



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО
ЧЕРВОНОГО ПРАПОРА
ІНЖЕНЕРНО-БУДІВЕЛЬНИЙ ІНСТИТУТ

16,21

В. І. Клапченко

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З ФІЗИКИ
(ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ)**

Київ КІБІ 1992

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО ЧЕРВОНОГО ПРАПОРА
ІНЖЕНЕРНО-БУДІВЕЛЬНИЙ ІНСТИТУТ

В. І. Кавченко

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ З ФІЗИКИ
/ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ/

Київ КІЕТ 1992

Конспект лекцій з фізики /Електрика і магнетизм// В.І.Клапченко. -
К.: КІБІ, 1992. - 63 с.

У посібнику в скороченій формі викладено третю частину програми загальної курсу фізики для технічних вузів - розділ "Електрика і магнетизм". Підкреслено відмінність електричного й магнітного полів, показано подібність їх математичного описання, наведені логічні зв'язки і аналогії. Лекції розраховані на програму курсу фізики загальним обсягом 250 годин.

Для студентів технічних вузів різних форм навчання.

Ль. 57. Табл. 5.

ВСТУПНА ЛЕКЦІЯ

Взаємодія тіл, викликана їх станом електризації чи намагніченості; такі природні явища, як сучкова та звичайна блискавки, "вогни Святого Ельми" тощо здавна викликали цікавість і магійний страх людей. Звичайним було бажання зрозуміти сутність явищ і використати їх у своїх цілях. Це велику міру намагання зробили Піфагор і Платон, Арістотель і Діокрецій Кар, Плуток і Цезарь.

І незважаючи на те, що ще китайський Імператор Хуанг Ті, за літописами, 3000 р. тому застосував орієнтаційні властивості магніту для навігації на морі у тумані /магнітний компас/, справді науковий підхід до вивчення й використання подібних явищ почався в 1747 р. з американця Бенжаміна Франкліна. Це він застосував розподіл електричних і магнітних явищ та запровадив основні поняття - заряд, розряд, батарея, конденсатор, позитивна й негативна електрика, а також явища грозових іднів.

Подальший науковий пошук проходив швидко. Від закону Кулона /1785 р./ до створення майже закінченої теорії класичної електродинаміки Максвеллом /1865 р./ пройшло "лише" 80 років. Але як багато на цьому шляху було закономірних геніальних злетів думки й помилок, припадків і випадковостей! Вольт і Гальвані, Ампер і Ерстед, Фарадей і Герц - кожен з них заслуговує особливої уваги і окремої розмови, а там білям такі дні! В маловідомі постаті в історії фізики, як Кавендіш і Хевісайд.

© Київської орденів Трудового Червоного Прапора
Інженерно-будівельний інститут, 1992

Потрібно зауважити, що з появою теорії відносності в класичній механіці був продовжений і розвиток електродинаміки. Відбулося відгалуження двох сучасних теорій - релятивістської і квантової електродинаміки.

Даний лекційний матеріал має на меті створити в студентів технічного вузу чітке уявлення про явища, поняття та розуміння законів і принципів класичної електродинаміки, вершиною якої є рівняння Максвелла.

Лекційний матеріал поділений на чотири теми, під заголовками яких наведено частину програми курсу фізики для технічних вузів. Терміни, які використовуються вперше і вживаються в цьому розділі фізики, підкреслені. Формули, які потрібно запам'ятати, взяті в прямокутну рамку.

Рекомендована література

1. Трофимов Т.И. Курс фізики. - М.: Высш.шк., 1986.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. - Т.2. - М.: Наука, 1977.
3. Смирнов Д.В. Общий курс физики. - Т.3. - М.: Наука, 1985.
4. Тамм И.В. Основы теории электричества. - М.: Наука, 1986.

Електричний заряд і його дискретність. Закон збереження заряду. Дія електричного поля. Закон Кулона. Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції. Потік вектора напруженості. Теорема Гаусса.

Потенціал електростатичного поля. Зв'язок напруженості з потенціалом електростатичного поля. Циркуляція напруженості. Потенціальний характер електростатичного поля.

Електричний диполь і його провідність в електростатичному полі. Момент диполя. Поляризація діелектриків. Полярності. Вектор електричного зміщення. Пієзоелектричний ефект.

Провідник в електричному полі. Поверхневий заряд. Електроємність провідника і конденсатора. Енергія взаємодії зарядів. Енергія електричного поля конденсатора. Густина енергії електростатичного поля.

Електричний заряд. Закон збереження заряду.

З дослідів відомо, що в природі існують два види зарядів - позитивні й негативні, чому відповідають два види можливої взаємодії між ними - притягання і відштовхування. Носієм найменшого елементарного негативного заряду є одне з найпоширеніших елементарних частинок електрон e , а найменшого позитивного - протон p .

Величина заряду $|q_e| \approx |q_p| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл встановлена дослідом Міллікана. Одиниця заряду в СІ - 1 Кл /кулон/, вона є похідною від інших фізичних величин: $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$.

З дослідів випливає, що завжди в ізольованій системі тіл повний електричний заряд залишається незмінним. Це твердження, вперше вказане Франкліном і сформульоване Фарадеєм, носить назву закону збереження електричного заряду. На сьогоднішній день у теоретичній фізиці прийнято, що закон збереження заряду є наслідком інваріантності рівнянь електродинаміки. При цьому заряд залишається незмінним незалежно від того, рухається система відліку, чи знаходиться в спокої. Тобто, величина заряду інваріантна формулам трансформації /перетворення/ координат Лоренца.

Закон Кулона.

Сила взаємодії між зарядами прямо пропорційна добутку їх зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними /Кулон, 1785/.

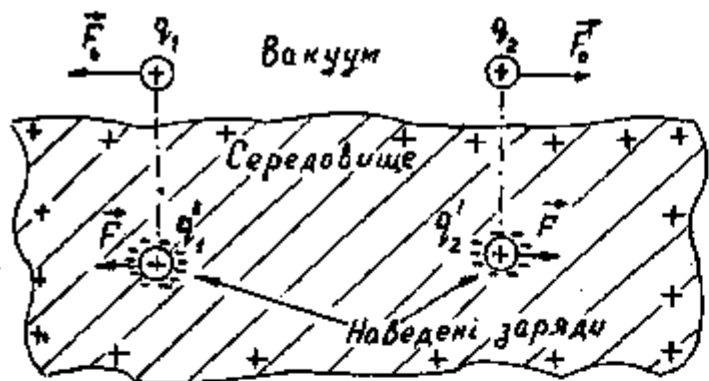
У вакуумі

$$F_0 = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

у СІ $k = 1/4\pi \epsilon_0$, де $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ д/м. Ця формула справедлива для точкових зарядів.

У будь-якому середовищі в зв'язку з явищем електростатичної індукції сила взаємодії зменшується /див. рисунок/ за рахунок наведених зарядів протилежного знаку, що зменшують величину взаємодіючих зарядів: $|q'_1| < |q_1|, |q'_2| < |q_2|$. Це зменшення взаємодії врахо-

* До речі, до такого ж висновку прийшов Г.Кавендіш ще в 1771 р., працюючи в своїй домашній лабораторії, але він вважав, що публікувати можна тільки роботи, які "дуже важливі"!



були вказані діелектричної проникності середовища ϵ - величина, що показує, в скільки разів сила взаємодії у вакуумі тих самих зарядів на тій самій відстані більша, ніж у середовищі

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}$$

З урахуванням цього можна ввести найзагальнішу векторну форму закону Кулона для точкових зарядів у будь-якому середовищі:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

де \vec{r} - радіус-вектор, проведений до того заряду, на який ми визначаємо дію сили. У вакуумі $\epsilon = 1$. Знак зарядів враховується.

Електричне поле.

Початкові уявлення про те, що взаємодія між зарядами відбувається миттєво, виявлялася хибними і не витримала перевірки часом. Сучасний погляд опирається на підтвердженні багатьма дослідниками доказів про кінцеву швидкість, з якою передається взаємодія. Така теорія /теорія близькодії/ ґрунтується на тому, що взаємодія відбувається через особливе матеріальне середовище - електричне поле, яке поширюється в просторі із швидкістю світла.

Електростатичне поле - це складові частини загального електромагнітного поля, що створюється нерухомими зарядами і діє на будь-який заряд, розташований у ньому. Тобто таке поле завжди існує навколо нерухомих зарядів чи системи зарядів.

Електростатичне поле описують за допомогою двох характеристик: напруженості і потенціалу цього поля. **Напруженість електростатичного поля** - це силова /а значить, векторна/ характеристика поля, що рівна тій силі, яка діє на одиничний позитивний заряд, розташований у даній точці цього поля:

$$\vec{E}_{st} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Якщо дану формулу використовувати для практичного визначення напруженості, то визначений як q_0 заряд повинен бути позитивним (дуже малим за величиною /таж зважати пробний заряд/, щоб не спотворити картину поля, яке досліджується, за рахунок власного). Наприклад, для точкового заряду q на відстані r від нього розрахують напруженість, розмістивши в цій точці /рисунок/ пробний заряд q_0 . Тоді, згідно з визначенням напруженості і законом Кулона, матимемо:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Тобто, напрям \vec{E} збігається з радіус-вектором $\frac{\vec{r}}{r}$, а величина $|\vec{E}|$ залежить лише від заряду q і відстані до нього /поле сферично-симетричне/.

Одиницею вимірювання напруженості E є В/м. Справді,

$$1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{Кл} \cdot \text{м} = 1 \text{ Дж} / \text{Кл} \cdot \text{м} = 1 \text{ В/м}$$

Для графічного зображення картини поля, що оточує заряд чи систему зарядів, використовують **силові лінії /або лінії напруженості/** електростатичного поля, дотичні до яких у кожній точці збігаються з вектором \vec{E} , а їх густина характеризує модуль $|\vec{E}|$. Найпростіша картина - в точкових зарядів, у чому можна впевнитись, звертаючи увагу на рисунки.

Силові лінії завжди беруть початок на позитивних зарядах і закінчуються на негативних. Складнішою є картина поля системи зарядів. Визначаючи її, можна скористатися **принципом суперпозиції електричних полів**: напруженість електростатичного поля системи зарядів дорівнює

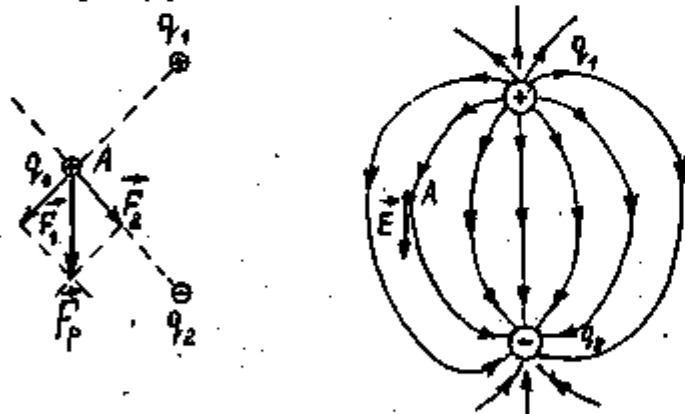
* Далі замість \vec{E}_{st} будемо писати просто E , маючи на увазі поле нерухомих зарядів.



геометричні суми напруженостей, створених у цій точці поля всіма точковими зарядами системи окремо:

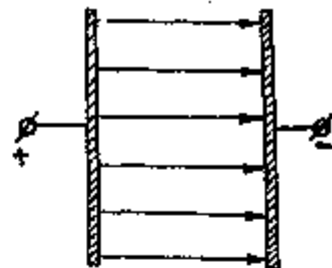
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_p}{q_0} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{q_0} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

де \vec{F}_p - рівнодія всіх сил, що діють на пробний заряд у даній точці поля з боку окремих зарядів системи. На наступному рисунку наведено приклад картан силових ліній для системи двох точкових рівновеликих зарядів, різних за знаками.



Окремим, але важливим випадком електростатичного поля є однорідне. Це таке поле, в якого величина й напрям вектора напруженості E однакові в кожній точці поля, тобто $E = const$. Воно, наприклад, виникає в плоскому зарядженому конденсаторі.

Картан силових ліній однорідного поля має вигляд паралельних прямих. Причому завжди, якщо лінії прями і паралельні, то їх густина однакова /це можна довести/



Теорема Остроградського - Гаусса. Введемо поняття потіку вектора напруженості електростатичного поля. За визначенням, потік $d\Phi_E$ через елементарну поверхню dS силових ліній електростатичного поля може бути обчислений як скалярний добуток вектора напруженості E на елемент цієї поверхні dS :

$$d\Phi_E = (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E dS \cos(\vec{E}, \vec{n}),$$

де \vec{n} - одиничний вектор нормалі до поверхні dS . Потік через поверхню значних розмірів S , уздовж якої значення E змінюється, обчислюється як поверхневий інтеграл:

$$\Phi_E = \int_S E dS \cos(\vec{E}, \vec{n}) = \int_S E_n dS,$$

де E_n - нормальна складова вектора напруженості. Якщо поверхня замкнена, то це підкреслюють записом вигляду Φ_E .

У теоремі Остроградського - Гаусса доводиться таке твердження: потік вектора напруженості електростатичного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі електричних зарядів, обмежених цією поверхню, поділеній на $\epsilon \epsilon_0$.

$$\Phi_E = \oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i.$$

Це твердження легко довести, воно не потребує нових знань про електростатичне поле, а є узагальненням відомих властивостей цього поля. Використовується ця теорема для розрахунку напруженості E

ометом зарядів з певною симетрією. Наприклад, для точкового заряду q потік через сферичну поверхню радіуса r з центром у точці розміщення заряду буде

$$\Phi_E = \oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E(r) \oint_{4\pi r^2} dS = 4\pi r^2 E(r)$$

І, згідно з теоремою Остроградського - Гаусса,

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0},$$

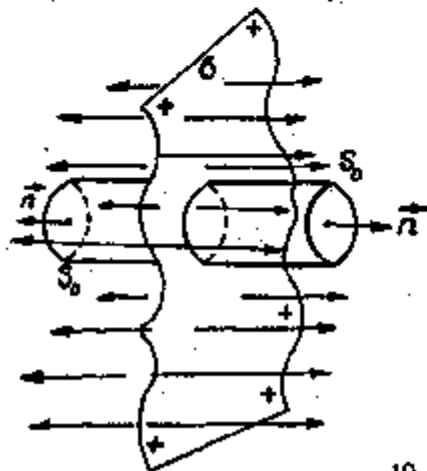
звідки $E(r) = q / 4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2$, що збігається з напруженістю, обчисленою за визначенням.

Зазначимо, що аналогічна теорема може бути сформульована і доведена для вектора електричного зміщення \vec{D} / інаудіції електричного поля. Це не є якоюсь новою характеристикою поля. На відміну від напруженості \vec{E} величину \vec{D} створюють лише вільні електричні заряди. Зв'язок між \vec{E} і \vec{D} дуже простий: $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, звідки математичний запис теореми Остроградського - Гаусса стосовно вектора електричного зміщення такий:

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \sum_{i=1}^N q_i.$$

Наведемо приклади використання цієї теореми для обчислення напруженості полів.

1. Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини з поверхневою густиною зарядів $\sigma = dq/dS$. Вибравши, як показано на рисунку, за поверхню інтегрування S поверхню симетрично розміщеного циліндра перерізом S_0 , маємо:



$$\begin{aligned} \Phi_E &= \oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \\ &= \int_{S_{\text{ліва}}} E dS \cos \hat{0}(\vec{E}, \vec{n}) + \\ &+ 2 \int_{S_0} E dS \cos \hat{90}(\vec{E}, \vec{n}) = \\ &= 2ES_0. \end{aligned}$$

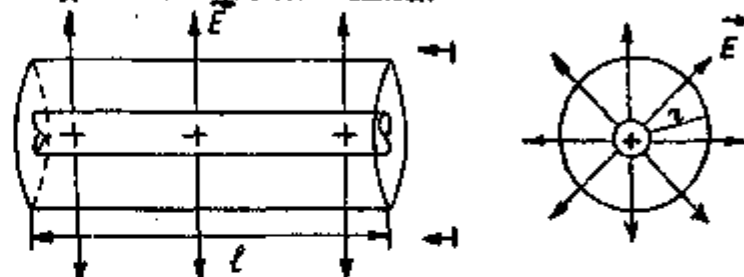
Згідно з теоремою Остроградського - Гаусса

$$2ES_0 = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\sigma S_0}{\epsilon \epsilon_0}.$$

Звідки

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}.$$

2. Поле нескінченного проводу з заданою лінійною густиною заряду $\gamma = dq/dl$. Враховуючи симетрію і нескінченну протяжність проводу, картина напруженості матиме такий вигляд:



Вдаючись вибраною поверхнею інтегрування, враховуючи симетрію поля, буде поверхня циліндра довжиною l і радіусом r , розміщеного вздовж проводу. Тоді

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \int_{S_{\text{ліва}}} E dS \cos \hat{180}(\vec{E}, \vec{n}) + 2 \int_{S_0} E dS \cos \hat{0}(\vec{E}, \vec{n}) = \\ &= E S_{\text{ліва}} = E 2\pi r l = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\gamma l}{\epsilon \epsilon_0}. \end{aligned}$$

Звідки

$$E = \frac{\gamma}{2\pi \epsilon \epsilon_0 r}.$$

Інші випадки будуть розглянуті у вигляді окремих задач на практичних заняттях.

Потенціал електростатичного поля.

Потенціал - енергетична / скалярна / характеристика електростатичного поля, що визначається потенціальною енергією одиничного позитивного заряду, розміщеного в даній точці поля:

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0}$$

Практичне використання цієї формули утруднене невизначеністю потенціальної енергії. Якщо зумовити вибір нуля потенціальної енергії за нескінченності, то обґрунтовано відсутність взаємодії зарядів при $r \Rightarrow \infty$, а також згадати з механіки теорему про потенціальну енергію, яку можна визначити тільки з точністю до сталої величини, то отримаємо практичне визначення:

Потенціал у даній точці поля $\varphi(r)$ чисельно дорівнює роботі сил поля по переміщенню одиничного позитивного заряду з даної точки поля в нескінченність:

$$\varphi(r) = \frac{A_{r\infty}}{q_0}$$

Різниця потенціалів між двома точками 1 і 2 поля визначатимемо роботою сил цього поля по переміщенню одиничного позитивного заряду між ними:

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Відповідно до визначення потенціалу за одиницю його вимірювання прийнято 1 В / вольт / . 1 В = 1 Дж / 1 Кл.

Наприклад, знайдемо потенціал поля точкового позитивного заряду q на відстані R від нього. Для цього, згідно з визначенням, помістимо в точку R позитивний пробний заряд q_0 і визначимо роботу сил кулонівського відстохування зарядів уздовж радіуса r ($r \Rightarrow \infty$):

$$A_{R\infty} = \int_R^{\infty} (\vec{F}_K \cdot d\vec{r}) = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right)_R^{\infty} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

Звідки $\varphi_R = \frac{A_{R\infty}}{q_0} = q / 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$, тобто потенціал залежить від відстані і величини заряду, а також діелектричних властивостей середовища.

Різниця потенціалів між двома точками 1 і 2 поблизу точкового заряду буде відповідно

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{A_{12}}{q_0} = \frac{A_{r_1\infty} - A_{r_2\infty}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Звернемо увагу, що різниця потенціалів не залежить від форми траєкторії, а визначається лише кінцевими положеннями в полі.

Нагадаємо, що таку властивість мають **потенціальні поля** - тобто такі, робота сил яких не залежить від форми траєкторії. До таких полів можна віднести гравітаційне поле і, як бачимо, електростатичне. **Електростатичне поле - потенціальне.**

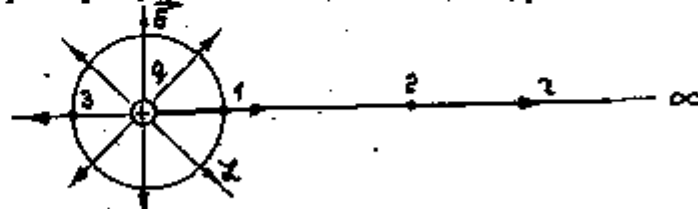
Теорема про циркуляцію.

Важливим узагальненням потенціальності електростатичного поля є твердження, яке легко довести, що робота сил поля за довільною замкненою траєкторією точно дорівнює нулю:

$$A_0 = \oint_C (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = q \Delta\varphi \equiv 0,$$

бо різниця потенціалів $\Delta\varphi = \varphi_{поч} - \varphi_{кін} \equiv 0$, оскільки початкова і кінцева точки збігаються.

Для більшої зрозумілості виконайте доведення для двох простих довільних траєкторій 1-2 - ∞ - 2-1 і 1-3-1 / коло /, показаних на рисунку.



Враховуючи, що в кожній точці поля сила робота

$$A_a = q_0 \oint_{\mathcal{L}} (\vec{E} \cdot d\vec{\mathcal{L}}) \equiv 0,$$

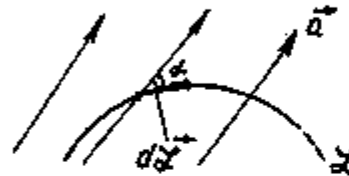
звідки

$$\oint_{\mathcal{L}} (\vec{E} \cdot d\vec{\mathcal{L}}) = 0.$$

Цей запис потенціальності електростатичного поля використаний Максвеллом при складанні системи рівнянь електродинаміки.

Введемо навіть нове поняття - циркуляція вектора напруженості \vec{E} .

Що циркуляцією будь-якої векторної характеристики \vec{a} певного поля розуміють інтеграл за замкненим контуром \mathcal{L} від скалярного добутку вектора \vec{a} на елемент довжини контура $d\vec{\mathcal{L}}$



$$\oint_{\mathcal{L}} (\vec{a} \cdot d\vec{\mathcal{L}}) = \oint_{\mathcal{L}} a d\mathcal{L} \cos(\hat{a}, \hat{d\mathcal{L}}) = \oint_{\mathcal{L}} a d\mathcal{L} \cos \alpha.$$

Таким чином, для електростатичного поля циркуляція вектора напруженості електростатичного поля вздовж довільного замкненого контура точно дорівнює нулю.

Поки, циркуляція вектора напруженості яким то чином дорівнює нулю, не означає потенціальності.

Аддитивність потенціалу.

Потенціал поля, створеного скінченною кількістю зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створених у цій точці кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i.$$

Еквіпотенціальні поверхні.

Графічна зображення карти електростатичного поля можна відтворити за допомогою системи еквіпотенціальних поверхонь, тобто таких просторових поверхонь, що в кожній точці даної поверхні потенціал поля φ має однакове значення: $\varphi(r) = \text{const}$.

Для прикладу розглянемо найпростіший випадок точкового заряду q :

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} = \text{const},$$

тобто $r = \text{const}$. Таким чином, еквіпотенціальними поверхнями точкового заряду є концентричні сфери з центром у точці розміщення заряду /рисуюнок/.

Між сферою ліній /вектором \vec{E} / і еквіпотенціальною поверхнею завжди кут 90° /довести/



Зв'язок між напруженістю й потенціалом.

Розглянемо область однорідного поля /поля плоского конденсатора/ і визначимо роботу щодо перенесення дробного заряду q_0 між точками 1 і 2 двома різними способами.

По-перше, роботу A_{12} щодо перенесення заряду q_0 знайдемо за формулою механіки як скалярний добуток сили на переміщення:

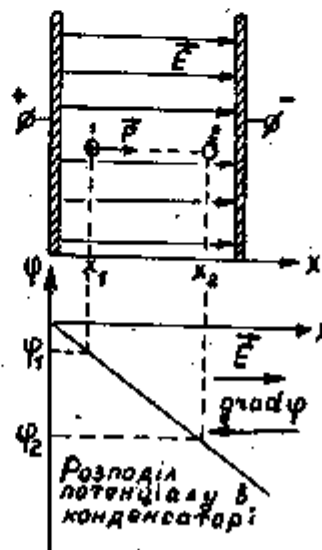
$$\begin{aligned} A_{12} &= (\vec{F} \cdot \Delta\vec{x}) = q_0 (\vec{E} \cdot \Delta\vec{x}) = \\ &= q_0 E (x_2 - x_1) \cos(\hat{E}, \hat{\Delta x}) = \\ &= q_0 E (x_2 - x_1). \end{aligned}$$

По-друге, за означенням різниці потенціалів, $\Delta\varphi_{12} = A_{12}/q_0$, звідки

$$A_{12} = q_0 \Delta\varphi_{12} = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Визначити різним способом значення роботи повинні збігатися за значенням:

$$q_0 E (x_2 - x_1) = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2).$$



Тобто

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{x_2 - x_1} = - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{x_2 - x_1} = - \frac{\Delta \varphi}{\Delta x}$$

Тамим чином, напруженість поля чисельно дорівнює зміні потенціалу на одиниці довжини. Знак "-" вказує на те, що напруженість орієнтована в напрямі спаду потенціалу /внизій градиенту/.

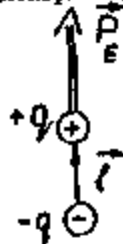
У найзагальнішому вигляді зв'язок між \vec{E} і φ може бути поданий через поняття градієнта:

$$\vec{E} = - \text{grad} \varphi,$$

де оператор $\text{grad} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орти декартової системи координат; $\frac{\partial}{\partial x}, \dots$ - часткові похідні.

Електричний диполь.



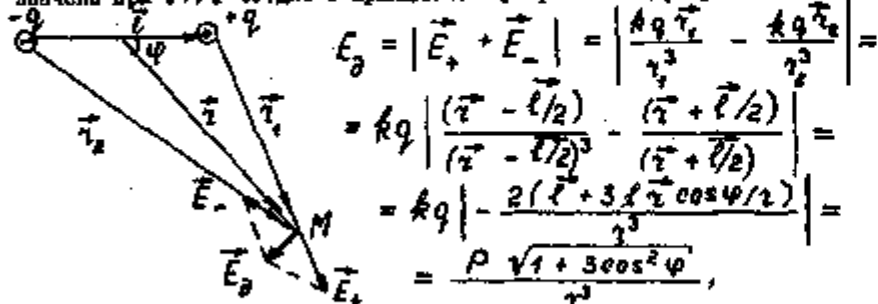
Електричним диполем називають систему двох близько розміщених різноіменних і однакових за величиною електричних зарядів.

Відстань між різноіменними зарядами $|\vec{l}|$ називають плечем диполя. За визначенням, дипольним моментом \vec{P}_E називають добуток абсолютної величини заряду q на вектор \vec{l} :

$$\vec{P}_E = q \vec{l}.$$

Напрямок вектора \vec{P}_E збігається з напрямом \vec{l} .

Особливістю диполя є його нейтральність, але напруженість поля поблизу нього не дорівнює нулеві, швидко ослаблячи при віддаленні від нього. Так, напруженість поля E_D в довільній точці простору M , визначена при $r \gg l$ згідно з принципом суперпозиції /рисунок/:



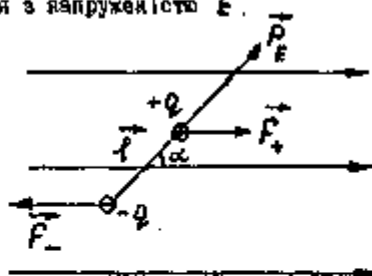
$$\begin{aligned} E_D &= |\vec{E}_+ + \vec{E}_-| = \left| \frac{kq\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{kq\vec{r}_2}{r_2^3} \right| = \\ &= kq \left| \frac{(\vec{r} - \vec{l}/2)}{(\vec{r} - \vec{l}/2)^3} - \frac{(\vec{r} + \vec{l}/2)}{(\vec{r} + \vec{l}/2)^3} \right| = \\ &= kq \left| -\frac{2(\vec{r} + 3\vec{l}\cos\varphi/2)}{r^3} \right| = \\ &= \frac{P \sqrt{1 + 3\cos^2\varphi}}{r^3}, \end{aligned}$$

тобто спадє обернено пропорційно кубу відстані і залежить від кута φ між віссю диполя і напрямом на вибрану точку в просторі.

Як поводитися такий диполь, потрапивши в електричне поле? Розглянемо спочатку випадок однорідного поля з напруженістю \vec{E} .

З рисунка видно, що на диполь діє пара сил \vec{F}_+ і \vec{F}_- , які по-вертають його і орієнтують момент \vec{P}_E уздовж поля.

Ці сили однакові: $|\vec{F}_+| = |\vec{F}_-| = qE$. Тому їх результуюча дорівнює нулю. Переміщення вздовж поля ці сили не викликають.



Обертальний момент, що орієнтує диполь по полю,

$$M = (F_+ \cdot \frac{l}{2} + F_- \cdot \frac{l}{2}) \sin\alpha = qEl \sin\alpha$$

або у векторній формі $\vec{M} = [\vec{P}_E \times \vec{E}]$.

Момент M може дорівнювати нулю /диполь знаходиться в рівновазі/ при кутах $\alpha = 0$ і $\alpha = \pi$. У випадку $\alpha = 0$ (\vec{P}_E збігається з напрямом напруженості \vec{E}) рівновага стійка. При $\alpha = \pi$ (\vec{P}_E і \vec{E} антипаралельні) рівновага нестійка.

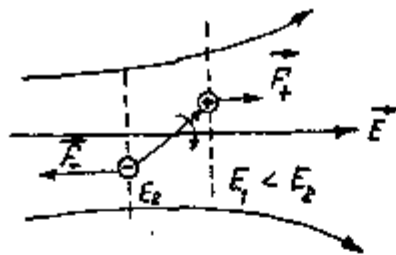
Диполь в електричному полі має потенціальну енергію. Нульовій потенціальній енергії відповідає таке положення диполя, при якому \vec{P}_E орієнтований перпендикулярно до силових ліній поля, то однакові за величиною, але різноіменні заряди диполя знаходяться в точках з однаковими потенціалами. Тоді за довільним поворотом дипольного моменту \vec{P}_E потенціальна енергія

$$W_n = q_+ \varphi_+ + q_- \varphi_- = q \Delta \varphi = qEl \cos\alpha,$$

де φ_+, φ_- - потенціали точок, в яких знаходяться позитивний і негативний заряди відповідно. В загальній формі, використовуючи скалярний добуток, $W_n = -(\vec{P}_E \cdot \vec{E})$.

У випадку неоднорідного поля диполь, по-перше, обертається в полі до положення стійкої рівноваги і, по-друге, втягується в область слабшого поля (тому, що $|\vec{F}_-| > |\vec{F}_+|$, $\sum \vec{F} \neq 0$). Витягує сила з боку поля спрямована в напрямі зменшення потенціальної енергії.

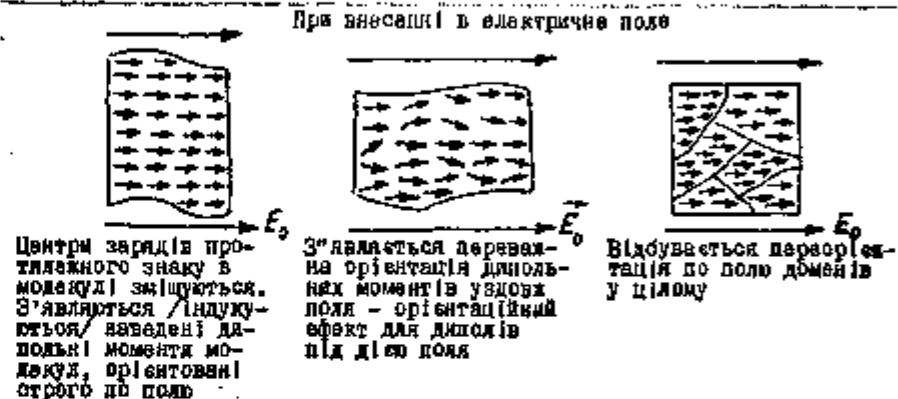
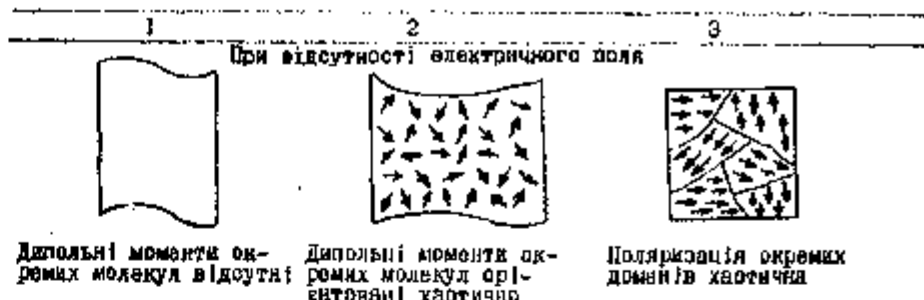
Як і в механіці, $\vec{F} = -\text{grad} W_n$ або $\vec{F} = \text{grad}(\vec{P}_E \cdot \vec{E})$.



Поляризація діелектриків.

Діелектрики - речовини, що не мають вільних носіїв заряду і тому не проводять електричного струму, - поділяють на **полярні** і **неполярні**. В свою чергу серед полярних діелектриків виділяють окрему групу - **сегнетоелектрики**. Розглянемо, на чому ґрунтується такий розподіл, дамо короткий характеристичний опис цим групам матеріалів у вигляді порівняльної таблиці. Водночас з таблиці мають стати зрозумілими процеси в діелектриках при взаємодії їх із зовнішнім електростатичним полем.

Неполярні діелектрики	Полярні діелектрики	Сегнетоелектрики
1	2	3
<p>Речовини, молекули яких при відсутності електричного поля не мають дипольного моменту: $\vec{E}_0 = 0, \vec{P} = 0$.</p> <p>Такі молекули мають центри, до збігаються позитивного й негативного заряду, тобто мають леву симетрію. Наприклад, газ O_2, N_2, \dots. До неполярних належать і іонні кристали</p> <p>Схематично зображена молекула кисню O_2</p>	<p>Речовини, молекули яких мають не нульовий дипольний момент, навіть при відсутності електричного поля: $\vec{E}_0 = 0, \vec{P} \neq 0$.</p> <p>Ці молекули з осесиметричним розподілом зарядів у об'єкті молекули, центри позитивного і негативного зарядів зміщені. Наприклад, CO, NH_3, H_2O</p> <p>Схематично молекула води</p>	<p>Особлива група полярних діелектриків, у яких за рахунок наявності значного дипольного моменту молекули: $\vec{E}_0 = 0, \vec{P} \neq 0$</p> <p>і взаємодії осесиметричних дипольних моментів виявляють області /домени/ з спонтанною полярністю. Тобто в межах домена дипольні моменти молекули мають однакову орієнтацію:</p> <p>До сегнетоелектриків належать сегнетова сіль /дала назву всієї групи/ кварц, титанат барію $BaTiO_3$</p>



Таким чином, незалежно від того, індукційний чи орієнтаційний механізм, покладений в основу виникнення наведеного поля \vec{E}' , це поле завжди орієнтоване проти зовнішнього і послабляє його. В законі Кулона цей факт врахований введенням діелектричної проникності ϵ , яку можна подати як відношення напруженості поля у вакуумі \vec{E}_0 до поля в діелектрику $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$:

$$\epsilon = \frac{\vec{E}_0}{\vec{E}}$$

тобто ϵ показує, в скільки разів поле у вакуумі перевищує поле в середовищі.

Більш строго ефекту поляризації розглядають з допомогою поняття поляризованості \vec{P} - кількісної характеристики поляризації діелектрика, що визначається результуючим дипольним моментом одиниці об'єму діелектрика /а значить, усіх молекул, що входять в одиницю об'єму/:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_{Ei}}{V}$$

Для більшості діелектриків /крім сегнетоелектриків/ у слабких полях поляризованість пропорційна напруженості поля всередині діелектрика \vec{E} :

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

де χ - діелектрична оприйнятливість речовини. Легко довести, що результуючий дипольний момент усіх молекул одиниці об'єму, тобто \vec{P} , чисельно дорівнює поверхневій густині наведеного заряду σ' :

$$P = \frac{q'L}{V} = \frac{q'L}{SL} = \sigma'$$

де q'_+ - повний наведений заряд на бічній поверхні S діелектрика. Тоді поле в діелектрику

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_0 + \vec{E}'| = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E_0 - \chi \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 - \chi E.$$

Звідси $E = E_0 / (1 + \chi)$, або $\epsilon = 1 + \chi$.

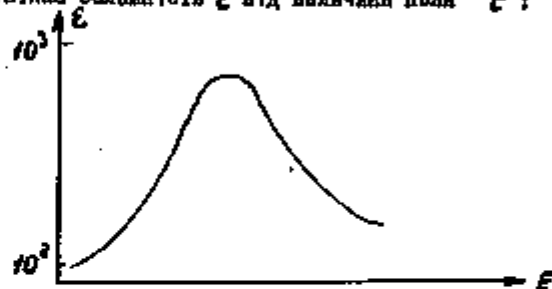
До речі, введений раніше вектор електричного зміщення $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ справді не залежить від властивостей середовища.

Так, у вакуумі $\epsilon = 1$ і $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$, а в середовищі $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E_0}{\epsilon} = \epsilon_0 \vec{E}_0$.

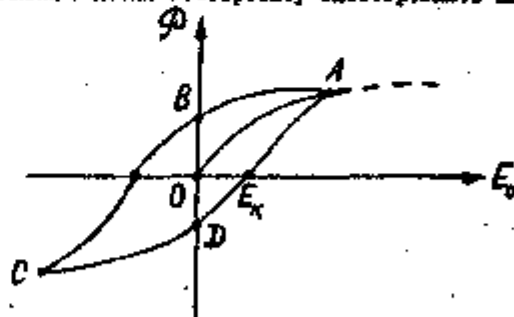
Сегнетоелектрики. | Спонтанна поляризованість сегнетоелектриків обумовлює їх особливі властивості, які експериментально дослідили І.В.Курчатова і П.Д.Кобзаря в 1931 році.

1. Діелектрична проникність $\epsilon \sim 10^3 \dots 10^4$ /у звичайних діелектриках $\epsilon < 80$ /.

2. Нелінійна залежність ϵ від величини поля E :



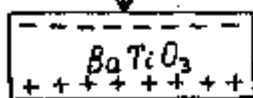
3. Наявність явища зниження поляризованості і явища гістерезису /зализовання/. Петля гістерезису спостерігають на графіку Φ ABCDA.



На рисунку OB - залишкова поляризованість, OE_x - координатна ося, тобто та напруженість зовнішнього поля, що потрібна для ліквідації залишкової поляризованості.

4. Наявність точки Кюрі - температура, вище від якої сегнетоелектрик втрачає свої властивості і стає звичайним діелектриком.

До повільних властивостей сегнетоелектриків належать спеціальні електро-механічні явища - п'єзо ефект, що зводиться до появи електричної поляризації при механічних деформаціях /прямій/ і появи механічних деформацій при поляризації /зворотній/.



↑ Механічна деформація

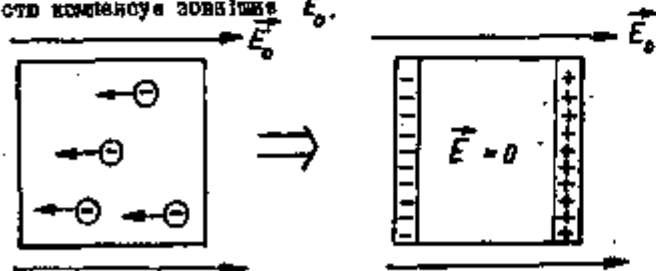
Ці явища знаходять широке використання: механоселектричні перетворювачі /в газових запальниках, звукознімачах/, датчики механічних зусиль, генератори ультразвуку тощо.

Виходячи із спонтанної поляризації легко пояснити всі властивості сегнетоелектриків. Наприклад, підвищення температури за рахунок інтенсивного руху молекул може порушити спонтанну поляризацію /точка Кюрі/.

Провідники в електростатичному полі.

Наявність у провідниках великої кількості вільних носіїв заряду /електронів/ зумовлює відмінність явища поляризації від діелектриків. При внесенні провідника в електричне поле E_0 відбувається переміщення електронів під дією сил поля доти, поки не настає рівновага - тобто, коли результуюче поле в провіднику не стане дорівнювати нулю. Як і в діелектрику, на границях при цьому з'являються наведені надлишкові заряди, що створюють внутрішнє поле E' , яке повністю компенсує зовнішнє E_0 .

обувається переміщення електронів під дією сил поля доти, поки не настає рівновага - тобто, коли результуюче поле в провіднику не стане дорівнювати нулю. Як і в діелектрику, на границях при цьому з'являються наведені надлишкові заряди, що створюють внутрішнє поле E' , яке повністю компенсує зовнішнє E_0 .



22

Надлишковий заряд у провіднику, як і наведені заряди в діелектрику, завжди знаходяться в дуже тонкому поверхневому шарі /товщиною в мілітому відстань/, що легко довести, застосувавши теорему Гауса - Остроградського до будь-якого малого об'єму провідника і врахувавши, що напруженість у ньому тотально дорівнює нулеві ($E = 0$). Тобто в провіднику матимемо справу тільки з поверхневими зарядами.

Якщо згадати зв'язок напруженості з потенціалом ($E = -grad\varphi$), то в умови $E = 0$ випливає $\varphi = const$. Таким чином, увесь провідник, включаючи і його поверхню, має однаковий потенціал. Провідник - екіпотенціальна поверхня, і поле поблизу провідника завжди спрямоване перпендикулярно до його поверхні.

Комбінацію електростатичного поля в провідниках використовувати для отворення електростатичних екранів.

Електроємність провідника і конденсатора.

Характеристикою здатності провідника накопичувати на своїй поверхні заряди є ємність провідника. Під електроємністю ізольованого провідника розумітимемо величину C , що чисельно дорівнює тому заряду, який треба надати провіднику, щоб змінити потенціал його поверхні на одиницю:

$$C = \frac{dq}{d\varphi}$$

Одиницею є 1 Ф /фарад/ , тобто ємність такого провідника, надання якому заряду в 1 Кл змінює потенціал поверхні на 1 В : $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В}$. Для сферичного провідника радіусом R , що знаходиться в середовищі з діелектричною проникністю ϵ , за визначенням

$$C = \frac{dq}{d\varphi} = \frac{dq}{\frac{dq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$$

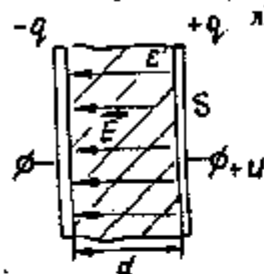
Ємність окремих тіл невелика. Наприклад, у Землі $C = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ Ф} = 0,64 \text{ нФ}$.

На практиці використовують системи провідників, які, крім ємності окремих тіл, мають рідкову електроємність. Найчастіше розглядається система двох провідників, розділених діелектриком, - конденсатор.

Взаємна електроємність провідників /або ємність конденсатора/ чисельно дорівнює тому заряду, який потрібно перевести з одного провідника на інший, щоб змінити різницю потенціалів між провідниками на одиницю:

$$C = \frac{q}{U}$$

Для плоского конденсатора з поверхнею пластин S , відстанню між ними d і діелектриком з проникністю ϵ електроємність можна обчислити за його параметрами:



$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{E d} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} d} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

Таким чином, збільшуючи значення S і зменшуючи d , можна отримати конденсатори з великими ємностями.

Вивести формули для обчислення ємності послідовного й паралельного з'єднання конденсаторів.

$$\phi \text{---} \left[\begin{array}{c} C_1 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} C_2 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right] \dots \left[\begin{array}{c} C_n \\ | \\ \text{---} \end{array} \right] \phi \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

$$\begin{array}{c} \phi \\ | \\ \left[\begin{array}{c} C_1 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} C_2 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right] \dots \left[\begin{array}{c} C_n \\ | \\ \text{---} \end{array} \right] \\ | \\ \phi \end{array} \quad C = C_1 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i$$

Енергія електричного поля.

Конденсатор є нейтральною системою /сумарний заряд двох пластин дорівнює нулю/. Але перенесення заряду з однієї пластини на іншу потребує певних витрат. Обчислюємо ту роботу, яку потрібно виконати зовнішньому джерелу для того, щоб змінити заряд пластин відповідно до $+q$ і $-q$. Для цього вгадаймо, що елементарна робота dA переносу заряду dq між пластинками, різниці потенціалів між якими U , буде

$$dA = dq U,$$

де напруга U зв'язана з величиною рівно перенесеного заряду q через ємність конденсатора $U = q/C$.

Проінтегрувавши, маємо:

$$A = \int_0^q U dq = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Виконана робота змінює енергію системи. У даному випадку перерозподіл заряду утворив появу електричного поля, тобто енергія системи збільшується на значення енергії електричного поля, що виникло в конденсаторі /але не можна сказати, що це енергія взаємодії зарядів конденсатора!/.
Таким чином, енергія поля зарядженого конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Об'єму густоту енергії електростатичного поля w можна обчислити, взявши до уваги, що поле в конденсаторі однорідне й розподілене між обкладками. Тоді

$$w = \frac{W}{V} = \frac{CU^2 d}{2Sd} = \frac{U^2}{d^2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S d}{2dS} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}$$

Якщо відома напруженість поля в кожній точці, то повну енергію електричного поля системи зарядів знаходять інтегруванням за всім об'ємом, зайнятим полем:

$$W = \int_V w dV = \frac{\epsilon \epsilon_0}{2} \int_V E^2 dV.$$

Легко бачити, що повна енергія поля є завжди величиною додатною, оскільки $E^2 \geq 0$.

На відміну від повної енергії поля, енергія взаємодії окремих зарядів може бути як додатною, так і від'ємною. Розглянемо систему двох зарядів q_1 і q_2 , що знаходяться на відстані r_{12} . Потенціальну енергію взаємодії, як завжди, знайдемо через роботу подороження зарядів на нескінченність. Провівши обчислення, виявляємо, що W при визначенні потенціалу, маємо:

$$W_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r_{12}}$$

Видно, що у випадку різноіменних зарядів W_{12} від'ємна. Щоб не звикло непорозуміти, підкреслимо, що крім енергії взаємодії між на-

ряцями кожен з них має власну енергію, затречану зовнішніми джерелами на отворення цих зарядів. А власна енергія зарядженого тіла, як енергій зарядженого конденсатора, є

$$W_{11} = \frac{q_1 \varphi_1}{2}; \quad W_{22} = \frac{q_2 \varphi_2}{2},$$

де φ_1 і φ_2 - потенціали їх поверхонь, задані власними зарядами. Легко бачити, що W_{11} і W_{22} завжди додатні, причому їх сума разом з енергією взаємодії W_{12} і становить повну енергію електричного поля системи зарядів і також більша від нуля.

Постійний електричний струм, умови його існування. Сила і щільність струму. Сторонні сили. ВРС джерела струму. Закон Ома в інтегральній і диференціальній формах.

Правила Кірхгофа і їх використання. Опір провідників, лінійний опір.

Робота і потужність струму. Закон Джоуля - Ленца.

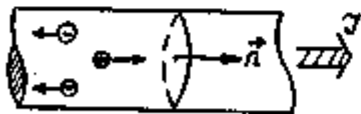
ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Електричний струм і його характеристики.

Електричний струмом називають впорядковане переміщення електричних зарядів.

У цій темі матимемо на увазі струми провідності. Струмом провідності називають впорядкований рух вільних зарядів. На відміну від них існують струми за рахунок переміщення заряджених тіл - конвективні струми.

За напрям струму прийнято напрям руху позитивних зарядів.



Основні кількісні характеристики струму.

Сила струму - скалярна характеристика, чисельно дорівнює тій кількості електрики, що протікає через поперечний переріз

$$I = \frac{dq}{dt}$$

26

Сила струму вимірюється в амперах /А/. І А - це така сила постійного електричного струму, який, будучи пропущений по двох нескінченно довгих провідниках малого перерізу, розміщених у вакуумі на відстані 1 м один від одного, спричиняє взаємодію між ними $2 \cdot 10^{-7}$ Н/м. В СІ І А разом з кілограмом /кг/, метром /м/ і секундою /с/ становить базу одиниць величин системи.

Щільність струму - векторна характеристика струму, дорівнює тому заряду, що протікає через одиничний переріз провідника за одиницю часу перпендикулярно до перерізу

$$\vec{j} = \frac{d^2q}{dt dS} \vec{n} = \frac{dI}{dS} \vec{n},$$

де \vec{n} - одиничний вектор нормалі до поверхні S перерізу провідника.

Постійним електричним струмом називають такий, значення і напрям якого не змінюється з часом, тобто $\vec{j} = const$.

Для отворення постійного струму в практичному плані повинно існувати замкнене провідне коло з джерелом струму. В зовнішній частині кола протікання зарядів протилежного знака відбувається в напрямі їх компенсації /рекомбінації/. У внутрішній частині - за рахунок сторонніх сил відбувається розподіл різноіменних зарядів.

Різноманітні заряди розподіляються в джерелі струму, тобто пристрій, в якому повинні діяти сили не кулонівського походження /сторонні сили/. Природа цих сторонніх сил може бути різною. Це хімічні процеси в гальванічних елементах, механічна робота щодо обертання якоря в генераторах постійного струму тощо. За рахунок сторонніх сил всередині джерела струму заряди рухаються проти сил кулонівського поля \vec{E}_K , що виникли за рахунок розподілу заряду, тобто позитивні заряди рухаються до позитивно зарядженого електрода, негативні - до зарядженого негативно.

Таким чином, у колі постійного струму разом з напруженістю поля \vec{E}_K кулонівських сил присутня напруженість поля сторонніх сил



$\vec{E}_{ст}$, яку можна ввести, за аналогією, як ту силу, що діє в бік сторонніх сил на одиничний позитивний заряд у колі:

$$\vec{E}_{ст} = \frac{\vec{F}_{ст}}{q_0}$$

А результуюча сила, що діє на заряд у колі постійного струму:

$$\vec{F} = \vec{F}_K + \vec{F}_{ст} = q_0 (\vec{E}_K + \vec{E}_{ст}) = q_0 \vec{E}$$

Якщо напруженість результуючого поля \vec{E} в провіднику буде дорівнювати нулю, то /згадаймо електростатику! /настане рівновага, переміщення зарядів відсутнє, струм не протікає.

Таким чином, умовами існування постійного струму в провідності будуть такі: наявність вільних носіїв заряду в кожній ділянці кола і відмінність від нуля напруженості поля ($\vec{E} \neq 0$).

Закон Ома.

Введемо деякі нові поняття, що використовуються в цій темі. ВРС джерела струму \mathcal{E} - фізична величина, що визначається роботою сторонніх сил щодо переміщення одиничного позитивного заряду вздовж кола

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q_0}$$

де $A_{ст} = q_0 \oint_{\vec{x}} (\vec{E}_{ст} \cdot d\vec{x})$. Інтегрування ведеться вздовж провідного кола. Тобто ВРС у колі в циркуляції вектора напруженості сторонніх сил

$$\mathcal{E} = \oint_{\vec{x}} (\vec{E}_{ст} \cdot d\vec{x})$$

На ділянці кола між довільними точками 1 і 2 ВРС

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст12}}{q_0} = \int_1^2 (\vec{E}_{ст} \cdot d\vec{x})$$

Напругою U на ділянці кола називають фізичну величину, що визначається сумарною роботою кулонівських і сторонніх сил щодо пере-

міщення одиничного позитивного заряду вздовж цієї ділянки кола

$$U_{12} = \frac{A_{ст12} + A_{K12}}{q_0} = \mathcal{E}_{12} + \varphi_1 - \varphi_2$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{K12}}{q_0}$ - за визначенням різниці потенціалів. Стримана така формула, що зв'язує поняття напруги, ВРС і різниці потенціалів для неоднорідної ділянки кола. Неоднорідною ділянкою кола називають таку, що має в своєму складі джерело струму, тобто в якій присутні сторонні сили.

Для однорідної ділянки кола /тобто провідника, що не утримує ВРС/ німецький фізик Г.Ом установив, що сила струму \mathcal{I} пропорційна напрузі U на кінцях цього провідника /закон Ома для однорідної ділянки кола/:

$$\mathcal{I} = \frac{U}{R}$$

Введений Омим коефіцієнт R или носить назву електричного опору ділянки кола і вимірюється в омах. 1 Ом - це опір такого провідника, по якому протікає струм в 1 А при напрузі на кінцях в 1 В.

Якщо коло замкнене, то потенціали φ_1 і φ_2 на кінцях кола збігаються ($\varphi_1 = \varphi_2$). У випадку замкненого кола

$$U = \mathcal{E}; \quad U = \mathcal{I}R; \quad \mathcal{I}R = \mathcal{E}$$

де R - повний опір усіх ділянок кола, тобто опір зовнішньої R_3 і опір внутрішньої r /джерела струму/ ділянок. Тобто сила струму в замкненому колі пропорційна ВРС, що діє в колі, і обернено пропорційна повному опору кола /закон Ома для замкненого кола/:

$$\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + r}$$

Згадані закони зв'язують інтегральні характеристики в колі: силу струму $\mathcal{I} = \int (\vec{j} \cdot d\vec{S})$, напругу $U = \int (\vec{E} \cdot d\vec{x})$, ВРС $\mathcal{E} = \int (\vec{E}_{ст} \cdot d\vec{x})$ і тому носять назву законів Ома в інтегральній формі. Відповідно до цього, шільність струму $\vec{j} = \frac{d\mathcal{I}}{dS} \cdot \vec{n}$ і напруженість поля в провіднику $\vec{E} = \frac{dU}{d\vec{x}} \cdot \vec{n}$ є диференціальними характеристиками. Встановимо зв'язок між ними.

З дослідів відомо, що опір провідників постійного перерізу залежить від матеріалу провідника, його довжини і перерізу:

$$R = \rho \frac{d\ell}{S}$$

де ρ - питомий електричний опір даного матеріалу. Одиницею ρ є Ом·м. Матеріали з низьким питомим опором широко використовуються в електротехніці - срібло ($1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м), мідь ($1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м), алюміній ($2,6 \cdot 10^{-8}$ Ом) - як добрі провідники.

Величина σ , обернено пропорційна питомому опору ρ ,

$$\sigma = 1/\rho.$$

носіть назву дифузійної електричної провідності. Вимірюється в сименсах на метр ($\text{Om}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} = \text{Om}/\text{м}$).

Диференціальний закон Ома для однорідної ділянки кола і домноживши ліву й праву частини на одиничний вектор \vec{n} , отримаємо

$$d\vec{J} \cdot \vec{n} = \frac{dU}{R} \vec{n} = \frac{dU}{\rho \frac{d\ell}{S}} \vec{n}.$$

Після перетворень

$$\frac{d\vec{J}}{dS} \vec{n} = \frac{1}{\rho} \frac{dU}{d\ell} \vec{n} = \sigma \frac{dU}{d\ell} \vec{n}.$$

Або $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, що носить назву закону Ома в диференціальній формі. Цей закон придатний для застосування в кожній точці провідного кола.

Опір провідників.

Електричний опір називають здатність провідника перешкодити упорядкованому рухові носіїв заряду. Це скалярна величина. Наявність опору у металевих провідників першого роду пов'язана з розсіюванням електронів

провідності на теплових коливаннях кристалічної ґратки, а також на неоднорідностях їх структури /домішки, дефекти/. Цей опір інакше називають активним, або омічним /на відміну від реактивного - індуктивного і ємнісного - опорів у колах змінного струму/. Якщо опір R , вказаний за законом Ома, дорівнює сталим у широкому інтервалі зміни напруги, то такий опір ще називають лінійним /графік $I = f(U)$

буде прямою лінією/. Часто електричні кола включають як лінійні елементи /опор/, так і нелінійні - діоди, транзистори, електричні лампи та ін., що мають складну залежність $I = f(U)$.

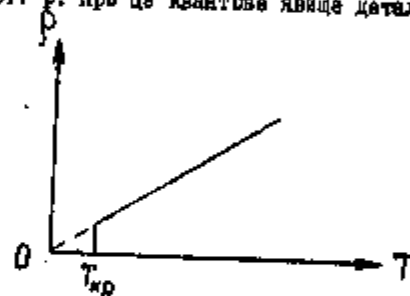
Для металевих провідників з лінійним активним електричним опором залежність питомого опору ρ від температури лінійна в досить широкому інтервалі температур

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

де ρ_0 - питомий опір при 0°C ; α - температурний коефіцієнт опору.

Зростання опору з розуміями, що підвищення температури веде до збільшення амплітуди коливань кристалічної ґратки - осколкої фізичної причини опору. При дуже низьких температурах спостерігається критичке явище повного зникнення опору /явище супровідності/, виявлене Кемерлінг - Оннесом для ртуті в 1911 р. Про це квантове явище детально йдеться в інших розділах.

Лінійність опору провідників при інших температурах використовують для отворення термометрів опору - приладів для вимірювання температури з досить малою похибкою ($\approx 0,003 \text{ K}$).



Доведіть, що опір послідовного ополучення n провідників

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i,$$

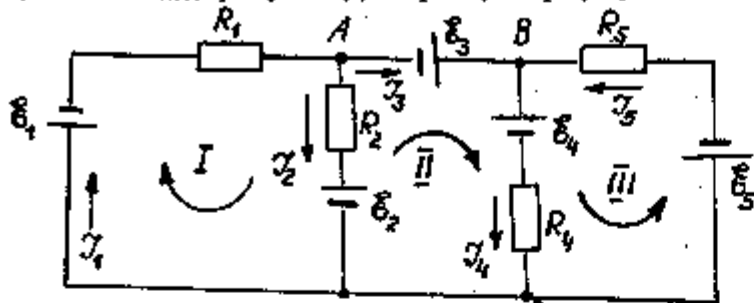
в паралельного

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Правила Кірхгофа.

Для розрахунку розгалужених електричних кіл і визначення струмів, що протікають по окремих елементах кола, застосування тільки законів Ома недостатньо. В цих випадках користуються правилами Кірхгофа, що виступають як наслідки законів Ома, закону збереження заряду.

Розглянемо електричну схему, зображену на рисунку.



Таку схему /розгалужене електричне коло/ характеризує:

1/ кількість вузлів схеми n , тобто таких точок розгалуженого кола, в яких сходяться три і більше з'єднувальних провідників /на рисунку їх три - A, B, C/;

2/ кількість віток /розгалужень/ p , тобто ділянок кола, що з'єднують два сусідніх вузла /на рисунку таких ділянок п'ять/;

3/ кількість незалежних контурів m . Контур - замкнене коло, що складається не менше, чим з двох віток. Незалежним контуром буде такий, в якому входить хоча б одна вітка, що не вилучалась в інші контури /на зображеній схемі незалежними є три контури - I, II, III/.

Перше правило Кірхгофа. Алгебраїчна сума струмів I_i , що протікають у точку розгалуження провідників /вузол/, дорівнює нулю:

$$\sum_i I_i = 0.$$

Це правило є наслідком закону збереження заряду.

Друге правило Кірхгофа. В будь-якому замкненому контурі розгалуженого кола алгебраїчна сума опадів напруг $I_i R_j$ на ділянках контура дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС E_k у ньому:

$$\sum_j I_j R_j = \sum_k E_k.$$

Друге правило є наслідком послідовного застосування закону Ома для всіх неоднорідних ділянок кола, що утворює замкнений контур.

Невідомими величинами при розрахунку розгалужених кіл найчастіше виступають сили струмів I_i в розгалуженнях. Тому кількість рівнянь, які потрібно записати на основі правил Кірхгофа, повинна відповідати кількості віток p . Звичайно використовують всі можливі рівня-

ня на основі першого правила як найпростіші. Кількість таких незалежних рівнянь $n-1$. Інші $p-(n-1)$ рівнянь складають на основі правила Кірхгофа для незалежних контурів.

Напрями струмів у вітках і напрями обходу контурів вибирають довільно. Додатки $I_i R_j$ беруть додатними, якщо напрям струму збігається з напрямом обходу контура. ЕРС беруть зі знаком "+", якщо вона могла б забезпечити протікання струму у напрямі, що збігається з вибраним напрямом обходу.

Запишемо систему рівнянь для наведеної на рисунку схеми:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0, \\ I_4 + I_2 - I_1 - I_5 = 0, \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 = -E_1 - E_2 + E_3, \\ I_4 R_4 - I_2 R_2 = E_3 - E_4 + E_5, \\ I_4 R_4 + I_5 R_5 = -E_4 - E_5. \end{cases}$$

Для складних схем кількість рівнянь напевно зростає. Розв'язування системи рівнянь покладатиме у таких випадках на ЕОМ.

Робота і потужність

струму. Знаєм Джоуля - Ленца.

Максимальна робота, яку може виконати джерело струму з ЕРС E за визначеним ЕРС, буде $dA = dq E$.

де $dq = I dt$ - заряд, переміщений джерелом. Відповідно, на ділянці кола з напругою U , робота, що може бути виконана струмом,

$$dA_{12} = dq U = I U dt.$$

Потужність струму

$$N = dA/dt = IU.$$

Якщо вся робота струму йде на подолання тільки активного опору, то провідник з активним опором R буде нагріватися. Кількість теплоти dQ повинна відповідати роботі струму:

$$dQ = IU dt = I^2 R dt.$$

Таку залежність кількості теплоти від опору R , сили струму I і часу незалежно один від одного встановив Джоуль і Ленц /закон Джоуля - Ленца/.

Щільність потужності струму, тобто кількість теплоти, що виділяється в одиниці об'єму за одиницю часу:

$$w_Q = \frac{d^2Q}{d\tau dV} = \frac{I^2 R d\tau}{d\ell dS d\tau} = \rho \frac{d\ell (\vec{j} d\vec{S})^2}{dS^2 d\ell} = \rho j^2.$$

З урахуванням диференціальної форми закону Ома ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$)

$$w_Q = \rho (\sigma \vec{E})^2 = \sigma E^2.$$

Ця формула носить назву закону Джоуля - Ленца в диференціальній формі.

Магнітне поле. Сила Ампера.
Вектор магнітної індукції. Магнітний момент контура з струмом.
Контур з струмом в магнітному полі.

Сила Лоренца. Окремі випадки руху заряджених частинок у магнітному полі.

Робота щодо переміщення провідника з струмом у магнітному полі. Магнітний потік, потік через замкнену поверхню. Вихровий характер магнітного поля.

Закон Біо - Савара - Лапласа.
Магнітне поле прямого і кругового провідників зі струмом. Закон повного струму.

МАГНІТОСТАТИКА

Магнітне поле.

Магнітне поле - це складова частина загального електромагнітного поля, яке створюється рухомими

зарядками /струмом, постійними магнітами/ і діє відповідно на рухомі заряди /струми, постійні магніти/. Існування такого поля навколо струмів провідності і було вперше зареєстровано Ерстедом /1820 р./ за орієнтувачою дією на магнітну стрілку компаса. З цього моменту почався інтенсивний пошук зв'язку електричних і магнітних явищ.

Насьогодні дослідним шляхом встановлено, що магнітне поле виникає не тільки навколо струмів провідності, а й навколо конвективних струмів /Лоренц, 1911 р./, рухомих наведених зарядів на діелектриках /Віхманвальд, 1902 р./, струмів зміщення /змінного електричного поля/. Зауважимо, що поле постійного магніту так може бути зведене до кільцевої мікроструми /за гіпотезою Ампера - молекулярних струмів/.

Таким чином, за аналогією з пробним зарядом в електростатиці, для розгляду питань магнетизму введено абстракцію - елемент струму. Це векторна величина, що дорівнює добутку сили струму I на вектор $d\vec{\ell}$, направлений уздовж струму - $I d\vec{\ell}$. Зрозуміло, що такий елемент

струму як сам створює в просторі магнітне поле, так і відчуває складу дію з боку оточуючих магнітних полів. На відміну від електростатичного поля, магнітне поле характеризується тільки однією характеристикою - вектором індукції магнітного поля \vec{B} . Однак, зауважимо, що для зручності математичних перетворень в теорії використовують поняття вектор-потенціалу магнітного поля \vec{A} , не приписуючи йому фізичний зміст. Вектор \vec{B} може бути введений трьома різними способами:



а/ за дією на елемент струму /із закону Ампера/, як це зроблено в даному посібнику;

б/ за обертальним моментом, що діє на рамку з струмом;

в/ за дією на рухомий заряд /із формули Лоренца/.

Закон Ампера.

Основним експериментальним законом магнетизму є Закон Ампера: сила, що діє на елемент струму, розміщений у магнітному полі, дорівнює векторному добутку елемента струму на вектор індукції магнітного поля

$$d\vec{F} = [I d\vec{\ell} \times \vec{B}].$$

Числове значення сили /модуль/

$$dF = I d\ell B \sin(\angle d\vec{\ell}, \vec{B}),$$

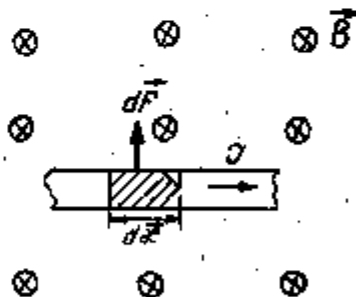
а напрям сили визначають за векторним добутком /або за будь-яким із опрацьованих правил, наприклад правилом лівої руки/.

Зрозуміло, що сила, яка діє на весь провідник, розміщений у магнітному полі, дорівнюватиме векторній сумі сил, що діють на окремі елементи провідника зі струмом:

$$\vec{F} = \int d\vec{F}.$$

В однорідному полі ($\vec{B} = \text{const}$) сила, що діє на прямолінійний провідник довжиною ℓ , буде

$$F = I \ell B \sin(\angle \vec{\ell}, \vec{B}).$$

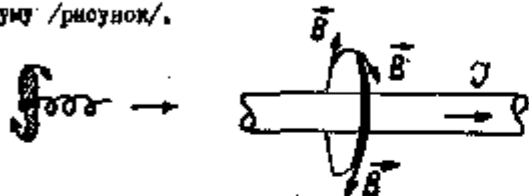


Величину вектора індукції магнітного поля $|\vec{B}|$ вводять як ту максимальну силу, що діє на одиничний елемент струму з боку магнітного поля

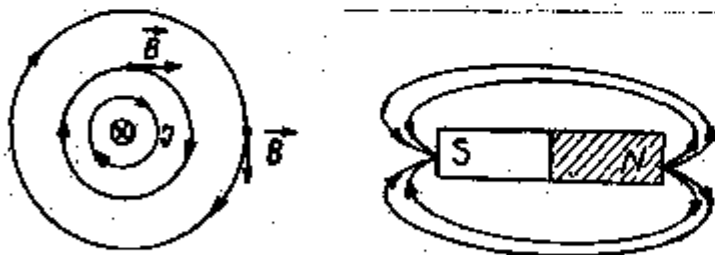
$$|\vec{B}| = \frac{dF_{max}}{Jd\vec{L}}$$

Одиниця B є [Тл / тесла]: [Тл = 1 Н / (А·м)].

Напрямок вектора індукції магнітного поля \vec{B} стороннього поля вважають як такий, що задовольняє векторний добуток у законі Ампера. Нагадаємо, що для спрощеного визначення напрямку \vec{B} поля, створеного струмом, користуються правилом свердлака: як напрям \vec{B} вибравать напрям, в якому рухається кінець ручки свердлака, що вгайнується вздовж струму /рисуюнок/.



Для зручності геометричного зображення картини магнітного поля користуються силовими лініями. Силовими лініями є просторові уявні лінії, дотична до яких у кожній точці збігається з напрямком \vec{B} , а густина їх характеризує $|\vec{B}|$. Наприклад, на рисунку показано картину ліній навколо елемента струму та постійного магніту.

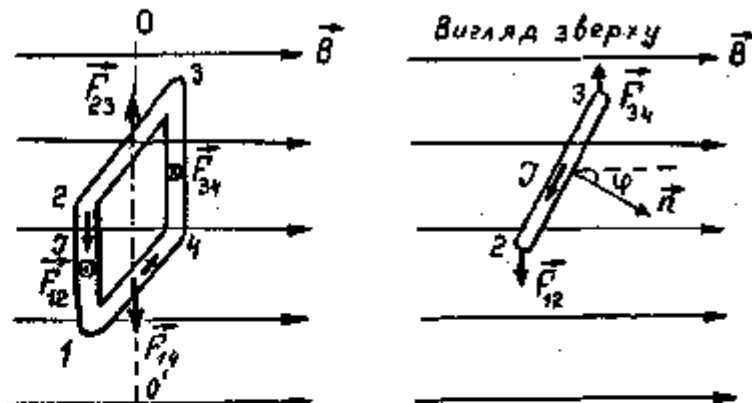


Найчастіше ми маємо справу з однорідним полем.

Однорідним магнітним полем вважають таке, індукція якого постійна за значенням і напрямком у кожній точці поля ($\vec{B} = const$). Силові лінії такого поля мають вигляд паралельних прямих з постійною густиною.

Контур з струмом в магнітному полі.

Розглянемо прямокутну рамку, по якій тече постійний струм $J = const$ /контур з струмом/, розміщену в однорідному магнітному полі, як показано на рисунку.



За законом Ампера на кожну із сторін рамки діють сили в бок магнітного поля. Напрямок сил показано на рисунку. Причому сили \vec{F}_{23} і \vec{F}_{14} діють у протилежних напрямках, взаємно компенсують одна одну і можуть тільки деформувати рамку. Сили \vec{F}_{12} і \vec{F}_{34} створюють обертовий момент навколо вертикальної осі, що проходить через центр рамки:

$$F_{12} = F_{34} = JB L_{12} \sin 90^\circ,$$

де $L_{12} = L_{34}$ - довжина бічних сторін рамки. Ці сили створюють обертовий момент:

$$M = 2F_{12} \frac{L_{23}}{2} \sin \varphi = JB L_{12} L_{23} \sin \varphi = JBS \sin \varphi,$$

де $S = L_{12} L_{23}$ - площа рамки.

Введемо магнітний момент контура із струмом - вектор, числове значення якого дорівнює добутку сили струму в контурі на площу рамки:

$$\vec{p}_m = JS \vec{n},$$

де \vec{n} - одиничний вектор "правої" нормалі до площини контура.

Тоді можна узагальнити закон обертового моменту:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \times \vec{B}]$$

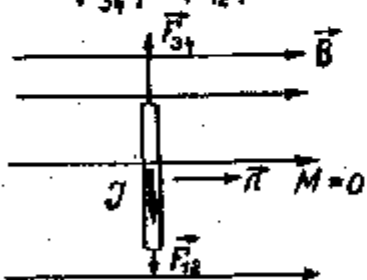
Обертальний момент максимальний при $\angle \vec{B}, \vec{P} = 90^\circ$, звідки випливає зручний спосіб визначення модуля \vec{B} - через максимальний обертовий момент, що діє на рамку з одичним магнітним моментом

$$B = \frac{M_{max}}{IS}$$

Звичайно, як у випадку з дипольним моментом в електричному полі, магнітний момент у магнітному полі теж має потенціальну енергію. Аналогічні розрахунки приводять до формули, подібної тій, що є в електро-статичі:

$$W_n = -(\vec{P}_m \cdot \vec{B})$$

Таким чином, в однорідному магнітному полі незакріплений контур намагнетиться зайняти положення стійкої рівноваги і зорієнтується по полю, тобто кут між \vec{P} і \vec{B} стає дорівнювати нулю. Якщо поле неоднорідне, то незакріплений контур буде, по-перше, орієнтуватися обертовим моментом до положення стійкої рівноваги ($\vec{P}_n \parallel \vec{B}$), по-друге, втягуватися в область сильнішого магнітного поля /на рисунку $|\vec{F}_{34}| > |\vec{F}_{12}|$.



Результуюча сила, що втягує контур в магнітне поле:

$$\vec{F} = -\text{grad } W_n = \text{grad}(\vec{P}_m \cdot \vec{B})$$

Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі.

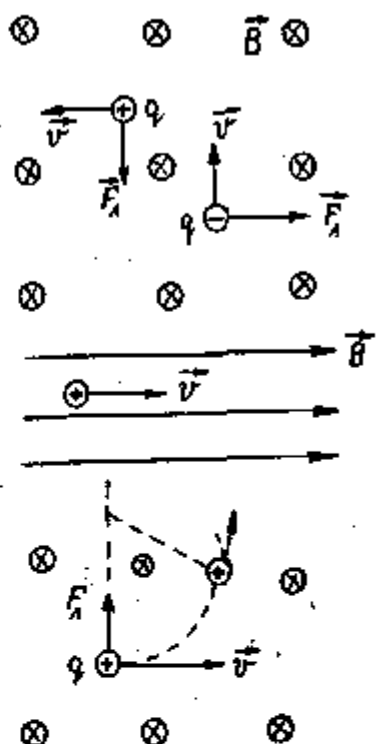
Будь-який рухомий заряд q , хоч і малий, струм. Виходячи з закону Ампера, можна довести, що сила, яка діє з боку магнітного поля індукцією \vec{B} на рухомий заряд q , залежить від його швидкості \vec{v} за формулою $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$.

яка називається силою Лоренца. Модуль сили Лоренца

$$F_L = q v B \sin(\angle \vec{v}, \vec{B})$$

Напрямок сили Лоренца визначається як і напрям сили Ампера /рисунок/

Особливістю сили Лоренца є те, що вона завжди перпендикулярна до швидкості зарядженої частинки, а значить, вона не виконує роботи і не змінює енергії частинки, а лише напрям її швидкості/мається на увазі, що магнітне поле не змінюється з часом!/
Розглянемо кілька випадків руху зарядів у однорідному постійному магнітному полі.



1. Напрямок руху частинки збігається з напрямом поля $\vec{v} \parallel \vec{B}$.

Заряджена частинка буде рухатися прямолінійно й рівномірно.

2. Напрямок руху частинки перпендикулярний до поля $\vec{v} \perp \vec{B}$.

Сила Лоренца ($\vec{F}_L \perp \vec{v}$) виконує роль децентрової сили:

$$F_L = m a_{\text{ц.к.}} \\ q v B = m \frac{v^2}{r}$$

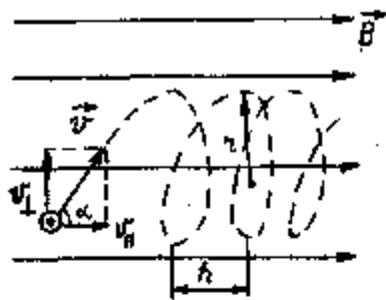
Тобто частинка рухатиметься по колу з радіусом

$$r = \frac{mv}{qB}$$

причому, період обертання $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$ не залежить від швидкості частинки.

3. Заряджена частинка влітає під кутом α до силових ліній поля $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Розклавши швидкість частинки \vec{v} на дві складові - вздовж v_{\parallel} і поперек v_{\perp} магнітного поля, бачимо, що частинка водночас здійснюватиме поступальний рух уздовж поля з швидкістю v_{\parallel} і рух по колу за рахунок v_{\perp} . Траєкторія - гвинтова лінія /рисунок/:

$$q v_{\perp} B = m \frac{v_{\perp}^2}{r}$$



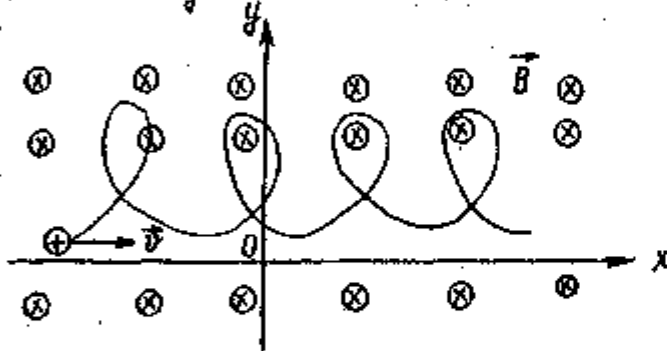
Радіус кола гвинтової лінії

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB},$$

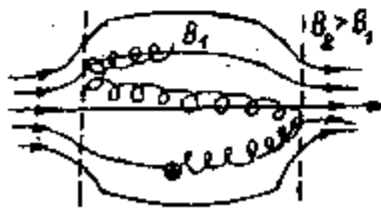
а крок гвинтової лінії

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}$$

Складніша траєкторія руху в неоднорідному полі. Наприклад, якщо в магнітного поля, вектор \vec{B} якого орієнтований за віссю Z , густина силових ліній зростає за віссю y /рисунок/, то заряд буде рухатись у площині xOy за незамкненою траєкторією з дрейфом за віссю x .



Наведемо ще один приклад. Конфігурація магнітного поля, наведена далі на малюнку, носить назву "п'яшкрової". Це - магнітна пастка, яка запропонована для утримування високотемпературної плазми в проблемі керуваного термоядерного синтезу.



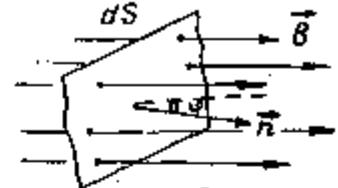
Заряджена частинка, рухаючись за складною траєкторією, не виходить за межі, позначені штриховими лініями - магнітних "зеркал".

Подібну роль магнітної пастки для радіоактивних потоків /наприклад, з боку Сонця/ виконує магнітне поле Землі. Завдяки цьому існують радіаційні пояси Землі.

Магнітний потік.

Нагадаємо, що магнітним потоком /потокм силових ліній магнітного поля/ $d\Phi_m$ через елементарну поверхню dS називають скалярний добуток

$$\begin{aligned} d\Phi_m &= (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = \\ &= dS(\vec{B} \cdot \vec{n}) = \\ &= B dS \cos \varphi, \end{aligned}$$



де φ - кут між нормаллю до поверхні і вектором \vec{B} .

Якщо поле неоднорідне, то потік через всю поверхню S визначається інтегралом по поверхні:

$$\Phi_m = \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = \int_S B \cos(\vec{B}, \vec{n}) dS.$$

В однорідному полі ($\vec{B} = const$) через плоску поверхню S потік буде таким:

$$\Phi_m = B S \cos \varphi.$$

Слід відзначити, що потік є алгебраїчною величиною, знак якої залежить від знака $\cos \varphi$. Одиниця магнітного поля є $1 \text{ Вб} / \text{вебер}$. $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2$.

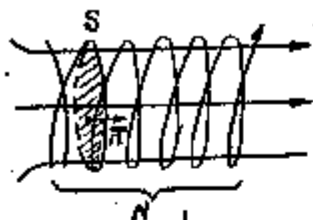
З огляду на замкненість силових ліній магнітного поля довільну замкнену поверхню кожна силова лінія перетинає парне число раз: число ліній, що входять у поверхню і виходять з неї /отворюють потік протилежного знака/, однаково. Тому можна сформулювати і довести теорему, аналогічну теоремі Остроградського - Гауса для електричного поля: магнітний потік через будь-яку замкнену поверхню тотально дорівнює нулеві!

$$\Phi_m = \oint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0.$$

З цього можна зробити висновок: магнітних зарядів в природі не існує /демо відносно гіпотези П.Дірака про магнітні монополі не дімається в розд. 5 кн.б./ Поля, потік силових ліній яких тотально дорівнює нулеві, належать до вихрових полів; на відміну від потенціальних, якими є електростатичне й гравітаційне поля.

Зуваження. Якщо контур є послідовним сполученням ідентичних контурів /наприклад, катушка/, то користуються поняттям потокозв'язи:

дана складного контура Ψ - алгебраїчної суми магнітних потоків, що пронизує окремі контури:



$$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_{Mi} = N \Phi_{M1} = NBS \cos(\hat{B}, \hat{n}) = NBS.$$

Робота переміщення контура в магнітному полі.

Розглянемо спочатку складений контур, у якого одна з сторін рухома, але зберігає електричний контакт у точках 1 і 2 /рисунок/. Контур, за яким протікає струм J , поміщено в однорідне магнітне поле з вектором \vec{B} , перпендикулярним до площини рисунка.



Сила Ампера, що діє в полі на рухома сторону контура довжиною l , виконує роботу щодо переміщення

$$dA = (\vec{F}_A \cdot d\vec{x}) = F_A dx \cos(\hat{F}_A, \hat{dx}) = JBl dx = JBdS = Jd\Phi_M,$$

де $d\Phi_M$ - приріст магнітного потоку, що перетинає контур.

Таким чином, повна робота щодо переміщення провідника з струмом в магнітному полі

$$A = \int_{\Phi_{M1}}^{\Phi_{M2}} Jd\Phi_M = J(\Phi_{M2} - \Phi_{M1}) = J\Delta\Phi_M.$$

До цього ж результату ми приходимо, розглядаючи поворот контура з струмом у магнітному полі. Так, обертальний момент $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{B}$ намагається зменшити кут φ між вектором нормалі контура \vec{n} і \vec{B} , повертаючи контур у положення стійкої рівноваги. Елементарна робота, яку виконує обертальний момент

$$dA = (\vec{M} \cdot d\vec{\varphi}) = -Md\varphi,$$

де знак "-" з'явився з огляду на зменшення кута φ .

Тоді результатом роботи щодо повороту контура від кута φ_1 до φ_2

$$A = - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi = - \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} p_m B \sin\varphi d\varphi = - p_m B (-\cos\varphi) \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = - JSB(\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1) = JS(B\cos\varphi_1 - B\cos\varphi_2) = J\Delta\Phi_M.$$

Тобто завжди робота щодо переміщення провідника або контура в струмом може бути обчислена за формулою

$$A = J\Delta\Phi_M.$$

Якщо $\Delta\Phi_M > 0$, відповідно, $A > 0$, то ця робота виконується за рахунок джерела струму в контурі /принцип дії електродвигуна/. Якщо $\Delta\Phi_M < 0$, $A < 0$, це означає, що робота виконується за рахунок зовнішніх сил і джерело може накопичувати енергію /принцип дії генераторів струму/.

Закон Біо - Савара - Лапласа.

Магнітне поле з одного боку діє на струми і рухомі заряди, а з другого - створюється рухомими зарядами і струмами. Розглянувши кількісно смислово дію поля, перейдемо до розгляду петляки - як визначити індукцію магнітного поля \vec{B} , що виникає навколо провідника заданої конфігурації, по якому протікає струм?

Звичайно, індукцію магнітного поля можна було б вимірявати експериментально. І такі дослідження свого часу були проведені французькими вченими Біо і Саваром. Ними встановлено, що індукція \vec{B} складним чином залежить від розмірів і конфігурації провідника, завжди пропорційна силі струму J , що протікає в ньому, зменшується при віддаленні точки спостереження від провідника ($\sim \frac{1}{r} \dots \frac{1}{r^2}$). Прямого зв'язку між названими параметрами і величиною \vec{B} , тобто експериментального закону Біо і Савара встановити не вдалося.

Узагальнення цих експериментальних фактів, спочатку встановлене як гіпотеза, дозволило Лапласу прийти до математичних формул, розрахунки за якими індукції \vec{B} завжди збігалися з емпіричними вимірю-

випадки. Сформульовані гіпотези, таким чином, можна вважати такими, що мають силу закону Біо - Савара - Лапласа:

1. Елемент провідника з струмом $J d\vec{z}$ створює в довільній точці простору навколо провідника магнітне поле, вектор індукції якого $d\vec{B}$ пропорційний елементу струму, синусу кута між елементом струму і радіус-вектором, проведеним від елемента в цю довільну точку, і обернено пропорційний квадрату радіус-вектора:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 J d\vec{z} \sin(\widehat{d\vec{z}, \vec{r}})}{4\pi r^2}$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнітна постійна; μ - магнітна проникність середовища, яка показує, в скільки разів індукція магнітного поля більша в середовищі, ніж у вакуумі.

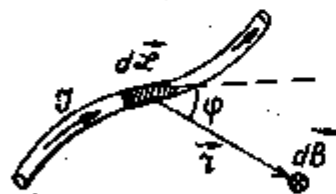
У векторній формі

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[J d\vec{z} \times \vec{r}]}{r^3}$$

Напрямок $d\vec{B}$, $d\vec{z}$, \vec{r} і визначається за правилом свердління.

2. Вектор індукції магнітного поля \vec{B} , створений провідником, у вибраній точці простору, дорівнює векторній сумі індукцій $d\vec{B}$, що створюються окремими елементами цього струму в даній точці!

Правило суперпозиції!:



$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

Інтегрування ведеться вздовж усього провідника.

Для розрахунку поля в довільній точці використовувати формулу, що об'єднує і 1 2 положення закону Біо - Савара - Лапласа

$$\vec{B} = \int \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{J [d\vec{z} \times \vec{r}]}{r^3}$$

Застереження. В електродинаміці для опису магнітного поля використовують, крім \vec{B} , напруженість магнітного поля \vec{H} . Це не є окремим

характеристикою магнітного поля, але зручність цієї характеристики \vec{H} в тому, що вона не залежить від магнітних властивостей навколишнього середовища. Введена вона через \vec{B} :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$$

Очевидно, що для розрахунку \vec{H} теж придатний закон Біо - Савара - Лапласа, тобто справедливою буде формула, А/М:

$$\vec{H} = \int \frac{J [d\vec{z} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

Застосуємо закон Біо - Савара - Лапласа для розрахунку індукції магнітного поля конфігурації провідників, що зустрічаються найчастіше.

Магнітне поле в центрі круглого струму.

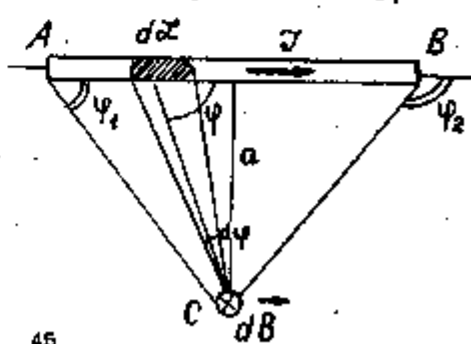


$$B = \int_0^{2\pi} \frac{\mu\mu_0 J dz \sin(\widehat{dz, \vec{r}})}{4\pi r^2} = \frac{\mu\mu_0 J}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi} dz = \frac{\mu\mu_0 J}{2r}$$

Враховано, що $\sin(\widehat{dz, \vec{r}}) = 1$ для всіх елементів струму.

Магнітне поле прямолінійного провідника з струмом.

Розглянемо ділянку провідника AB і визначимо індукцію в точці C.



У точці C всі елементи струму створюють поля $d\vec{B}$, орієнтовані перпендикулярно до площини рисунка.

$$B = \int_{L_{AB}} \frac{\mu\mu_0 J dx \sin\varphi}{4\pi r^2}$$

Введемо заміну

$$r = \frac{a}{\sin\varphi}; \quad dL = \frac{r d\varphi}{\sin\varphi} = \frac{a d\varphi}{\sin^2\varphi}$$

Тоді

$$B = \frac{\mu\mu_0 J}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{a \sin\varphi \sin^2\varphi}{a^2 \sin^4\varphi} d\varphi = \frac{\mu\mu_0 J}{4\pi a} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin\varphi d\varphi$$

Достатньо

$$B = \frac{\mu\mu_0 J}{4\pi a} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$$

Для нескінченного провідника з струмом ($\varphi_1 \rightarrow 0, \varphi_2 \rightarrow \pi$) отримаємо:

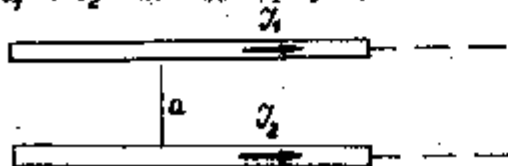
$$B_{\infty} = \frac{\mu\mu_0 (\cos 0 - \cos\pi)}{4\pi a} = \frac{\mu\mu_0 J}{2\pi a}$$

На закінчення цього підрозділу звернемо увагу на те, що поєднуючи закон Біо - Савара - Лапласа з законом Ампера для елементів струму $J_1 d\vec{x}_1$ і $J_2 d\vec{x}_2$, розміщених порід, отримаємо формулу для розрахунку сили їх магнітної взаємодії:

$$d\vec{F}_M = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[J_2 d\vec{x}_2 \times [J_1 d\vec{x}_1 \times \vec{r}]]}{r^3}$$

Як, за винятком наявності векторного добутку, аналогічна закону Кулона для взаємодії електричних зарядів.

Завдання для самостійної роботи. Знайти силу взаємодії на одиницю довжини двох паралельних нескінченно довгих провідників, по яким протікає струм J_1 і J_2 відповідно (рисунк).



Закон
повного
струму.

Проведемо деякі узагальнення. Циркуляцією вектора напруженості магнітного поля /або магніторухійною силою МРС за аналогією з ЕРС/ по замкненому контуру ℓ назвемо інтеграл виду

$$\oint_{\ell} (\vec{H} \cdot d\vec{\ell}) = \int H_{\ell} d\ell$$

де $H_{\ell} = H \cos(\vec{B}, \hat{d\ell})$ - проекція \vec{H} на елемент довжини контура $d\vec{\ell}$.

Тоді можна довести теорему: циркуляція вектора напруженості магнітного поля вздовж довільного замкненого контура дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром /законом повного струму/:

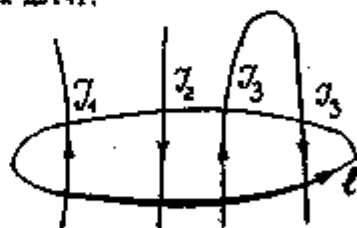
$$\oint_{\ell} (\vec{H} \cdot d\vec{\ell}) = \sum_{i=1}^N J_i$$

Відповідно для вектора індукції \vec{B}

$$\oint_{\ell} (\vec{B} \cdot d\vec{\ell}) = \mu\mu_0 \sum_{i=1}^N J_i$$

Струм беруть зі знаком "+", якщо його напрям і напрям обходу при інтегруванні вздовж контура зв'язані правилом правого свердлика.

Наприклад, на рисунку вибраній контур ℓ охоплює три струми, один з них двічі:



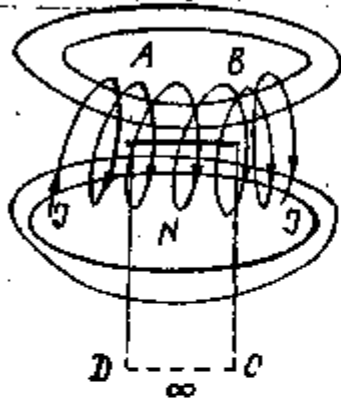
$$\begin{aligned} \oint_{\ell} H_{\ell} d\ell &= J_1 - J_2 + J_3 - \\ &- J_3 = J_1 - J_2 \end{aligned}$$

Довести цю теорему для простого випадку - нескінченно довгого провідника зі струмом J , перпендикулярно до площини рисунка. Контур ℓ вибрати у вигляді кола з радіусом a .



Закон повного струму, як і закон Біо - Савара - Лапласа, використовують для обчислення магнітного поля, що створюється системою струмів. Слід мати на увазі, що в тому випадку, коли легко провести інтегрування вздовж провідника \mathcal{L} , застосовується закон Біо - Савара - Лапласа, в інших випадках - обійти /довільно!/ контур ℓ , що враховує симетрію задачі /спрощує інтегрування/ та застосовується закон повного струму.

Для прикладу розглянемо випадок довгого соленоїда, по якому тече струм J . Якісну картину магнітного поля зображено на рисунку.



Використовувати закон Біо - Савара - Лапласа надзвичайно важко. Вибіримо довільний контур $ABCD$ так, щоб ділянка AB його знаходилась усередині соленоїда, а ділянка CD - аж на нескінченності. Тоді легко застосувати закон повного струму

$$\oint_{ABCD} H_c d\ell = NJ,$$

де N - кількість витків соленоїда, охоплених вибраним контуром.

Розі'ємо інтеграл по контуру на кілька інтегралів уздовж ділянок:

$$\oint_{ABCD} (\vec{H} \cdot d\vec{\ell}) = \int_{AB} H d\ell \cos(\vec{H}, d\vec{\ell}) + \int_{BC} H d\ell \cos(\vec{H}, d\vec{\ell}) + \int_{CD} H d\ell \cos(\vec{H}, d\vec{\ell}) + \int_{DA} H d\ell \cos(\vec{H}, d\vec{\ell}) = H_{AB} l_{AB}$$

Звідки

$$H = J \frac{N}{l_{AB}} = Jn,$$

де n - кількість витків на одиницю довжини соленоїда.

За такою самою формулою визначається напруженість поля і на осі тороїда. Індукція магнітного тороїда і соленоїда відповідно

$$B = \mu \mu_0 Jn.$$

На закінчення - ще раз про вихрових характер магнітного поля. Поля, циркуляція напруженості яких може бути відмінною від нуля /тобто не тотожна нулеві/, називають вихровими. Характерною ознакою таких полів є замкненість силових ліній цього поля.

Явище електромагнітної індукції. Правило Ленца. Генератори. МД-генератори. Самоіндукція. Індуктивність. Перехідні процеси в електричних колах з індуктивністю. Індуктивність другого соленоїда. Взаєміндукція. Трансформатори.

ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

Магнітна енергія струму. Густина магнітної енергії. Магнітні властивості речовин. Намагніченість, магнітна проникність. Напруженість магнітного поля.

Система рівнянь Максвелла в інтегральній і диференціальній формах. Струм зміщення. Електромагнітне поле. Швидкість поширення електромагнітних збурень.

Явище електромагнітної індукції.

В історії фізики відомо, що з дослідженнями Ерстеда /1820 р./, які продемонстрували здатність електричного поля /струму провідності/ породжувати навколо себе магнітне поле, у багатьох фізиків, зокрема Ампера, відразу виникла думка про зворотню можливість - на рухнок магнітного поля предбковувати електричне. Випадковит'ю не дозволила Амперу підтвердити цю думку аж в 1820 р. І лише фактична впливність в існуванні такого зв'язку між магнітними і електричними явищами дозволила Фарадею, не зустріючи надії, працювати іі роїв і в 1831 р. встановити явище електромагнітної індукції /ЕМІ/.

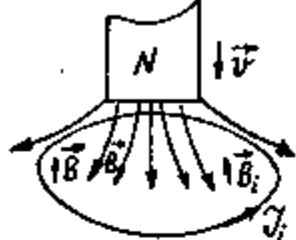
Суть явища електромагнітної індукції полягає в тому, що при змінній зміні магнітного потоку, що пронизує площу замкнутого контура, в ньому виникає наведений /індукований/ струм.

Провідний контур у даному випадку потрібен як індикатор виникнення навколо змінного магнітного поля ЕРС індукції \mathcal{E}_i . Тому справедливим буде і таке означення явища ЕМІ: за будь-якою зміною магнітного потоку, що пронизує площу контура, в ньому виникає /індукується/ ЕРС індукції, пропорційна швидкості змінки магнітного потоку /закон Фарадея/:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Знак "-" у законі Фарадея поставлено відповідно до правила Ленца: індукційний струм завжди має такий напрям, щоб власним магнітним полем протидіяти тій зміні зовнішнього магнітного потоку, які його

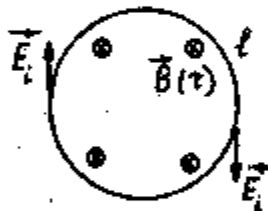
викликали. Коротко кажучи, індукційний струм завжди протікає тієї напрямі, що його породила. Наприклад /рисунок/, рух магніту вниз, всередину провідного контура ℓ , веде до зростання магнітного потоку.



Індукційний струм I_i в тому напрямі, що показаний на рисунку, буде цьому протидіяти /поле індукційного струму B_i протилежно орієнтоване до поля магніту B і завжди зростає зростає магнітного потоку/.

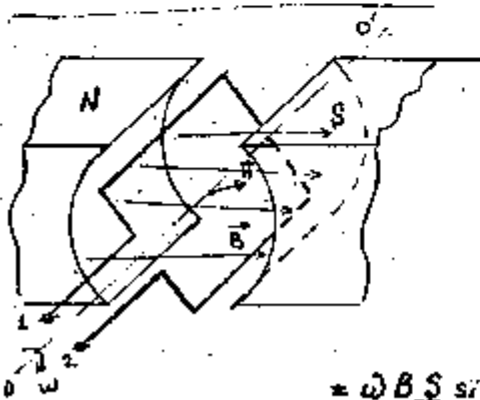
Інтерпретація явища електромагнітної індукції Максвеллом:

Якщо зміна магнітного поля за часом збуджує в навколишньому просторі вихрове електричне поле E_i . Силкові лінії цього поля замкнені і охоплюють області силових ліній змінного магнітного поля. Тоді, на відміну від електростатичного поля /потенціального/, циркуляція напруженості індукваного вихрового поля E_i вздовж замкненого контура відмінна від нуля і дорівнює ЕРС індукції E_i /рисунок/:



$$\oint (E_i \cdot d\vec{l}) = E_i = - \frac{d\Phi_M}{dt}$$

Перше практичне використання явища ЕМІ запропонував сам Фарадей. На рисунку зображена принципова схема генератора змінного струму.



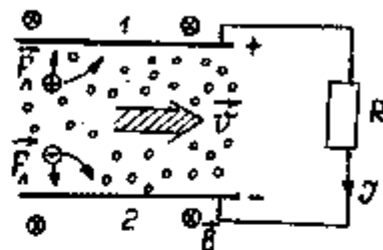
Між полюсами постійного магніту обертається з кутовим швидкістю ω рамка площі S /на практиці обмотка генератора складається з великої кількості подібних рамок/. На кінцях рамки 1, 2 виникає ЕРС:

$$E_i = - \frac{d\Phi_M}{dt} = - \frac{d(BS \cos \omega t)}{dt}$$

$$= \omega B S \sin \omega t = E_{i, \max} \sin \omega t$$

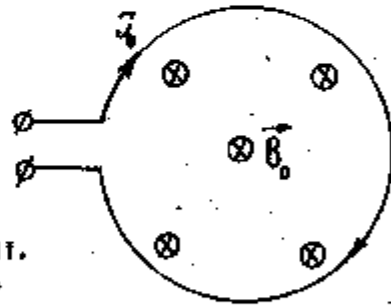
змінюється з часом як ωt .

Фарадей також належить ідея магнітно-гідродинамічного /МГД/ генератора /теперішня назва/. Це пристрій для отримання електроенергії постійного струму за рахунок механічної енергії руху провідного середовища /рідина, плазма/ в магнітному полі. Обмоток, що обертаються, в ньому немає. Схематично цей пристрій зображено на рисунку.



Між провідними електродами 1 і 2 з великою швидкістю рухається провідна рідина або плазма. Уся система знаходиться в магнітному полі. До верхнього /1/ електрода під дією сили Лоренца будуть відхилятися позитивні заряди, а до нижнього /2/ - негативні. Виникне різниця потенціалів між ними /ЕРС/, що може викликати струм I в колі споживача. Використовують їх на теплових електростанціях для підвищення ККД.

Самодукція. Розглянемо контур, по якому протікає струм I_0 . За рахунок протікання струму виникає магнітне поле B_0 , що пронизує площу цього самого контура. Тобто виникає власний магнітний потік Φ_0 , що пронизує контур і створений протікаючим струмом. Якщо силу струму якось чиним змінювати, то змінюватиметься і власний потік. До чого це призводить?



Генрі встановив, що при будь-якій зміні струму в контурі в цьому ж контурі наводиться ЕРС індукції. Це явище називається самоіндукцією. Причому Генрі вивів формулу для ЕРС самоіндукції E_{si} :

$$E_{si} = - L \frac{dI}{dt}$$

Вона називається законом Генрі. Буквою L позначено індуктивність контура та характеристика, що визначає міру його інертності відносно зміни струму в ньому. Індуктивність контура часово дорівнює тій ЕРС

самоіндукції, що виникає в контурі при швидкості зміни сили струму в ньому I А/с:

$$L = \frac{|\mathcal{E}_{si}|}{dI/dt}$$

Одиниця індуктивності Генрі /Гн/: $1 \text{ Гн} = 1 \text{ В} / (1 \text{ А} \cdot \text{с})$. 1 Гн - це індуктивність такого контура, в якому зміна струму в 1 А/с викликає появу $\mathcal{E}_{si} = 1 \text{ В}$.

Індуктивність контура залежить від розмірів і форма провідного контура і від магнітних властивостей середовища, в якому він знаходиться.

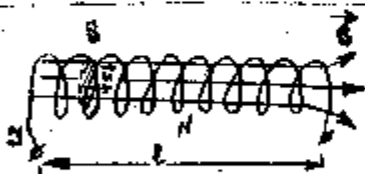
Порівнюючи закон Генрі з законом Фарадея

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

приходимо до висновку, що магнітним потоком в являється самоіндукції в власний магнітний потік, який легко знайти, якщо відома індуктивність L :

$$\Phi_M = IL$$

Цю формулу можна використовувати і навпаки - для визначення індуктивності. Наприклад, знайдемо індуктивність довгого соленоїда, що має переріз S , кількість витків N і довжину l . Загальний магнітний потік через соленоїд /потікозчеплення Ψ / об'єднаний з Φ_M , якщо поле в ньому створено тільки протікаючим струмом I .



Тоді

$$\Phi_M = NBS \cos(\vec{n}, \vec{B}) = N\mu\mu_0 I \frac{N}{l} S$$

Звідки

$$L = \frac{\Phi_M}{I} = \mu\mu_0 N^2 \frac{S}{l} = \mu\mu_0 n^2 V$$

Якщо самоіндукції має важливе значення при експлуатації електричних пристроїв з великою індуктивністю. Коли перемикають такі кола, виникають /ноді дуже великі/ ЕРС самоіндукції або індуктивні струми, які призводять навіть до виходу пристроїв з ладу.

Наприклад, на выключателях - коммутаторах електротехнічних мереж вигорять контакти від електричної дуги, що виникає в момент розриву кола, освітлювальні лампи розжарювання виходять з ладу, як правило, в момент перемикання кола та ін. Явище самоіндукції використовують в пусках ламп денного освітлення для запалювання газового розряду.

Розглянемо перехідні процеси при замиканні кола, зображеного на схемі. В початковий момент струм відсутній ($I = 0, \mathcal{I} = 0$). Якщо ключем з'єднати коло, то, згідно з законом Ома,



$$\mathcal{I}R = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{si}$$

Враховуючи, що $\mathcal{E}_{si} = -L \frac{d\mathcal{I}}{dt}$, одержимо:

$$\mathcal{I}R = \mathcal{E} - L \frac{d\mathcal{I}}{dt}; \quad \frac{d(\mathcal{I} - \mathcal{I}_0)}{\mathcal{I} - \mathcal{I}_0} = -\frac{R}{L} dt$$

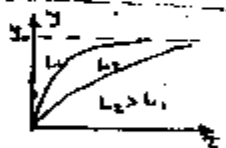
де

$$\mathcal{I}_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Після інтегрування $\ln(\mathcal{I} - \mathcal{I}_0) = -\frac{R}{L} t$;

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

де $\tau = L/R$ - характерний час перехідного процесу, час релаксації. Графічно цю зміну струму показано на графіку. Тесту струм у колі не виникає миттєво, а зростає тем повільніше, чим більша індуктивність кола.

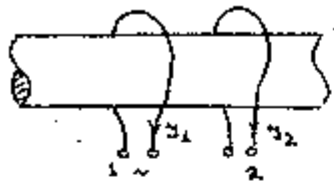


Завдання для самоостійної роботи. Розглянути перехідні процеси при перемиканні ключа K_1 з положення 1 у положення 2.

Взаєміндукція.

Розглянемо два провідні контури, розміщені поблизу. Контури називають індуктивно зв'язаними, якщо при протіканні в них струмів I_1 магнітні потоки взаємоперетинаються /рисунок/.

Установлено, що змінюючи струм в одному контурі, в іншому наводиться /індукується/ електричний струм. Це явище називається взаєміндукцією. Причому ЕРС індукції, що виникає у контурах, пропорційні швидкостям зміни струмів у контурах, індуктивно зв'язаних з ними:



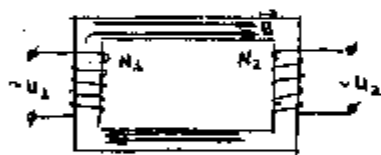
$$E_{11} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

і навпаки,

$$E_{12} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

Коефіцієнти L_{12} і L_{21} дорівнюють один одному і носять назву взаємної індуктивності контурів. Значення L_{12} і L_{21} залежать від розміру, форми контурів, їх взаємного розміщення, а також від магнітних властивостей навколишнього середовища. На практиці для збільшення значення L_{12} обидва контури насаджують на залізне осердя ($\mu \gg 1$). Взаємна індуктивність L_{12} , як і індуктивність окремого контура, вимірюється в генрі.

На практиці дуже широко використовується трансформатор, в основі якого лежить явище взаємодукції. Це пристрій для перетворення електричної енергії з однією напругою в електричну енергію з іншою напругою.



Трансформатор складається з двох або більше обмоток, що мають загальне осердя з феромагнітного матеріалу.

Наявність осердя приводить до того, що магнітний потік, сконцентрований в області осердя, перетинає витки як первинної так і вторинної обмоток. ЕРС в обмотках

$$E_1 = -N_1 \frac{d\Phi_M}{dt} \approx U_1; \quad E_2 = -N_2 \frac{d\Phi_M}{dt} \approx U_2,$$

так що відношення напруг $U_1/U_2 = N_1/N_2 = k$ носять назву коефіцієнта трансформації.

Для трансформатора важливо не втрачати енергію, тобто щоб уся потужність, підведена до первинної обмотки, досягала вторинної:

$$I_1 U_1 \approx I_2 U_2$$

Для зменшення втрат енергії, які можуть виникнути за рахунок осердя, використовують феромагнітні матеріали з малими затратами на перемагнічування. Виготовляють осердя з окремих пластин, ізольованих між собою /зменшують втрати на вихрові струми Фуко/. Теплові втрати в обмотках зменшують за рахунок використання матеріалів з малим питомим опором /мідь/.

Енергія магнітного поля.

Розглянемо контур з індуктивністю L . Для того щоб викликати в ньому струм, а значить, створити в навколишньому просторі магнітне поле, необхідні витрати енергії джерела струму. Звичайно,

мова не йде про витрати енергії на подолання електричного опору. Це додаткова енергія, яка не зникає безслідно /або не виділяється як тепло/, а йде як енергія створеного магнітного поля. [і можна вважати через роботу джерела струму для внесення контура з струмом в магнітне поле, створене цим самим струмом. Справді, зростання струму від нуля до деякого значення I відбувається з одночасним зростанням власного магнітного потоку Φ_M , що пронизує контур. Таку ситуацію зручно розглядати, як переміщення контура з струмом у магнітному полі. Елементарна робота переміщення $dA = Id\Phi_M$; повна робота

$$A = \int_0^I Id\Phi_M = \int_0^I Id(LI) = L \int_0^I IdI = \frac{LI^2}{2}$$

Вся ця робота йде на зміну енергії магнітного поля. Таким чином,

$$W_M = \frac{LI^2}{2}$$

Як видно, W_M нерозривно зв'язана з струмом, що створило магнітне поле, має аналогію з кінетичною енергією тіла.

Визначимо об'ємну гуотину енергії магнітного поля, тобто енергію одиниці об'єму магнітного поля. Ця характеристика повинна залежати тільки від параметрів поля. Для цього зручно використати довгий соленоїд, магнітне поле якого в основному зосереджене в об'ємі соленоїда. Тоді

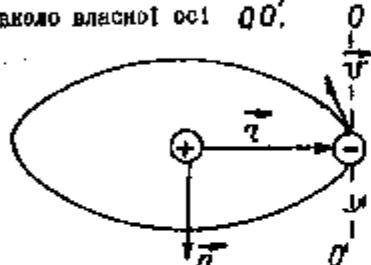
$$w_M = \frac{W_M}{V} = \frac{LI^2}{2} = \mu\mu_0 \frac{N^2 I^2 S}{2l} = \frac{\mu\mu_0}{2} \left(I \frac{N}{l} \right)^2 = \frac{\mu\mu_0}{2} H^2$$

Або найбільш компактною запис: $w_M = \frac{(\vec{B} \cdot \vec{H})}{2}$

Магнітні властивості речовин.

Залежно від того, посилюють чи послаблюють магнітне поле наявні в ньому речовини, останні поділяють на три окремі класи: діа-, пара- і ферромагнетики. Перш ніж дати загальний опис цих класів, звернемо увагу на те, що в основі впливу речовин на вектор індукції магнітного поля лежить магнітний момент окремих атомів \vec{P}_m , подібно до того, як діелектричні властивості визначаються наявністю і значенням дипольних моментів молекул \vec{P}_e .

Магнітний момент атома може існувати як за рахунок орбітальних моментів електронів \vec{P}_{me} , так і за рахунок власних магнітних моментів електронів \vec{P}_{ms} , які несуть назву спінових /від англійського spin - обертатися/. Згідно з класичною моделлю, електрон рухається за коловим орбітом навколо ядра і, крім того, може обертатися навколо власної осі OO' .



І хоча така класична модель не відповідає дійсності у всіх деталях, магнітний момент колового струму орбітального руху електрона $\vec{P}_{me} = \frac{e}{T} \pi r^2 \cdot \vec{n}$ оправді існує, як і квантова характеристика електрона \vec{P}_{ms} - спіновий магнітний момент.

Таким чином, магнітний момент атома складається з орбітальних і спінових моментів усіх його електронів:

$$\vec{P}_m = \sum_i \vec{P}_{me_i} + \sum_i \vec{P}_{ms_i}$$

За відсутності зовнішніх магнітних полів результуючий магнітний момент атома може дорівнювати нулю ($\vec{P}_m = 0$) і тоді таку речовину відносять до діаманетиків, чи відмінно від нуля ($\vec{P}_m \neq 0$). Тоді маємо справу з парамагнетиками чи ферромагнетиками.

Як ведуть себе ці речовини, попадаючи в область зовнішнього магнітного поля, вектор індукції якого у вакуумі \vec{B}_0 і, відповідно, напруженість магнітного поля $\vec{H} = \vec{B}_0 / \mu_0$?

Діаманетики	Парамагнетики	Ферромагнетики
Речовини, що послаблюють магнітне поле	Речовини, що посилюють магнітне поле	Речовини, які за рахунок спонтанної намагніченості значно посилюють магнітне поле
<p>За відсутності магнітного поля $\vec{B}_0 = 0$</p> <p>Магнітні моменти атомів відсутні</p>	<p>За відсутності магнітного поля $\vec{B}_0 = 0$</p> <p>Магнітні моменти атомів орієнтовані хаотично</p>	<p>За відсутності магнітного поля $\vec{B}_0 = 0$</p> <p>Області спонтанної намагніченості орієнтовані хаотично</p>
<p>Нині знаєти в магнітне поле \vec{B}_0</p> <p>З'являється наведена /індукована/ магнітні моменти, напрям яких, за правилом Ленца, протилежний \vec{B}_0</p> $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' < \vec{B}_0$	<p>Нині знаєти в магнітне поле \vec{B}_0</p> <p>У результаті орієнтаційного впливу магнітного поля на магнітні моменти останні орієнтуються по полю /отілка різноваги/</p> $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' > \vec{B}_0$	<p>Нині знаєти в магнітне поле \vec{B}_0</p> <p>Переорієнтація по полю відбувається одночасно всіх доменів</p> $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \gg \vec{B}_0$
$\chi < 0, \chi < 10^{-5} \dots 10^{-6}$ $\mu < 1$	$\chi > 0, \chi \sim 10^{-5}$ $\mu > 1$	$\chi \gg 1, \chi \sim 10^3 \dots 10^5$ $\mu > 1$
До діаманетиків належать деякі елементи D групи таблиці Менделєєва (Os, Au, Ag...), (девальовані діаманетиком є надпронідаки)	Найширший клас речовин	Елементи перехідної групи (Fe, Co, Ni, Cd, ...) деякі опалки

Кількісною характеристикою явища намагнічування є намагніченість \vec{J} - векторна величина, що дорівнює сумарному магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{P}_{mi}}{V}$$

У слабких полях намагніченість пропорційна напруженості поля в магнетикі

$$J = \chi H,$$

де $\chi(\lambda_i)$ - магнітна сприйнятливості магнетика.

Наведені поле B' , як це можна довести з допомогою теореми повного струму, дорівнює $\mu_0 J$. Тоді результуюче поле в магнетикі

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H},$$

або
$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \mu = 1 + \chi.$$

Відмінність двох величин, що рівноправно характеризують силу дію магнітного поля (\vec{H} і \vec{B}) полягає в тому, що напруженість магнітного поля \vec{H} не залежить від середовища, його значення визначається зовнішніми струмами.

Найцікавішими для практичного використання є феромагнетиками. Це зв'язано з можливістю значно підсилити індукцію магнітного поля \vec{B} ; тому їх використовують як осердя в магнітних антенах, трансформаторах. Особливі властивості феромагнетиків пов'язані зі спонтанною намагніченістю і цілком аналогічні сегнетоелектрикам. Може йти про наявність залізкової намагніченості /магніти/, гістерезису, точки Кюрі. Незважаючи на те, що фізична природа спонтанної намагніченості дещо інша, ніж спонтанної поляризованості, окремо обговорювати на ній не будемо. Підкреслимо, що нові перспективні феромагнітні матеріали на основі діелектричних сплавів типу $MeFe_2O_3$ (ферити) є основою сучасних носіїв інформації - магнітних дисків, кассет тощо.

Рівняння Максвелла електромагнітного поля.

Узагальнення законів електродинаміки з введенням двох гіпотез дозволили Максвеллу /1863/ отримати замкнену систему рівнянь теорії електродинамічних процесів.

По-перше, розглядаючи закон Фарадея $\mathcal{E}_i = -d\Phi_m/dt$, Максвелл висловив гіпотезу про те, що всяка зміна з часом магнітного поля породжує в навколишньому просторі вихрове електричне поле \vec{E}_i , циркуляція якого відмінна від нуля:

$$\oint (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = \mathcal{E}_i = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}). \quad /14/$$

Враховуючи, що для електростатичного поля \vec{E}_{st}

$$\oint (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = 0,$$

тоді і для результуючого поля $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_{st}$, створеного як зарядами, так і змінним магнітним полем, буде справедливим рівнянням, аналогічне /14/:

$$\oint (\vec{E} \cdot d\vec{l}) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}). \quad /15/$$

Рівняння /15/ є першим у системі рівнянь електромагнітного поля.

По-друге, розглядаючи закон повного струму

$$\oint (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \sum_{i=1}^N J_i. \quad /16/$$

відзначимо принципову різницю між рівняннями /2/ і /15/. Ця різниця полягає в тому, що зміна магнітного поля викликає появу електричного поля /15/, а магнітне поле не залежить від зміни електричного /2/. Така невідповідність, несиметричність, протиріччя природі. Щоб відповісти відповідність, Максвелл висловив гіпотезу про струми зміщення. На відміну від струмів провідності, струм зміщення не є безпосереднім переносом зарядів, а зв'язаний з нерозподілом зарядів і з появою змінного за часом електричного поля.

Для підтвердження гіпотези розглянемо такий уявний експеримент. Віділимо ділянку кола, яка втрачає плоский конденсатор і по якій відбувається зарядка чи розрядка цього конденсатора /рисунки/. Вибрані довільні контури в різних місцях ділянки і застосувавши закон повного струму, ми повинні отримувати однакові результати для кожного з контурів /неперервність кола/. Але в контур 2 не охоплює ніякого струму, там - діелектрик. Тому можна запропонувати існування в області конденсатора іншого, однакового струму провідності, струму зміщення J_{zm} .

Вивагаємо, що як і завжди

$$J_{zm} = \frac{dq}{dt}.$$

де q - заряд, накопичений на конденсаторі,

$$q = CU = \frac{\epsilon \epsilon_0 S U}{d} = \epsilon \epsilon_0 S E;$$

$$J_{3M} = \epsilon_0 \epsilon S \frac{\partial E}{\partial \tau} = S \frac{\partial D}{\partial \tau}.$$

а щільність струму зміщення

$$\vec{j}_{3M} = \frac{J_{3M}}{S} \vec{n} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}.$$

Тоді струм зміщення враховуємо в /2'/:

$$\oint_C (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \sum_i J_i + \sum_i J_{3Mi}.$$

і запишемо його з використанням щільностей струмів провідності \vec{j} і зміщення \vec{j}_{3M} :

$$\oint_C (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = \int_S (\vec{j} \cdot d\vec{S}) + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}). \quad /2/$$

Це друге рівняння системи.

Третім і четвертим рівнянням теорії електромагнітного поля є теорема Остроградського - Гаусса для електростатичного поля

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \sum_i q_i = \int_V \rho_q dV. \quad /3/$$

і її аналог для магнітного:

$$\oint_S (\vec{B} \cdot d\vec{S}) = 0, \quad /4/$$

де ρ_q - густина електричного заряду.

Для повноти системи до /1/-/4/ додаються три так звані матеріальні рівняння, що враховують характеристики середовища і зв'язують між собою окремі характеристики:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}; \quad /5/$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad /6/$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad /7/$$

Система /1/-/7/ і є системою рівнянь Максвелла електромагнітного поля в інтегральній формі.

Для використання теорії електромагнітного поля зручнішою є диференціальна форма рівнянь Максвелла. Перевагами диференціальної форми є те, що в ній закріплюється зв'язок між локальними характеристиками електромагнітного поля в одній і тій самій точці простору. Для переходу до диференціальної форми використовуються відомі з математики теореми, доведені для векторних полів в загальній формі.

Теорема Стокса

$$\oint_C (\vec{A} \cdot d\vec{l}) = \int_S (\text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S}),$$

тобто проводиться заміна інтегрування за замкненим контуром інтегруванням по площі цього контура.

Теорема Гаусса

$$\oint_S (\vec{A} \cdot d\vec{S}) = \int_V \text{div } \vec{A} dV,$$

тобто проводиться заміна інтегрування за замкненою поверхнею інтегруванням по об'єму, який охоплює ця поверхня.

Диференціальні оператори div /дивергенція/ і rot /ротор/ вводяться так:

$$\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z},$$

$$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}.$$

Враховуючи теореми Стокса і Гаусса, замість системи /1/-/7/ отримаємо систему рівнянь у диференціальній формі:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau}, & \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}, \\ \text{div } \vec{D} &= \rho_q, & \text{div } \vec{B} &= 0, \\ \vec{D} &= \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, & \vec{B} &= \mu \mu_0 \vec{H}, & \vec{j} &= \sigma \vec{E}. \end{aligned}$$

Найпростішим і зручним записом рівнянь теорії електромагнітного поля є запис з використанням векторного диференціального оператора $\vec{\nabla}$ /набла/:

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z},$$

запропонованого Хевісайдом:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_0,$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

Інші три рівняння мають ту саму форму.

Тим першим важливим результатом, який з'явився як наслідок теорії електромагнітного поля, було передбачення існування електромагнітних хвиль, що згодом експериментально підтвердив Герц². Їх поширення не потребує наявності якогось середовища і може відбуватися навіть у вакуумі.

Так, для вакууму ($\rho_0 = 0, \vec{j} = 0$) перші чотири рівняння мають простіший вигляд:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (8/)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (10/)$$

Діючи оператором ∇ зліва на рівняння (8/), маємо

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial(\nabla \times \vec{B})}{\partial t},$$

де $\nabla \times \vec{B} = \mu\mu_0 \nabla \times \vec{H} = \mu\mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - з рівняння (9/), а подвійний векторний добуток у лівій частині (12/)

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{E}) = \nabla^2 \cdot \vec{E}.$$

Отже

$$\nabla^2 \cdot \vec{E} = \epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

² Насправді припущення про можливість існування й поширення електромагнітних хвиль прийшло Фарадею ще в 1831 р. Але він вважав ці знання надто передчасними для людства, і щоб їх не втратити, виклав все це в листі до нападків, конверт в яким попросив зберігати в цілості Лондонське Королівське товариство протягом 100 років. Конверт було відкрито через 104 роки...

Остання формула відома як хвильове рівняння. Швидкість поширення $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0}}$ у вакуумі ($\epsilon = 1, \mu = 1$) ця швидкість відома як швидкість світла. Тобто електромагнітні хвилі можуть поширюватися у вакуумі з швидкістю світла.

ЗАКЛЮЧНА ЛЕКЦІЯ

Закінчено коротке знайомство з основами класичної електродинаміки. Звичайно, що багато цікавих фактів прикладного і методологічного характеру залишались за межами нашої уваги. Деякі з них розраховані на фахівців, що спеціалізуються на вивченні фізики, деякі мають значення тільки в плані філософського осмислення проблем, світогляду. Наприклад, це питання про відносність окремих електростатичного і магнітного полів.

Справді навколо рухомого заряду мають існувати як електростатичне, так і магнітне поля. Але завжди можна здійснити перехід у систему відліку, яка рухатиметься з швидкістю заряду і відносно якої заряд буде в спокої. Таким чином, у певній системі відліку розглядати взаємодію цього заряду з іншими можна без використання магнітного поля. Правда, при цьому потрібно вносити релятивістські поправки до закону Кулона. Тобто, коли говоримо про матеріальність поля, маємо на увазі одне електромагнітне поле, складові якого \vec{E} і \vec{B} можуть змінюватися. Інваріантною /незмінною/, як показало в теорії відносності, є певна комбінація характеристик поля $E^2 - c^2 B^2 = inv$, тоді як складові трансформуються при переході від однієї системи відліку до другої за формулами:

$$\begin{aligned} E'_1 &= E_1, & B'_1 &= B_1, \\ E'_2 &= \frac{E_2 + [\vec{v} \times \vec{B}]_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, & B'_2 &= \frac{B_2 - [\vec{v} \times \vec{E}]_2/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned}$$

У цих формулах \vec{v} - відносна швидкість двох систем відліку, індексом \parallel і \perp означають "вздож" і "поперек" швидкості відносно.

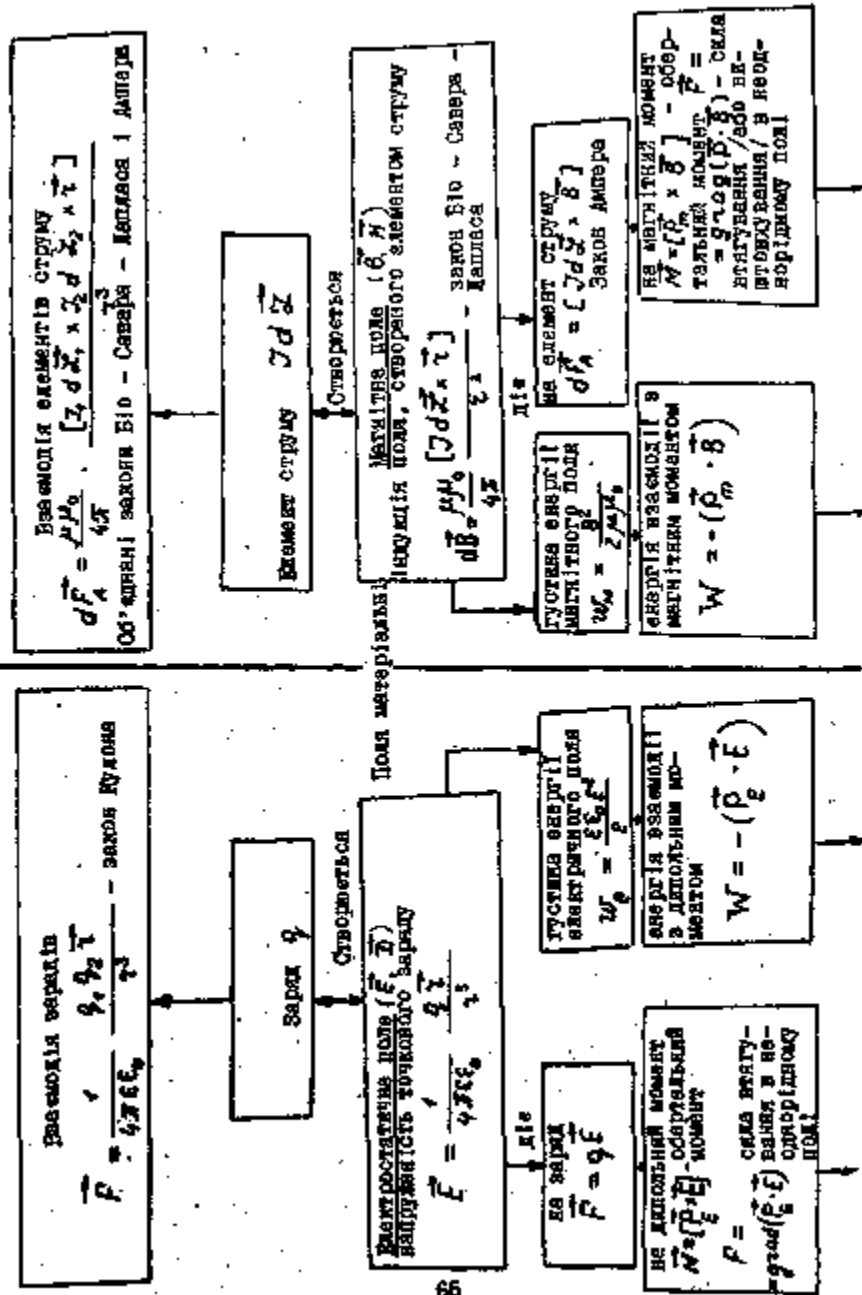
Крім того, деякі узагальнення дозволяють підкреслити єдність матеріального світу в його різноманітних проявах і відповідну єдність законів, що його описують. У табл. 1 наведено аналогію між параметрами, величинами і законами механіки і електродинаміки.

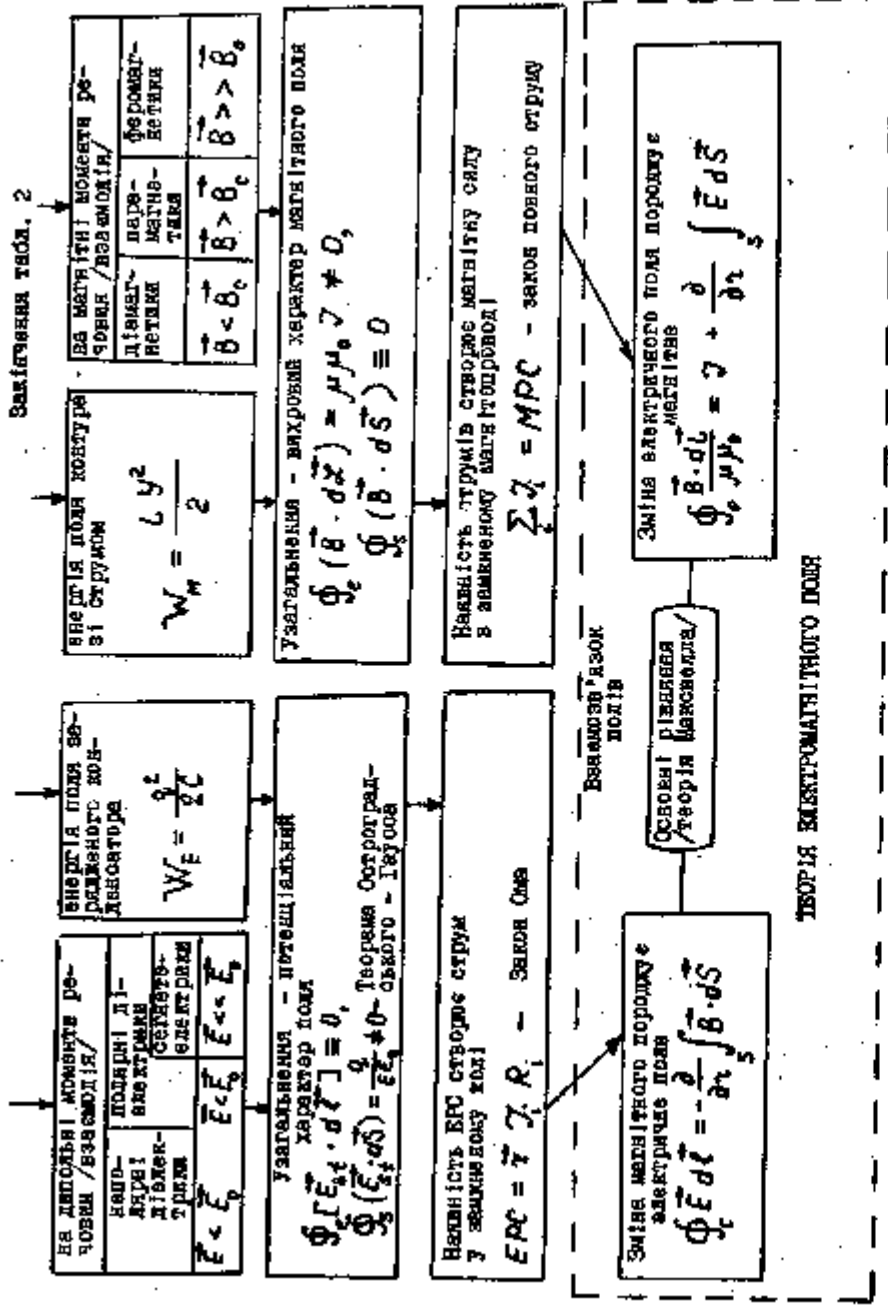
У табл. 2 підведено свого роду підсумок - у короткій формі показані логічні зв'язки між електричними і магнітними полями і способами їх описування.

Таблиця 1

Поступальний рух	Механізм.	Обертальний рух	Електродинаміка
Радіус-вектор \vec{r}	Кут повороту φ	Заряд q	Сила струму $I = dq/dt$
Швидкість $\vec{v} = d\vec{r}/dt$	Кутова швидкість $\vec{\omega} = d\varphi/dt$	Сила струму $I = dq/dt$	Швидкість зміни сили струму (dI/dt)
Прискорення $\vec{a} = d\vec{v}/dt$	Кутова прискорення $\vec{\beta} = d\vec{\omega}/dt$	Індуктивність контура L	ЕРС \mathcal{E}
Маса тіла m	Момент інерції тіла I	Власний магнітний потік $\Phi_m = LI$	Основний закон електродинаміки $\mathcal{E}_i = -L dI/dt$, $\mathcal{E}_i = -d\Phi_m/dt$
Сила \vec{F}	Момент сили \vec{M}	Енергія магнітного поля $W_m = \frac{LI^2}{2}$	Енергія електростатичного /потенціального/ поля $W_n = \frac{q_2}{2C}$
Імпульс тіла $\vec{p} = m\vec{v}$	Момент імпульсу тіла $\vec{K} = I\vec{\omega}$	Аналог константи пружності $1/c$	Період коливання LC контура $T = 2\pi\sqrt{LC}$
Основні закони динаміки $\vec{F} = m\vec{a}$, $F = dp/dt$	$\vec{M} = I\vec{\beta}$, $\vec{M} = d\vec{K}/dt$		
Кінетична енергія $W_k = \frac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія $W_k = \frac{I\omega^2}{2}$		
Потенціальна енергія $W_n = \frac{kx^2}{2}$			
Константа пружності k			
Період коливання пружного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$			

Таблиця 2





Літерні позначення

Фізична величина	Літера		Назва
	велика	мала	
Індукція магнітного поля	B		
Електроємність	C		
Швидкість світла у вакуумі	c		
Індукція електричного поля	D		
Напруженість електричного поля	E		
Сила	F		
Намагниченість	H		
Сила струму	I		
Напруженість магнітного поля	J		
Момент імпульсу	K		
Індуктивність	L		
Момент сили	M		
Маса тіла	m		
Потужність	N		
Полярисованість	P		
Імпульс тіла	Q		
Дипольний і магнітний моменти	Q	P _e , P _m	
Кількість теплоти	Q		
Заряд	q		
Опір	R		
Радіо-вектор	R		
Енергія	W		
Діелектрична проникливість середовища	ε		капіта
Магнітна проникливість	μ		
Потенціал опір	ρ		
Питома електропровідність	σ		
Магнітна проникливість середовища	μ		сігма
Діелектрична проникливість	ε		кси
			епомади

ЗМІСТ

Вступна лекція	3
Електростатика	4
Позитивний електричний струм	26
Магнетостатика	34
Електромагнітна індукція	49
Важлива лемція	63

Клявченко Василь Іванович

Конспект лекцій з фізики

/Електрика і магнетизм/

Редактор А.Д.Павтенко

Коректори: К.М.Давома

В.Г.Сидяренко

Н.Б.Вускіна

Міст. до друку 24.05.48. Формат 80x80. Папір
друку № 3. Друк одностор. Ум. др. арк. 49. Ум. фарбо-ліст. 1. 48
Обліг.-вал. арк. 4.85. Друк 300
Зам. № Р-475. Ціна 8 коп.

Київський орденів Трудового Червоного Прапора
Інженерно-будівельний інститут
252037, Київ-37, Новітродостовий проспект, 31.

ДОВО «Українськаграфія»
252151, Київ, вул. Валківська, 86