і 150 ремонтів на рік. Вартість ремонту одного механізму дорівнює 80 гривень для першої майстерні, 95 гривень - для другої і 90 гривень для третьої. У чотирьох районах, що обслуговуються цими майстернями, потреби у ремонті складають відповідно 190, 180, 150 і 120 одиниць на рік. У таблиці наведено витрати (в гривнях) на перевезення одного механізму з району в майстерню і назад.

Район	Майстерня		
	1	2	3
1	4.5	2.7	8.3
2	2.1	4.3	2.4
3	7.5	3.1	4.2
4	5.3	1.9	6.2

Визначити план прикріплення районів до майстерень, що забезпечив би мінімальні сумарні транспортні витрати.

14. Із пункту А в пункт В щоденно відходять швидкі і пасажирські поїзди. В таблиці наведено структуру швидкого та пасажирського поїздів; кількість пасажирів, що вміщується в кожному з вагонів; парк вагонів різних типів, з яких щоденно можна комплектувати ці поїзди.

Показники	Вагон		
	Плацкартний	Купейний	М'який
Кількість вагонів у швидкому поїзді, шт.	6	10	5
Кількість вагонів у пасажирському поїзді, шт.	10	5	2
Кількість місць у вагонах	54	36	27
Парк вагонів, шт.	82	70	26

Визначити число швидких і пасажирських поїздів, за якого кількість щоденно перевезених пасажирів буде максимальною при заданих обмеженнях.

15. Завод ДБК виробляє продукцію трьох видів (I,II,III). Для їх виробництва використовуються два види ресурсів (А і В), запаси яких складають 4 і 6 т. Витрати ресурсів на один виріб кожної моделі наведені в таблиці.

Ресурс	Витрати ресурсів на один виріб відповідної моделі, кг.		
	I	II	III
А	2	3	5
В	4	2	7

Трудомісткість виготовлення виробу моделі I удвічі більша, ніж виробу моделі II, і втричі більше, ніж виробу моделі III. Чисельність робітників заводу дає можливість випускати 1500 виробів моделі I. Аналіз збуту продукції показує, що максимальний попит складає 200, 300 і 150 виробів відповідно моделей I, II і III. Проте співвідношення випуску виробів моделей I, II і III повинно бути 3:2:5. Питомий



прибуток від реалізації виробів моделей I, II і III складає відповідно 30, 20 і 50 гривень.

Сформулювати за заданих умов задачу визначення об'ємів випуску виробів кожної моделі таким чином, щоб прибуток був максимальним.

16. ДБК випускає три типи виробів, для виробництва яких використовуються три технологічні операції. Затрати часу на технологічні операції наведені в таблиці.

Вироби	Тривалість операції виготовлення одного виробу, год./виріб		
	1	2	3
1	1	3	1
2	2	-	4
3	1	2	-

Фонд робочого часу, на протязі якого операції 1, 2 і 3 можуть бути застосовані для виробництва виробів, що розглядаються, обмежений наступними граничними значеннями (за місяць): для першої операції - 430 годин; для другої - 460 годин; для третьої - 420 годин. Прибуток від реалізації одного виробу типу 1, 2 і 3 складає відповідно 3, 2 і 5 гривень. Який найбільш доцільний добовий об'єм виробництва кожного типу продукції?

17. На придбання устаткування для нової виробничої ділянки виділено 20 тис. гривень. Устаткування повинно бути розміщено на ділянці, що не перевищує 72 кв. м. Підприємство має можливість замовити устаткування двох типів: більш потужні машини типу А вартістю 5 тис. гривень, які займають виробничу ділянку 12 кв. м і виробляють 5 тис. одиниць продукції за добу, і менш потужні машини типу В вартістю 2 тис. гривень, що займають ділянку 6 кв. м і виробляють за добу 3 тис. одиниць продукції.

Знайти оптимальний варіант придбання устаткування, що забезпечує максимум загальної продуктивності нової ділянки.

18. Цех для виробництва двох типів продукції використовує чотири групи устаткування. Вихідна інформація наведена в таблиці.

Тип устаткування	Норми затрат виробничого устаткування на один виріб, станко-години/виріб		Фонд часу роботи устаткування, станко-год.
	1	2	
А	5	7	105
В	9	9	81
С	2	0	10
Д	0	3	18

Прибуток від реалізації одиниці продукції першого типу складає 250 гривень, другого - 200 гривень. Скласти план випуску продукції, при якому прибуток буде максимальним.

19. Вироби трьох типів проходять послідовно обробку на двох верстатах. Тривалість обробки одного виробу кожного типу на кожному з верстатів та добовий фонд робочого часу для кожного з верстатів наведено в таблиці:

Верстат	Тривалість обробки одного виробу, год			Добовий фонд робочого часу, машино-год.
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	
1	2	3	4	500
2	3	2	1	380

Витрати на виготовлення одного виробу кожного типу знаходяться як величини, прямо пропорційні тривалості вико-ристання верстатів (в машино-год). Вартість машиногодини складає 10 гривень для верстату 1 і 15 гривень для верстату 2. Ціна виробів типу 1, 2 і 3 складає 65, 70, і 45 гривень відповідно. Сформулюйте для наведених умов задачу максимізації сумарного чистого прибутку.

20. Для виготовлення сплаву з свинцю, цинку і олова певного складу використовується сировина у вигляді п'яти сплавів з тих же металів, що відрізняються вмістом і вартістю 1 кг.

Тип сплаву	Вміст металів, %			Питома вартість, гривня за кг
	Свинець	Цинк	Олово	
I	15	48	45	8
II	10	80	10	17
III	30	30	40	10
IV	40	25	35	12
V	10	70	20	15

Яку кількість сплаву кожного типу треба взяти для того, щоб виготовити при мінімальній собівартості сплав, що вміщує 20% свинцю, 30% цинку і 50% олова? Сформулювати ту ж задачу для наступних обмежень на склад сплаву: олова не більше 40% і цинку - не менше 20%.

21. Три механізми I, II і III можуть виконувати три види земляних робіт - А, Б і В. В таблиці наведені ресурси робочого часу для кожного механізму і продуктивність механізмів при виконанні різних типів робіт.

Механізм	Продуктивність, куб. м/год			Ресурс робочого часу, год
	А	Б	В	
I	30	20	40	400
II	20	30	50	300
III	60	40	20	280

Знайти оптимальну загрузку, що забезпечує максимальний об'єм робіт при виконанні умови комплектності А:Б:В=1:2:3.

22. Щоб отримати трикомпонентний сплав, використовують чотири види сировини А, Б, В і Г, в яких ці компоненти містяться в різних процентних співвідношеннях.

Компоненти сплаву	Вміст компонентів у сировині, %				Вміст компонентів у сплаві, %
	А	Б	В	Г	
1	80	60	70	50	60
2	5	10	10	20	15
3	15	30	20	30	25

Вартість 1 т сировини типу А - 50 гривень, типу Б - 38 гривень, типу В - 45 гривень і типу Г - 10 гривень. Які види сировини і в якій кількості потрібно використати, щоб отримати сплав найменшої вартості?

23. Для виготовлення виробів типу А і Б підприємство використовує як сировину сталь і кольорові метали, що поста-чаються в обмеженій кількості. Для виготовлення цих виробів використовується токарний і фрезерний верстати. В таблиці наведені вихідні дані задачі.

Тип ресурсу	Об'єм ресурсу	Норми витрат на 1 виріб	
		А	Б
Сталь, кг.	25	5	5
Кольорові метали, кг.	12	3	2
Токарні верстати, верст.-год	16	8	0
Фрезерні верстати, верст.-год	32	0	8

Прибуток від реалізації одного виробу типу А складає 3 гривні, а типу Б - 2 гривні. Скласти план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

24. Підприємство виготовляє продукцію типу А і Б. Об'єм реалізації продукції типу А складає не менше 60% загального об'єма реалізації продукції обох типів. Для виготовлення продукції А і Б використовується одна і та ж сировина, запас якої обмежений - 100 кг. Витрати сировини на одиницю продукції типу А складають 2 кг, а на одиницю продукції типу Б - 4 кг. Ціна одиниці продукції типу А і Б відповідно 20 і 40 гривень.

Знайти оптимальне розподілення сировини для виго-товлення продукції А і Б.

25. Скласти оптимальний графік використання трьох взаємозамінних механізмів для виконання чотирьох видів земляних робіт при заданих ресурсах робочого часу для кожного з механізмів - 240, 160 і 150 год . Продуктивність механізмів відповідно 30, 55 і 18 куб.м/год. Об'єм робіт, що належить ви-конати - 5, 2, 3 і 8 тис. куб. м.

Собівартість робіт наведена в таблиці:

Механізми	Вартість земляних робіт, гривня/куб.м.			
	1	2	3	4
1	2	1	0,5	1,2
2	0,8	1,2	0,9	0,8
3	0,5	1,0	0,6	0,9

26. Фірма виготовляє вироби двох типів . Трудомісткість виготовлення виробу типу 1 удвоє більша за трудомісткість виготовлення виробу типу 2 . Якби фірма виготовляла тільки вироби типу 1, добовий об'єм виробництва складав би 500 виробів. Добовий об'єм збуту виробів обох типів обмежений - від 150 до 200 штук. Прибуток від продажу виробів типу 1 і 2 відповідно 8 і 5 гривень . Визначити, яку кількість виробів кожного типу необхідно виготовляти з тим, щоб прибуток був максимальним.

ДРУГЕ ЗАВДАННЯ. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом і симплекс - методом.

1.  
 $5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$   
 $3x_1 + 2x_2 \geq 6$   
 $2x_1 - 3x_2 \geq -6$   
 $x_1 - x_2 \leq 4$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

2.  
 $8x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$   
 $x_1 - 4x_2 \leq 4$   
 $-4x_1 + x_2 \leq 4$   
 $x_1 + x_2 \leq 6$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

3.  
 $2x_1 - x_2 \rightarrow \max$   
 $2x_1 + x_2 \leq 8$   
 $x_1 + 3x_2 \geq 6$   
 $3x_1 + x_2 \geq 3$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

4.  
 $x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$   
 $2x_1 + 3x_2 \leq 8$   
 $2x_1 + x_2 \geq 6$   
 $x_1 + x_2 \geq 1$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

5.

$$3x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$-4x_1 + x_2 \leq 29$$

$$3x_1 - x_2 \leq 15$$

$$5x_1 + 2x_2 \geq 38$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

6.

$$2x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + x_2 \leq 3$$

$$6x_1 + 7x_2 \leq 42$$

$$2x_1 - 3x_2 \leq 6$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

7.

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \leq 13$$

$$x_1 - x_2 \leq 6$$

$$-3x_1 + x_2 \leq 9$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

8.

$$5x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$-3x_1 + 14x_2 \leq 78$$

$$5x_1 - 6x_2 \leq 26$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 25$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

9.

$$3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

10.

$$7x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$9x_1 + 4x_2 \leq 110$$

$$11x_1 - 3x_2 \geq 24$$

$$2x_1 - 7x_2 \geq 15$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

11.

$$2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

12.

$$5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$2x_1 - 3x_2 \geq -6$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

13.

$$6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 3$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$3x_1 - 2x_2 \geq 1$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

14.

$$x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$4x_1 - 5x_2 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 \leq 17$$

$$2x_1 + 11x_2 \leq 38$$

$$x_i \geq 0, (i = 1,2)$$

15.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\3x_1 + 2x_2 &\leq 36 \\x_1 + 3x_2 &\geq 6 \\x_2 &\leq 13 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned}x_1 + 5x_2 &\rightarrow \max \\7x_1 + 4x_2 &\leq 28 \\-x_1 + 2x_2 &\leq 13 \\5x_1 + 2x_2 &\geq 10 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 &\leq 16 \\x_1 + 2x_2 &\geq 2 \\-x_1 + x_2 &\geq -5 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

21.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\x_1 + 2x_2 &\geq 2 \\2x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

23.

$$\begin{aligned}6x_1 + 4x_2 &\rightarrow \min \\2x_1 + 4x_2 &\geq 3 \\x_1 - x_2 &\geq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned}x_1 + 4x_2 &\rightarrow \min \\2x_1 + 4x_2 &\leq 17 \\10x_1 + 3x_2 &\leq 15 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

18.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &\rightarrow \max \\2x_1 + 3x_2 &\leq 8 \\2x_1 + x_2 &\leq 6 \\x_1 + x_2 &\geq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned}5x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\4x_1 - 3x_2 &\leq 12 \\5x_1 + 3x_2 &\geq 10 \\7x_1 + 4x_2 &\leq 28 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

22.

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\x_1 + 3x_2 &\leq 22 \\-x_1 + 2x_2 &\geq 2 \\x_1 &\geq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

24.

$$\begin{aligned}2x_1 + 2x_2 &\rightarrow \max \\6x_1 + 4x_2 &\leq 24 \\3x_1 - 3x_2 &\leq 9 \\-x_1 + 3x_2 &\leq 3 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

25.

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2)$$

26.

$$4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 12$$

$$4x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2)$$

ТРЕТЄ ЗАВДАННЯ. Розв'язати М - задачу лінійного програмування.

1.

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 40$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 72$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)$$

2.

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 4$$

$$-5x_1 + x_3 \geq -12$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 \geq -4$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

3.

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 10$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)$$

4.

$$x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 40$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 30$$

$$5x_1 + 3x_2 + x_3 = 45$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

5.

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2$$

$$3x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 6$$

$$3x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 10$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

6.

$$4x_1 + 15x_2 + 12x_3 + 2x_4 \rightarrow \min$$

$$2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 1$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 \geq 1$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)$$



7.

$$5x_1 + 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 9$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 11$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)$$

8.

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \geq 18$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 12$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

9.

$$-7x_1 + x_2 + 8x_3 \rightarrow \min$$

$$5x_1 + x_2 + x_3 = 15$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 16$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

10.

$$2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 2$$

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)$$

11.

$$4x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 12$$

$$3x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 15$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

12.

$$x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 - 3x_2 \leq -3$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

13.

$$5x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 - x_2 - x_3 \geq -5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

$$5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 1$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

14.

$$5x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 - x_2 - x_3 \geq -6$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 1$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

15.

$$5x_1 + 6x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 5x_2 + 5x_3 \geq 60$$

$$2x_1 + x_2 + 9x_3 \geq 90$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 30$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

16.

$$x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_2 + x_3 \geq 20$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$5x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 30$$

$$x_i \geq 0, (i = 1, 2, 3)$$

17.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\ -x_1 + 4x_2 - 6x_3 &\leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 &\rightarrow \min \\ x_1 + x_3 &\geq 1 \\ x_1 - x_2 &\geq -1 \\ x_2 + x_3 &\geq 0 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

21.

$$\begin{aligned}-5x_1 + x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\ 3x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\ -x_1 + x_2 - x_3 &\geq -1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq -7 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

23.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 15 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 10 \\ -2x_1 - x_2 - 5x_3 &= -20 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

25.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\rightarrow \max \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\ x_1 - x_3 &\leq 5 \\ -x_2 - 3x_3 &\geq -7 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

18.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &\geq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 6 \\ -x_1 + 2x_2 &\leq -1 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned}5x_1 - 6x_2 + 12x_3 &\rightarrow \min \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 12 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 18 \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 24 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

22.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &\rightarrow \min \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 &= 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 7 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3,4)\end{aligned}$$

24.

$$\begin{aligned}5x_1 + 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\ -2x_1 - x_2 - x_3 &\geq -5 \\ 3x_3 + 2x_2 + x_3 &= 6 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 16 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

26.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 3x_3 &\rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 9 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 &\geq 25 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 16 \\ x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

ЧЕТВЕРТЕ ЗАВДАННЯ. Провести аналіз оптимального розв'язку на чутливість до зміни обмежень і до зміни коефіцієнтів цільової функції. Визначити цінність ресурсів (задачі наведені в третьому завданні).

П'ЯТЕ ЗАВДАННЯ.

Побудувати двоїсту задачу до заданої задачі; розв'язати її, порівняти рішення з розв'язком заданої задачі (задачі наведені в другому завданні).

ШОСТЕ ЗАВДАННЯ.

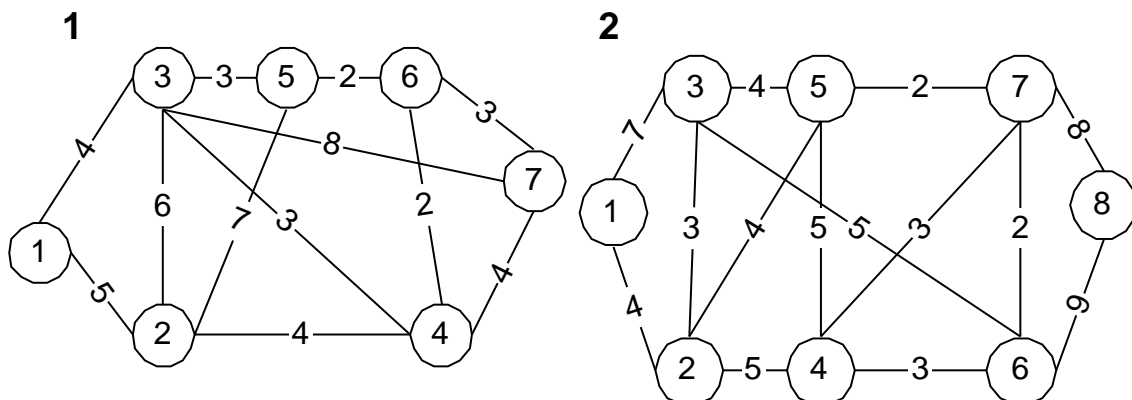
Розв'язати задачу лінійного програмування двоїтим симплекс - методом (задачі наведені в третьому завданні).

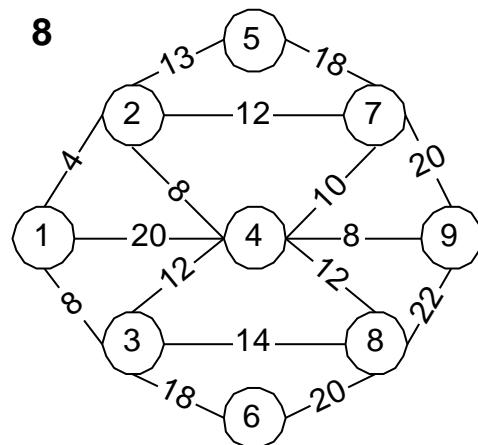
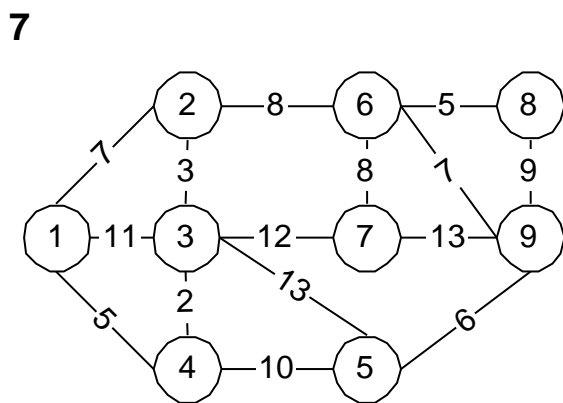
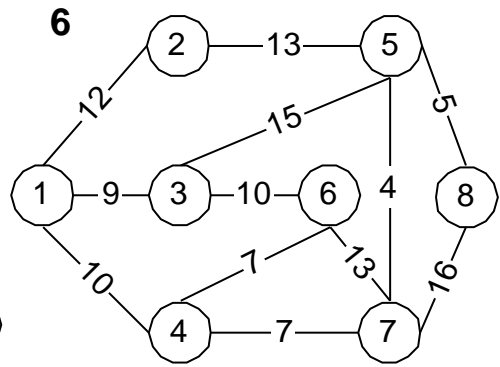
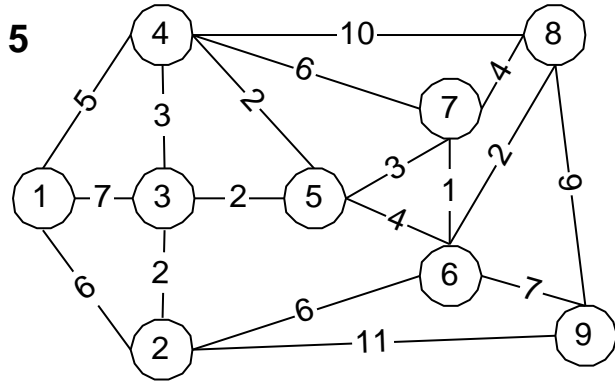
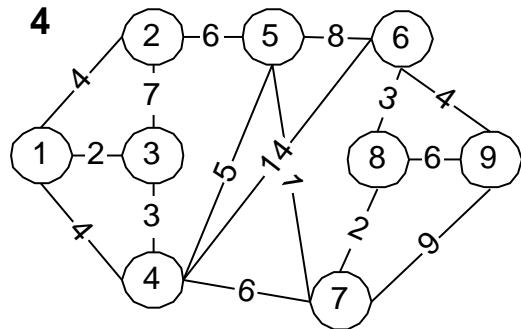
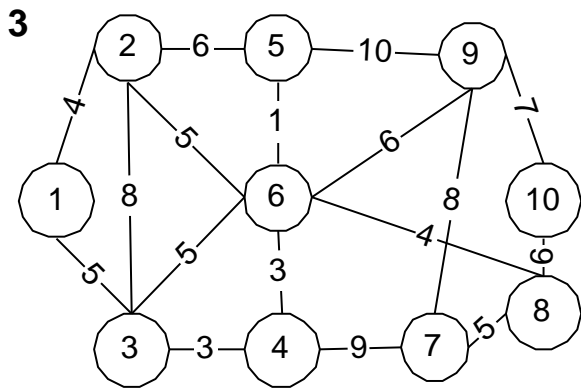
СЬОМЕ ЗАВДАННЯ.

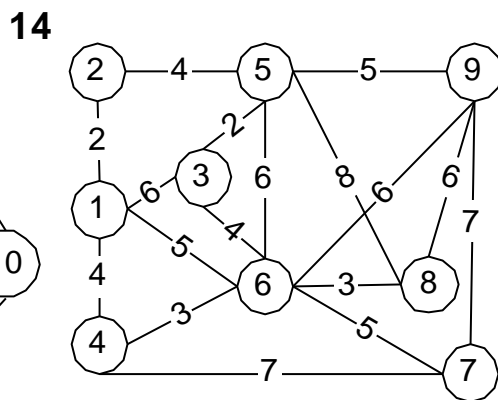
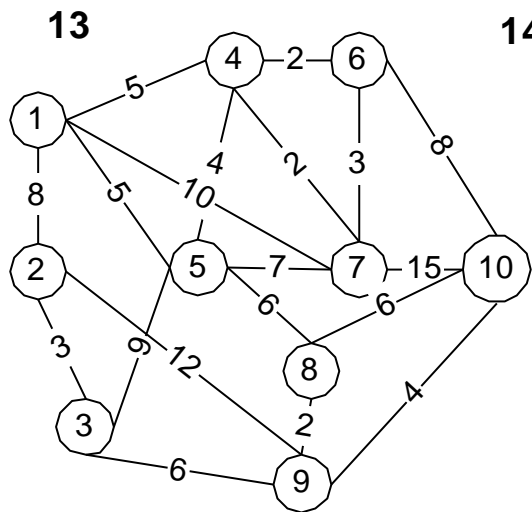
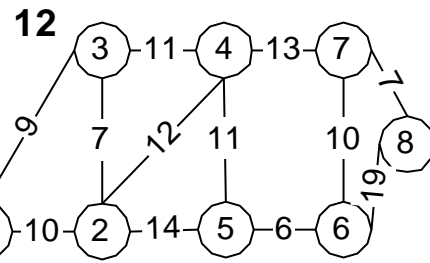
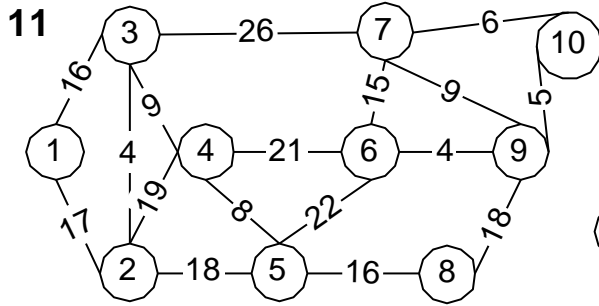
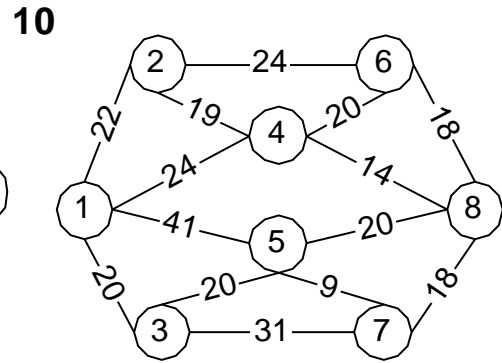
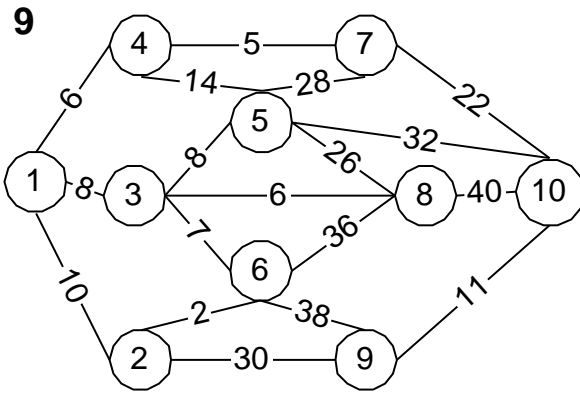
Розв'язати задачі лінійного цілочисельного програмування методом Гоморі і методом гілок та меж (задачі наведені в другому завданні;  $X_1, X_2$  - цілі).

ВОСЬМЕ ЗАВДАННЯ.

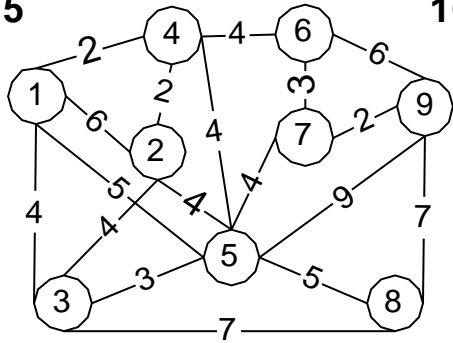
Визначити найкоротший ланцюг з початкової вершини в кінцеву і обчислити його довжину (числа над дугами позначають їх довжину).



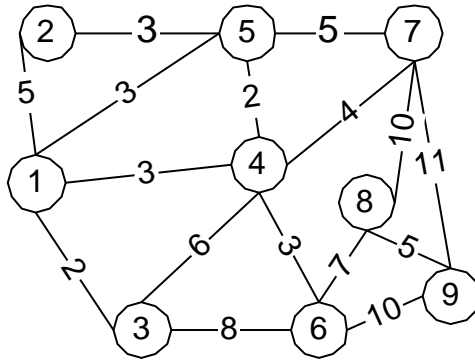




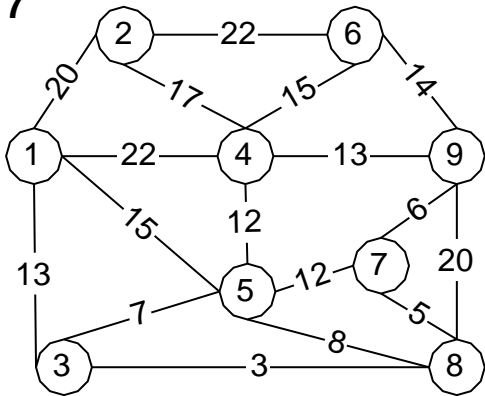
15



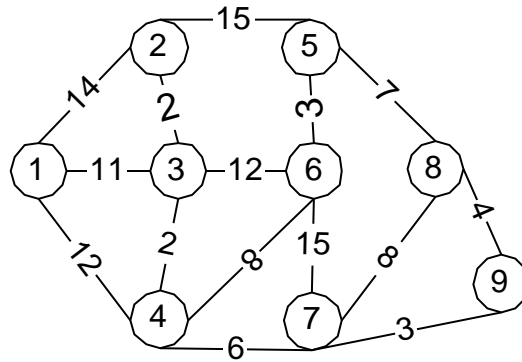
16



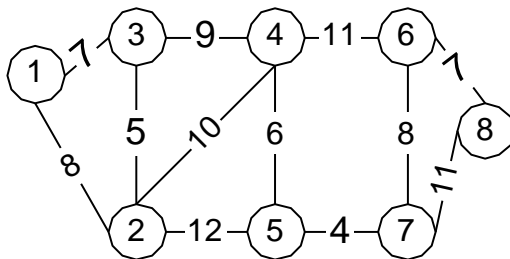
17



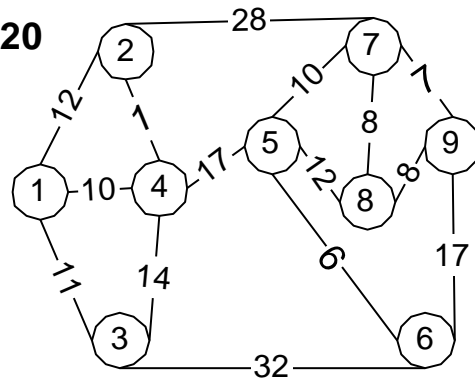
18



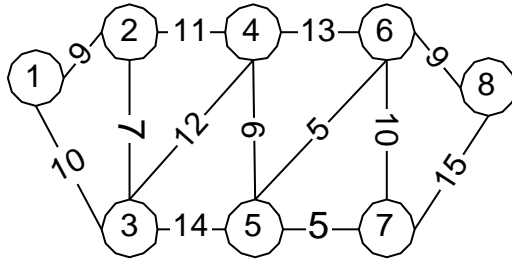
19



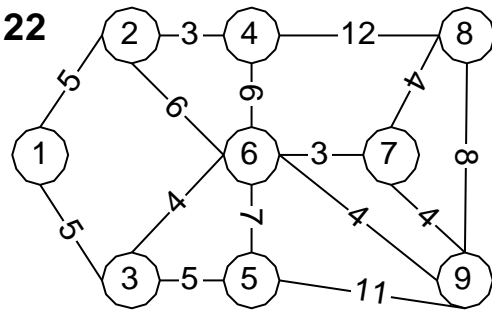
20



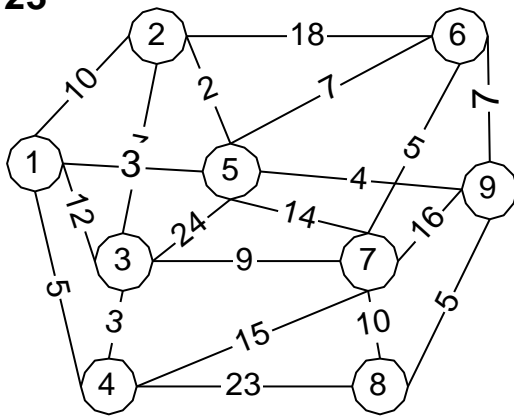
21



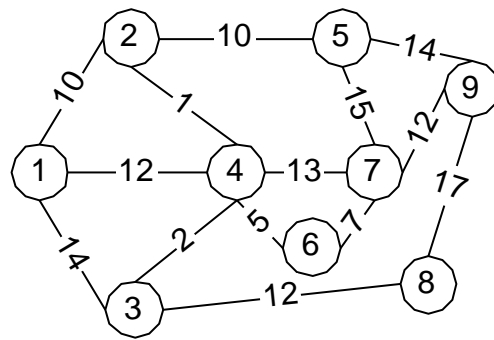
22



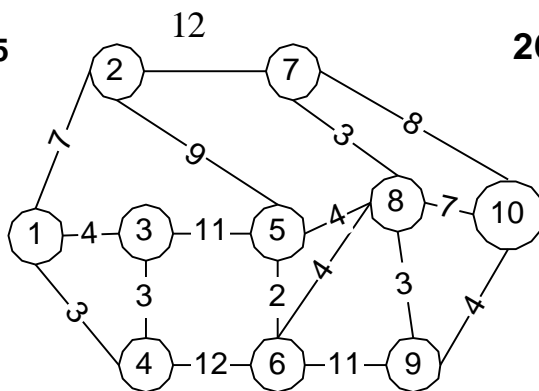
23



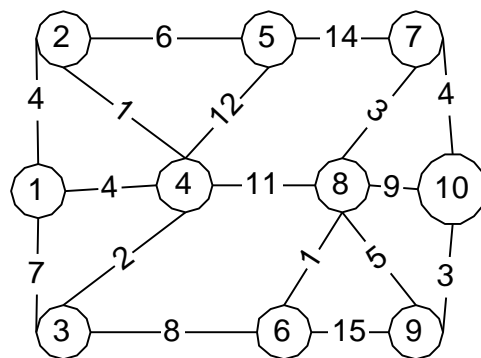
24

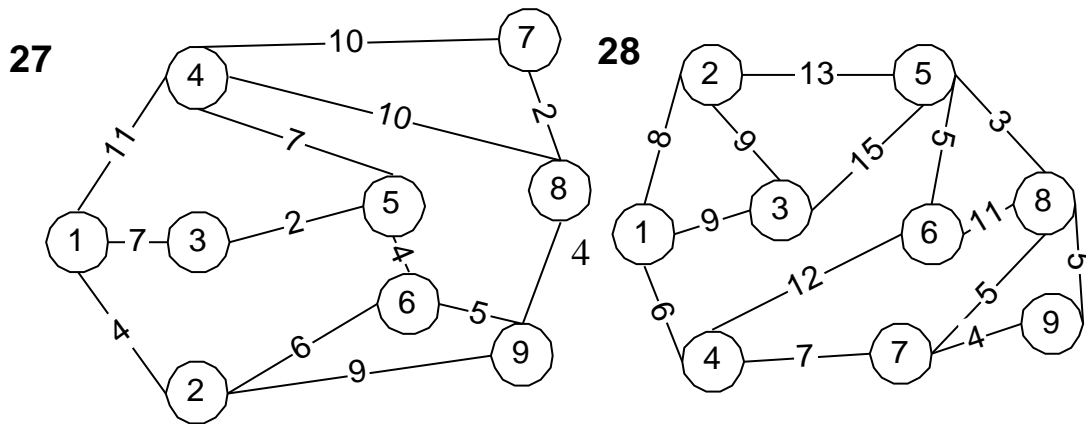


25



26





ДЕВ'ЯТЕ ЗАВДАННЯ .

Розв'язати задачу про найкоротше остовне дерево ( вихідні дані наведені в восьмому завданні ).

ДЕСЯТЕ ЗАВДАННЯ .

Розв'язати транспортну задачу. В таблицях  $a_i$  - запаси одно-рідного продукту у  $i$  - го постачальника ,  $b_j$  - потреба в про-дукті  $j$  - го споживача.

У клітинках таблиць вказані вартості  $C_{ij}$  перевезення одиниці вантажу від  $i$  - го постачальника  $j$  - му споживачу.



1.

$a_i \setminus b_j$	150	100	150	200	300
190	3	7	8	10	4
140	6	5	3	4	8
440	6	9	10	7	4
130	8	6	12	9	7

2.

$a_i \setminus b_j$	200	160	200	150
120	0	2	1	1
140	1	2	2	0
130	2	0	1	2
190	0	2	1	0

3.

$a_i \setminus b_j$	300	150	200	100	150
190	3	6	6	8	7
140	5	9	6	8	3
130	10	12	10	40	7
440	9	4	8	4	7

4.

$a_i \setminus b_j$	85	20	110	100	40
115	1	4	5	7	2
55	5	6	2	6	7
95	3	1	3	2	4
110	7	1	4	2	5

5.

$a_i \setminus b_j$	280	300	320	240
180	3	2	4	5
200	4	3	4	5
240	3	4	3	4
260	2	3	2	4

6.

$a_i \setminus b_j$	130	90	110	220
320	2	0	0	1
200	0	1	2	1
100	2	1	2	1
100	3	1	1	2

7.

$a_i \setminus b_j$	190	130	270	210
100	0	2	0	1
130	2	0	1	0
200	2	0	2	2
460	1	2	0	0

8.

$a_i \setminus b_j$	60	80	220	100
180	8	9	10	9
209	10	8	8	9
130	11	10	9	10
50	9	9	8	10

9.

$a_i \setminus b_j$	150	140	160	120
250	8	9	10	9
180	5	3	4	3
130	4	5	3	4
170	3	4	6	3

10.

$a_i \setminus b_j$	240	150	180	290
170	4	0	6	4
190	0	2	1	2
160	6	4	3	1
200	4	4	1	5

11.

$a_i \setminus b_j$	340	270	160	150
110	8	7	6	7
220	9	6	8	6
330	6	8	7	8
440	8	6	7	6

12.

$a_i \setminus b_j$	820	520	470	30
550	4	3	5	4
660	3	5	4	5
770	5	4	3	5
860	4	3	5	3

13.

$a_i \setminus b_j$	45	55	160	175
115	15	14	15	16
135	14	15	16	15
145	14	16	14	16
105	16	14	15	14

14.

$a_i \setminus b_j$	210	300	440	360
360	3	4	3	5
450	4	5	4	5
550	6	4	5	3
160	5	3	4	5

15.

$a_i \setminus b_j$	340	380	400	250
300	3	4	4	5
280	4	3	5	6
260	5	4	6	5
320	5	5	3	4

16.

$a_i \setminus b_j$	680	490	510	390
560	4	5	4	5
580	6	4	5	5
790	4	6	4	6
650	5	5	6	5

17.

$a_i \setminus b_j$	420	260	120	120
210	1	3	4	4
200	2	1	3	2
160	3	2	1	1
430	1	3	4	3

18.

$a_i \setminus b_j$	320	410	270	130
270	7	8	9	8
120	8	7	8	9
610	7	8	7	8
230	8	7	8	7

19.

$a_i \setminus b_j$	310	480	850	520
230	1	3	3	1
570	1	2	2	3
490	3	2	4	1
610	2	1	2	3

20.

$a_i \setminus b_j$	470	510	980	630
130	9	8	10	10
910	9	10	9	8
1240	10	9	10	9
200	10	8	9	10

21.

$a_i \backslash b_j$	150	100	150	200	300
190	3	5	8	10	4
140	6	7	3	4	8
440	6	9	10	7	4
130	8	6	12	9	7

22.

$a_i \backslash b_j$	45	10	150	80	70
105	7	5	2	5	6
65	1	4	7	2	6
75	3	1	3	2	4
130	3	7	6	4	5

23.

$a_i \backslash b_j$	400	50	100	200	150
440	6	9	12	4	6
140	6	10	8	8	8
190	7	3	4	7	4
130	9	5	10	3	6

24.

$a_i \backslash b_j$	410	490	160	240
300	7	8	6	6
410	8	7	8	7
290	8	6	7	8
160	7	8	6	8

25.

$a_i \backslash b_j$	210	190	160	280
240	3	4	4	2
150	2	3	5	1
130	0	4	1	2
210	4	0	1	3

26.

$a_i \backslash b_j$	150	190	140	180
130	4	2	0	1
120	2	0	2	3
210	1	3	4	1
260	1	4	2	2

### ОДИНАДЦЯТЕ ЗАВДАННЯ .

Розв'язати задачу про призначення . В кожній робочій клітинці таблиці вказані ефективність  $C_{ij}$  від закріплення  $i$  - го фахівця за  $j$  - ою роботою. Закріпити фахівців за роботою таким чином, щоб сумарна ефективність була максимальною .

1.

$a_i \backslash b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	4	3	2	5
$W_2$	3	5	4	3
$W_3$	4	5	2	4
$W_4$	5	3	4	3

2.

$a_i \backslash b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	4	5	6
$W_2$	5	4	3	6
$W_3$	6	4	5	6
$W_4$	7	7	6	8

3.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	6	7	5
$W_2$	7	8	6	5
$W_3$	5	7	8	8
$W_4$	5	5	4	5

4.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	4	8	7
$W_2$	7	5	6	6
$W_3$	6	4	8	7
$W_4$	6	5	6	6

5.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	7	5	4
$W_2$	4	5	6	8
$W_3$	7	8	5	7
$W_4$	5	4	7	6

6.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	4	5	6	3
$W_2$	5	6	7	4
$W_3$	7	3	6	5
$W_4$	8	7	8	7

7.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	8	5	5	6
$W_2$	7	3	2	6
$W_3$	4	4	3	6
$W_4$	6	3	2	1

8.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	6	3	6
$W_2$	3	1	3	2
$W_3$	8	8	8	3
$W_4$	3	5	1	2

9.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	7	8	6
$W_2$	5	4	6	3
$W_3$	8	7	6	7
$W_4$	6	5	7	8

10.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	14	12	6
$W_2$	7	9	5	8
$W_3$	12	10	8	10
$W_4$	5	12	14	6

11.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	7	8	8	8
$W_2$	4	4	5	7
$W_3$	6	5	5	8
$W_4$	3	5	4	6

12.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	7	8	9
$W_2$	2	3	4	8
$W_3$	9	6	3	6
$W_4$	5	7	6	7

13.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	4	5	7
$W_2$	8	6	8	5
$W_3$	3	4	4	6
$W_4$	6	4	4	7

14.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$w_1$	10	7	8	3
$w_2$	13	16	14	14
$w_3$	14	12	11	7
$w_4$	13	13	10	9

15.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	5	4	7
$W_2$	7	6	5	7
$W_3$	8	6	4	5
$W_4$	9	8	6	8

16.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	4	8	7
$W_2$	8	4	7	5
$W_3$	9	6	8	9
$W_4$	9	4	7	5

17.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	2	7	1	2
$W_2$	3	1	3	1
$W_3$	2	1	1	3
$W_4$	2	8	2	1

18.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	3	3	5	4
$W_2$	4	5	1	3
$W_3$	8	4	3	7
$W_4$	10	6	5	8

19.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	4	2	10
$W_2$	3	6	4	13
$W_3$	4	7	10	5
$W_4$	6	5	12	4

20.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$w_1$	8	7	6	9
$w_2$	7	5	8	7
$w_3$	6	4	7	5
$w_4$	7	7	6	9

21.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$w_1$	6	7	8	4
$w_2$	2	4	5	2
$w_3$	2	5	3	2
$w_3$	8	7	9	8

22.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$w_1$	6	4	7	5
$w_2$	13	10	12	14
$w_3$	8	7	9	8
$w_4$	3	5	3	7

## Список літератури

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 320 с.
2. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 440 с.
3. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. – М.: Наука, 1991. – 448 с.
4. Банди Б. Основы линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.
4. Бондаренко М.Т. Оптимізаційні задачі в системах прийняття рішень. – Х.: УДТУР, 1998. – 216 с.
5. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 436 с.
6. Гайна Г.А. Методичні вказівки до вивчення дисципліни “Методи синтезу та оптимізації”: В 4 кн. – К.: КДТУБА, 1998.
7. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ "ВПОЛ", 2000. – 688 с.
8. Зайченко Ю.П., Шумилова С.А. Исследование операций: Сборник задач. – К.: Высш. шк., 1990. – 372 с.
9. Корниль Т.Л., Кириллова Н.А. Математическое программирование. – Х.: НТУ ХПИ, 2002. – 128 с.
10. Максимов О.В., Афанасьев М.Г. Математичне програмування. – Кривий Ріг: КРПУ, 2003. – 274 с.
11. Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях : Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 285 с.
12. Мур Д., Уэдерфорд Л.Д. Экономическое моделирование в Microsoft Excel. – 6-е изд. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. – 1024 с. 140
13. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 2002. – 544 с.
14. Раскин Л.Г. Математическое программирование. – Х.: НТУ ХПИ, 2002. – 126 с.
15. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.. Оптимизация в технике: В 2 т. – М.: Мир, 1986. – Т. 1–2.
16. Таха Х. Введение в исследование операций. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2001. – 912 с.
17. Филлипс Д., Гарсия-Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
18. Черняк А.А., Новиков В.А., Мельников О.И. и др. Математика для экономистов на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 496 с.
19. Шестопал А.Ф. Елементи сітьового аналізу і лінійного програмування: Конспект лекцій. – К.: КДТУБА, 1995. – 156 с.