

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Київський національний університет будівництва і архітектури

## **ВИЩА МАТЕМАТИКА**

### **Інтегральне числення**

Методичні вказівки

до виконання індивідуальних завдань Модуля 3

для студентів спеціальностей

7.090214 "Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні  
і меліоративні машини і обладнання"

та 7.010104 "Професійне навчання. Виробництво, експлуатація  
та ремонт підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх  
і меліоративних машин і обладнання"

Київ 2007

ББК 22.11

В53

Укладачі: Н.Д. Федоренко, канд. техн. наук, професор  
С.В. Білощицька, асистент  
О.В. Доля, асистент  
Ю.А. Коротких, асистент  
А.О. Вольтерс, асистент

Рецензент О.В. Забарило канд. фіз.- мат. наук, доцент

Відповідальний за випуск В.В. Демченко, канд. техн. наук,  
доцент, завідувач кафедри прикладної математики

*Затверджено на засіданні кафедри прикладної  
математики, протокол № 2 від 17 вересня 2007 р.*

Видається в авторській редакції.

**Вища** математика: Методичні вказівки до виконання індивідуальних  
В53 завдань / Уклад.: Н.Д. Федоренко, С.В. Білощицька, О.В. Доля,  
та ін. – К.: КНУБА, 2007. – 64 с.

Містять необхідні для виконання індивідуальних завдань  
теоретичні та практичні відомості, зразок виконання  
індивідуальних завдань та варіанти індивідуальних завдань.

Призначені для студентів спеціальностей 7.090214  
"Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні і меліоративні  
машини і обладнання" та 7.010104 "Професійне навчання.  
Виробництво, експлуатація та ремонт підйомно-транспортних,  
будівельних, дорожніх і меліоративних машин і обладнання" усіх  
форм навчання.

© КНУБА, 2007

## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Запропоноване видання являє собою методичні вказівки для вивчення загального курсу вищої математики з модуля 3 студентами першого курсу інженерних спеціальностей.

Методичні вказівки містять систематично підібрані задачі та вправи з розділу «Інтегральне числення», а саме: знаходження та застосування невизначених, визначених, невласних, подвійних, потрійних і криволінійних інтегралів.

Основою навчання є самостійна робота студента над підручником, конспектом лекцій та виконання індивідуального завдання.

У даних методичних вказівках наведені завдання по варіантах для виконання самостійної роботи, а також приклади розв'язання типових задач.

## МОДУЛЬ 3

### Розділ: ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

**Завдання 1.** Знайти невизначені інтеграли.

**Завдання 2.** Обчислити визначені інтеграли.

**Завдання 3.** Обчислити невласні інтеграли або довести їх розбіжність.

**Завдання 4.** За допомогою визначеного інтеграла обчислити площу плоскої області  $D$ , обмеженої заданими лініями.

**Завдання 5.** Обчислити довжину дуги заданої лінії.

**Завдання 6.** Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням фігури  $\Phi$  навколо заданої осі координат.

**Завдання 7.** Обчислити площу поверхні, утвореного обертанням дуги кривої  $L$  навколо заданої осі.

**Завдання 8.** Змінити порядок інтегрування та зобразити область інтегрування.

**Завдання 9.** За допомогою подвійного інтеграла знайти площу плоскої фігури, обмеженої даними лініями (зробити рисунок).

**Завдання 10.** Подати подвійний інтеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  у вигляді

повторного інтеграла з зовнішнім інтегруванням по  $x$  і з зовнішнім інтегруванням по  $y$ , якщо область  $D$  обмежена заданими лініями.

**Завдання 11.** Обчислити потрібний інтеграл.

**Завдання 12.** За допомогою потрібного інтеграла обчислити об'єм тіла, обмеженого заданими поверхнями (зробити рисунок).

**Завдання 13-14.** Обчислити задані інтеграли.

### РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВОГО ВАРІАНТА

**Завдання 1.** Знайти невизначені інтеграли:

$$\begin{aligned} 1. \int \frac{7x^3 - \sqrt[4]{x} + 2x - 5}{x^2} dx &= \int (7x - x^{-\frac{7}{4}} + \frac{2}{x} - 5x^{-2}) dx = \\ &= \frac{7}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^{-\frac{3}{4}} + 2\ln|x| + 5x^{-1} + C = \frac{7}{2}x^2 + \frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}} + \ln x^2 + \frac{5}{x} + C. \end{aligned}$$

$$2. \int (\cos \frac{x}{4} + \sin \frac{x}{4})^2 dx = \int (1 + \sin \frac{x}{2}) dx = x - 2 \cos \frac{x}{2} + C.$$

$$3. \int \operatorname{ctg}^2 x dx = \int (\frac{1}{\sin^2 x} - 1) dx = -\operatorname{ctg} x - x + C.$$

$$4. \int \sin(7 - 2x) dx = -\frac{1}{2} \int \sin(7 - 2x) d(7 - 2x) = \frac{1}{2} \cos(7 - 2x) + C.$$

$$5. \int \frac{dx}{3 - 8x^2} = -\frac{1}{8} \int \frac{dx}{x^2 - \frac{3}{8}} = -\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{3}{8}}} \ln \left| \frac{x - \sqrt{\frac{3}{8}}}{x + \sqrt{\frac{3}{8}}} \right| + C = \frac{\sqrt{2}}{8\sqrt{3}} \ln \left| \frac{2x + \sqrt{\frac{3}{2}}}{2x - \sqrt{\frac{3}{2}}} \right| + C.$$

$$\begin{aligned} 6. \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 5} &= \int \frac{dx}{(x^2 - 4x + 4) + 1} = \int \frac{dx}{(x - 2)^2 + 1} = \\ &= \int \frac{d(x - 2)}{(x - 2)^2 + 1^2} = \operatorname{arctg}(x - 2) + C. \end{aligned}$$

$$7. \int \frac{(2x - 4)dx}{x^2 - 4x + 5} = \int \frac{d(x^2 - 4x + 5)}{x^2 - 4x + 5} = \ln |x^2 - 4x + 5| + C.$$

$$\begin{aligned} 8. \int \frac{dx}{(\sin^2 x)(\cos^2 x)} &= \int \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)dx}{(\sin^2 x)(\cos^2 x)} = \int (\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}) dx = \\ &= \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C. \end{aligned}$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = \int \frac{d(x-4)}{\sqrt{(x-4)^2 + 1}} = \ln |x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 17}| + C.$$

$$10. \int \frac{(2 \ln x + 3)^3}{x} dx = \left. \begin{array}{l} u = 2 \ln x + 3 \\ du = \frac{2dx}{x} \\ \frac{du}{2} = \frac{dx}{x} \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int u^3 du = \frac{1}{8} u^4 + C =$$

$$= \frac{1}{8} (2 \ln x + 3)^4 + C.$$

$$11. \int \frac{x^3}{x-1} dx = \left. \begin{array}{l} u = x-1 \\ du = dx \\ x = u+1 \end{array} \right| = \int \frac{(u+1)^3}{u} du = \int \frac{u^3 + 3u^2 + 3u + 1}{u} du =$$

$$= \int (u^2 + 3u + 3 + \frac{1}{u}) du = \frac{u^3}{3} + \frac{3u^2}{2} + 3u + \ln|u| + C =$$

$$= \frac{(x-1)^3}{3} + \frac{3(x-1)^2}{2} + 3(x-1) + \ln|x-1| + C.$$

$$12. \int (2x+1) \sin x dx = \left. \begin{array}{l} u = 2x+1 \\ du = 2dx \\ dv = \sin x dx \\ v = -\cos x \end{array} \right| = -(2x+1) \cos x + \int 2 \cos x dx =$$

$$= -(2x+1) \cos x + 2 \sin x + C.$$

$$13. \int x^3 \ln x dx = \left. \begin{array}{l} u = \ln x \\ du = \frac{dx}{x} \\ dv = x^3 \\ v = \frac{x^4}{4} \end{array} \right| = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{1}{4} \int x^4 \frac{dx}{x} =$$

$$= \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{1}{4} \int x^3 dx = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{x^4}{16} + C.$$

$$14. \int e^x \sin 2x dx = \left. \begin{array}{l} u = e^x \\ du = e^x dx \\ dv = \sin 2x dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{array} \right| = -\frac{e^x \cos 2x}{2} + \frac{1}{2} \int e^x \cos 2x \frac{dx}{x} =$$

$$= \left. \begin{array}{l} u = e^x \\ du = e^x dx \\ dv = \cos 2x dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{array} \right| = -\frac{e^x \cos 2x}{2} + \frac{e^x \sin 2x}{4} - \frac{1}{4} \int e^x \sin 2x dx.$$

Звідки  $\int e^x \sin 2x dx = -\frac{e^x \cos 2x}{2} + \frac{e^x \sin 2x}{4} - \frac{1}{4} \int e^x \sin 2x dx.$

Дістали рівняння, з якого визначаємо шуканий інтеграл:

$$\int e^x \sin 2x dx = \frac{1}{5} e^x (\sin 2x - 2 \cos 2x) + C.$$

$$15. \int e^{\sqrt{x}} dx = \left. \begin{array}{l} x = t^2 \\ dx = 2t dt \\ t = \sqrt{x} \end{array} \right| = 2 \int t e^t dt = \left. \begin{array}{l} u = t \\ du = dt \\ dv = e^t dt \\ v = e^t \end{array} \right| = 2(t e^t - \int e^t dt) =$$

$$= 2e^t (t - 1) + c = 2e^{\sqrt{x}} (\sqrt{x} - 1) + C.$$

$$16. \int \frac{2x+3}{x^2+4x+9} dx = \left. \begin{array}{l} x = t-2 \\ dx = dt \\ t = x+2 \end{array} \right| = \int \frac{2(t-2)+3}{(t-2)^2+4(t-2)+9} dt =$$

$$= \int \frac{2t-1}{t^2+5} dt = \int \left( \frac{2t}{t^2+5} - \frac{1}{t^2+5} \right) dt = \ln(t^2+5) - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{t}{\sqrt{5}} + C =$$

$$= \ln(x^2+4x+9) - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{5}} + C.$$

$$17. \int \frac{x^5 + 2}{x^3 - 1} dx = \int \left( \frac{x^2 + 2}{x^3 - 1} + x^2 \right) dx = \int \left( x^2 + \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1} \right) dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x^2 + 2 = A(x^2 + x + 1) + (Bx + C)(x - 1) \\ x^2 + 2 = x^2(A + B) + x(A - B + C) + (A - C) \\ A + B = 1 \\ A - B + C = 0 \\ A - C = 2 \\ A = 1 \\ B = 1 \\ C = -1 \end{array} \right| = \int \left( x^2 + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2+x+1} \right) dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} + \ln|x-1| - \int \frac{d\left(x + \frac{1}{2}\right)}{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{x^3}{3} + \ln|x-1| - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C$$

$$18. \int \frac{1}{(x-1)^2} \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} dx = \left| \begin{array}{l} \frac{x-1}{x+1} = t^3 \\ x = \frac{t^3+1}{t^3-1} = \\ dx = -\frac{6t^2}{(t^3-1)^2} dt \\ x-1 = \frac{2}{t^3-1} \end{array} \right| = \int \frac{(t^3-1)^2 t (-6t^2)}{4(t^3-1)^2} dt =$$

$$= -\frac{3}{2} \int t^3 dt = -\frac{3}{8} t^4 + c = -\frac{3}{8} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{4}{3}} + C.$$

$$19. \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx = \left| \begin{array}{l} t^3 = 1 + x^{\frac{1}{4}} \\ x = (t^3 - 1)^4 \\ dx = 12t^2 (t^3 - 1)^3 dt \end{array} \right| = 12 \int (t^6 - t^3) dt = \frac{12}{7} t^7 - 3t^4 + C =$$

$$= \frac{12}{7}(1 + \sqrt[4]{x})^{\frac{7}{3}} - 3(1 + \sqrt[4]{x})^{\frac{4}{3}} + C.$$

$$20. \int \frac{dx}{\sin x + 1} = \left. \begin{array}{l} t = \operatorname{tg} \frac{x}{2} \\ \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \\ dx = 2 \frac{dt}{1+t^2} \end{array} \right| = \int \frac{\frac{2}{1+t^2} dt}{\frac{2t}{1+t^2} + 1} = 2 \int \frac{dt}{(1+t)^2} =$$

$$= -\frac{2}{1+t} + C = -\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + C.$$

$$21. \int \sin^4 x \cos^5 x dx = \int \sin^4 x \cos^4 x (\cos x dx) =$$

$$= \int \sin^4 x (1 - \sin^2 x)^2 \cos x dx = \left. \begin{array}{l} t = \sin x \\ dt = \cos x dx \end{array} \right| =$$

$$= \int t^4 (1 - t^2)^2 dt = \int (t^4 - 2t^6 + t^8) dt = \frac{1}{5} t^5 - \frac{2}{7} t^7 + \frac{1}{9} t^9 + C =$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{2}{7} \sin^7 x + \frac{1}{9} \sin^9 x + C.$$

22.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}} = \left. \begin{array}{l} x = \sin t \\ dx = \cos t dt \end{array} \right| = \int \frac{\cos t dt}{\cos^3 t} = \operatorname{tg} t + C = \frac{\sin t}{\cos t} + C = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C.$$

$$23. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x-x^2}} = \left. \begin{array}{l} \sqrt{1-x-x^2} = xt - 1 \\ 1-x-x^2 = x^2 t^2 - 2xt + 1 \\ x = \frac{1+2t}{1+t^2}; dx = \frac{2(1-t-t^2)}{(1+t^2)^2} dt \end{array} \right| = \int \frac{-2dt}{1+(t+1)^2} =$$

$$= -2 \operatorname{arctg}(t+1) + C = -2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x-x^2} + x + 1}{x} + C.$$



$$24. \int \frac{2e^{2x} - e^x - 3}{e^{2x} - 2e^x - 3} dx = \left| \begin{array}{l} e^x = t \\ x = \ln t \\ dx = \frac{dt}{t} \end{array} \right| = \int \frac{2t^2 - t - 3}{t(t+1)(t-3)} dt = \int \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{t-3} \right) dt =$$

$$= \ln|t| + \ln|t-3| + \ln|C| = \ln|Ct(t-3)| = \ln|Ce^x(e^x-3)|.$$

**Завдання 2.** Обчислити визначені інтеграли.

$$1. \int_1^e \ln^2 x dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln^2 x, du = 2 \ln x \frac{1}{x} dx \\ dv = dx, v = x \end{array} \right| = x \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e \ln x dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} u = \ln x, du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx, v = x \end{array} \right| = e \ln^2 e - 2(x \ln x - x) \Big|_1^e = e - 2e + 2e - 2 \approx 0,72.$$

$$2. \int_{2/3}^{10/3} \frac{xdx}{(3x-1)\sqrt{3x-1}} = \left| \begin{array}{l} \sqrt{3x-1} = t, 3x-1 = t^2 \\ x = \frac{1}{3}(t^2+1), dx = \frac{2}{3}tdt \\ t = 1 \text{ при } x = 2/3 \\ t = 3 \text{ при } x = 10/3 \end{array} \right| = \int_1^3 \frac{\frac{1}{3}(t^2+1) \cdot \frac{2}{3}tdt}{t^2 t} =$$

$$= \frac{2}{9} \int_1^3 \frac{t^3 + t}{t^3} dt = \frac{2}{9} \left( t - \frac{1}{t} \right) \Big|_1^3 = \frac{16}{27} \approx 0,59.$$

$$3. \int_0^1 \frac{x + \operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} + \int_0^1 \operatorname{arctg} x d(\operatorname{arctg} x) =$$

$$= \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}^2 x \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \left( \ln 2 + \frac{\pi^2}{16} \right) \approx 0,655.$$

$$4. \int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx = \left| \begin{array}{l} \sqrt{e^x - 1} = t; x = \ln(t^2 + 1) \\ a = \sqrt{e^0 - 1} = 0; dx = \frac{2tdt}{t^2 + 1} \\ b = \sqrt{e^{\ln 5} - 1} = 2; \end{array} \right| = \int_0^2 \frac{(t^2 + 1)t \cdot 2tdt}{(t^2 + 4)(t^2 + 1)} =$$

$$= 2 \int_0^2 \frac{t^2 dt}{t^2 + 4} = 2 \int_0^2 \left( 1 - \frac{4}{t^2 + 4} \right) dt = 2 \left( t - 2 \operatorname{arctg} \frac{t}{2} \right) \Big|_0^2 = 4 - \pi.$$

$$5. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \left. \begin{array}{l} x = a \sin t \\ \text{якщо } x = 0, \text{ то } 0 = a \sin t \Rightarrow t = 0 \\ \text{якщо } x = a, \text{ то } a = a \sin t \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \\ dx = a \cos t dt; \end{array} \right| =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 t} a \cos t dt = a^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \frac{a^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt =$$

$$= \frac{a^2}{2} \left( t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi a^2}{4}.$$

$$6. \int_1^e x \ln x dx = \left. \begin{array}{l} u = \ln x; \quad dv = x dx \\ du = \frac{dx}{x}; \quad v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right| = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{1}{4} (e^2 + 1).$$

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx = \left. \begin{array}{l} \sin x = t; \quad \cos x dx = dt \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{array} \right| = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}.$$

$$8. \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = \left. \begin{array}{l} t = \sqrt{x}; \quad x = t^2 \\ dx = 2t dt \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{array} \right| = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = \left. \begin{array}{l} u = t \\ dv = \sin t dt \\ du = dt \\ v = -\cos t \end{array} \right| =$$

$$= 2 - \left( t \operatorname{cost} \Big|_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \operatorname{cost} dt \right) = 2.$$

**Завдання 3.** Обчислити невласні інтеграли або довести їх розбіжність.

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} x \Big|_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} (\operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} 1) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4},$$

отже, даний інтеграл збіжний.

$$2. \int_{-\infty}^0 \cos 2x dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 \cos 2x dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \frac{\sin 2x}{2} \Big|_a^0 = \frac{1}{2} \lim_{a \rightarrow -\infty} (\sin 0 - \sin 2a) = -\frac{1}{2} \lim_{a \rightarrow -\infty} \sin 2a,$$

оскільки ця границя не існує при  $a \rightarrow -\infty$ , то даний інтеграл розбіжний.

$$3. \int_0^{+\infty} e^x dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b e^x dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} e^x \Big|_0^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} (e^b - e^0) = +\infty,$$

отже, даний інтеграл розбіжний.

$$4. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_0^{2-\varepsilon} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \arcsin \frac{x}{2} \Big|_0^{2-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \arcsin \frac{2-\varepsilon}{2} = \frac{\pi}{2},$$

отже, даний інтеграл збіжний.

$$\begin{aligned} 5. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9} &= \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4x + 9} + \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9} = \\ &= \lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \int_{\alpha}^0 \frac{dx}{(x+2)^2 + 5} + \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \int_0^{\beta} \frac{dx}{(x+2)^2 + 5} = \\ &= \lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{5}} \Big|_{\alpha}^0 + \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{5}} \Big|_0^{\beta} = \\ &= \lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{\alpha+2}{\sqrt{5}} \right) + \\ &+ \lim_{\beta \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{\beta+2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \left( -\frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{\sqrt{5}}, \end{aligned}$$

отже, даний інтеграл збіжний.

$$\begin{aligned}
 6. \quad & \int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx + \int_0^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \\
 & = \lim_{\beta \rightarrow 0^-} \int_{-1}^{\beta} (3x^{4/3} + 2x^{-2/3}) dx + \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \int_{\alpha}^1 (3x^{4/3} + 2x^{-2/3}) dx = \\
 & = \lim_{\beta \rightarrow 0^-} \left( \frac{9}{7} x^{7/3} + 6x^{1/3} \right) \Big|_{-1}^{\beta} + \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \left( \frac{9}{7} x^{7/3} + 6x^{1/3} \right) \Big|_{\alpha}^1 = \\
 & = \lim_{\beta \rightarrow 0^-} \left( \frac{9}{7} \beta^{7/3} + 6\beta^{1/3} + \frac{9}{7} + 6 \right) + \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \left( \frac{9}{7} + 6 - \frac{9}{7} \alpha^{7/3} - 6\alpha^{1/3} \right) = 14 \frac{4}{7}.
 \end{aligned}$$

отже, даний інтеграл збіжний.

**Завдання 4.** За допомогою визначеного інтеграла обчислити площу плоскої області D, обмеженої заданими лініями.

1. Прямою  $y = x$  і параболою  $y = 2x^2$  (рис. 1)

$$\begin{cases} y = 2 - x^2 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$S = \int_{-2}^1 ((2 - x^2) - x) dx = \left( 2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (кв.од.)}.$$

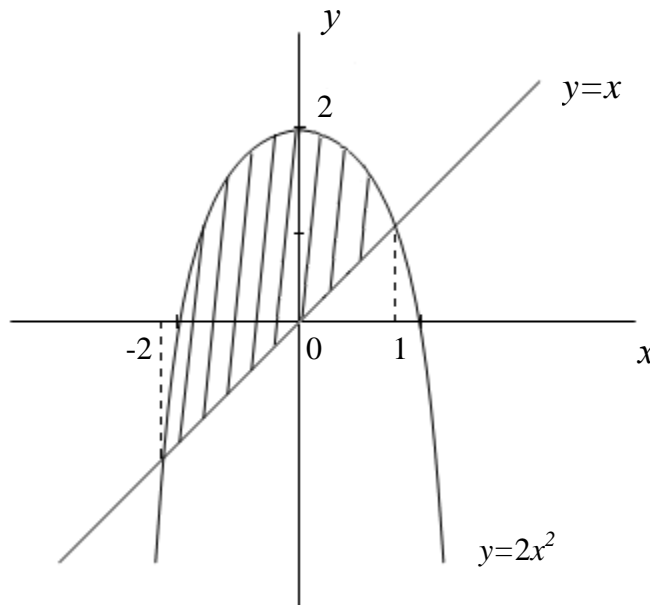


Рис. 1

2. Еліпсом  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

$$S = 4 \int_{\pi/2}^0 b \sin t (-a \sin t) dt = -4ab \int_{\pi/2}^0 \sin^2 t dt = 4ab \int_0^{\pi/2} \sin^2 t dt =$$

$$= 4ab \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = 2ab \left( t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \pi ab \approx 3,14ab.$$

3. "Трипелюстковою розою"  $\rho = 2 \cos 3\varphi$ .

$$S = 6 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} (2 \cos 3\varphi)^2 d\varphi = 12 \int_0^{\pi/6} \frac{1 + \cos 6\varphi}{2} d\varphi =$$

$$= 6 \left( \varphi + \frac{\sin 6\varphi}{6} \right) \Big|_0^{\pi/6} = \pi \approx 3,14 \text{ (кв. од.)}$$

**Завдання 5.** Обчислити довжину дуги заданої лінії.

1.  $y = \frac{x^2}{2}, 0 \leq x \leq 1.$

$$l = \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx = \left( \frac{x}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2} \ln \left| x + \sqrt{1+x^2} \right| \right) \Big|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})) \approx 1,25 \text{ (од.)}$$

2. Однієї арки циклоїди

$$x = 2(t - \sin t), y = 2(1 - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi.$$

$$l = \int_0^{2\pi} \sqrt{(2(1 - \cos t))^2 + (2 \sin t)^2} dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{16 \sin^2 \frac{t}{2}} dt = 4 \int_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2} dt = 8 \cos \frac{t}{2} \Big|_0^{2\pi} = 16 \text{ (од.)}$$

3. Кардіоїди  $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$ .

$$l = 2 \int_0^{\pi} \sqrt{(9(1 + \cos \varphi))^2 + 9 \sin^2 \varphi} d\varphi =$$

$$= 6 \int_0^{\pi} \sqrt{2 + 2 \cos \varphi} d\varphi = 12 \int_0^{\pi} \cos \frac{\varphi}{2} d\varphi = 24 \sin \frac{\varphi}{2} \Big|_0^{\pi} = 24 \text{ (од.)}$$

**Завдання 6.** Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням фігури  $\Phi$  навколо заданої вісі координат.

1.  $\Phi: y^2 = (x - 1)^3, x = 2; Ox$  (рис. 2).

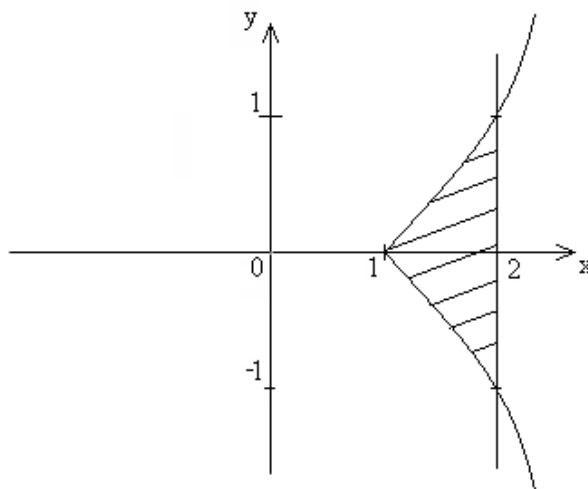


Рис.2

$$V = \pi \int_1^2 y^2 dx = \pi \int_1^2 (x-1)^3 dx = \frac{1}{4} \pi (x-1)^4 \Big|_1^2 = \frac{1}{4} \pi \text{ (куб.од)}$$

2.  $\Phi: \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$  астроїда,  $Ox$  (рис. 3).

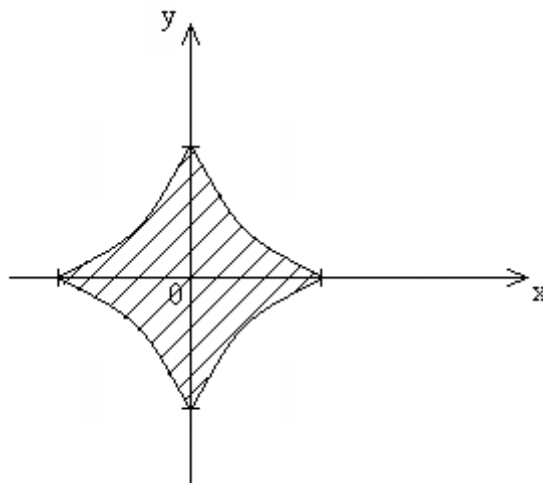


Рис.3

$$y = 0 \Rightarrow a \sin^3 t = 0 \Rightarrow \sin t = 0 \Rightarrow t = 0;$$

$$x = 0 \Rightarrow a \cos^3 t = 0 \Rightarrow \cos t = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\begin{aligned}
V &= 2\pi \int_0^{\pi/2} y^2 dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} (a \sin^3 t)^2 d(a \cos^3 t) = \\
&= 6\pi a^3 \int_0^{\pi/2} \sin^6 t \cos^2 t (-\sin t dt) = 6\pi a^3 \int_0^{\pi/2} (1 - \cos^2 t)^3 \cos^2 t d(\cos t) = \\
&= 6\pi a^3 \int_0^{\pi/2} (\cos^2 t - 3\cos^4 t + 3\cos^6 t - \cos^8 t) d(\cos t) = \\
&= 6\pi a^3 \left( \frac{1}{3} \cos^3 t - \frac{3}{5} \cos^5 t + \frac{3}{7} \cos^7 t - \frac{1}{9} \cos^9 t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{32}{105} \pi a^3 \text{ (куб.од.)}
\end{aligned}$$

3. Ф:  $x^2 + y^{\frac{2}{3}} = 1$ ;  $Oy$ .

$$x^2 = 1 - y^{\frac{2}{3}}$$

При  $x = 0$ ,  $y^{\frac{2}{3}} = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

$$V = \pi \int_{-1}^1 (1 - y^{\frac{2}{3}}) dy = \pi \left( y - \frac{3}{5} y^{\frac{5}{3}} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{5} \pi \text{ (куб.од.)}$$

**Завдання 7.** Обчислити площу поверхні, утвореної обертанням дуги кривої  $L$  навколо заданої вісі.

1.  $L$ :  $a^2 y = x^3$  (дуга кубічної параболи) між прямими  $x = 0$  і  $x = a$ ; вісь  $Ox$ .

$$y' = \frac{3}{a^2} x^2; ds = \sqrt{1 + (y')^2} dx = \frac{1}{a^2} \sqrt{a^4 + 9x^4} dx;$$

$$2\pi y ds = \frac{2\pi}{a^4} \sqrt{a^4 + 9x^4} x^3 dx;$$

$$S = \frac{2\pi}{a^4} \int_0^a \sqrt{a^4 + 9x^4} x^3 dx = \frac{\pi}{27a^4} \left( \sqrt{(a^4 + 9x^4)^3} \right) \Big|_0^a =$$

$$= \frac{\pi}{27} (10\sqrt{10} - 1)a^2 \approx 3,6a^2 \text{ (кв.од.)}$$

2.  $L$ :  $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$  кардіоїда; вісь  $Ox$ .

$$x' = 2a(\sin 2t - \sin t); \quad y' = 2a(\cos t - \cos 2t).$$

$$\sqrt{(x')^2 + (y')^2} = \sqrt{4a^2(\sin 2t - \sin t)^2 + 4a^2(\cos t - \cos 2t)^2} =$$

$$= 2a\sqrt{2 - 2\sin t \sin 2t - 2\cos t \cos 2t} = 4a \sin \frac{t}{2}.$$

$$S = 2\pi \int_0^{\pi} a(2\sin t - \sin 2t) \cdot 4a \sin \frac{t}{2} dt = 8\pi a^2 \int_0^{\pi} \left( 2\sin t \sin \frac{t}{2} - \sin 2t \sin \frac{t}{2} \right) dt =$$

$$= 8\pi a^2 \int_0^{\pi} \left( \cos \frac{t}{2} - \frac{3}{2} \cos \frac{3}{2}t + \frac{1}{2} \cos \frac{5}{2}t \right) dt = 8\pi a^2 \left( 2\sin \frac{t}{2} - \sin \frac{3}{2}t + \frac{1}{5} \sin \frac{5}{2}t \right) \Big|_0^{\pi} =$$

$$= 8\pi a^2 \left( 2 + 1 + \frac{1}{5} \right) = \frac{128}{5} \pi a^2 \quad (\text{КВ.ОД})$$

3.) L:  $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$ ; полярна вісь.

Задана крива – лемніска Бернуллі; полярна вісь співпадає за  $Ox$  (рис. 4).

$$\rho \sin \varphi = a\sqrt{\cos 2\varphi} \sin \varphi; \quad \rho' = -\frac{a \sin 2\varphi}{\sqrt{\cos 2\varphi}}; \quad \rho^2 + (\rho')^2 = \frac{a^2}{\cos 2\varphi};$$

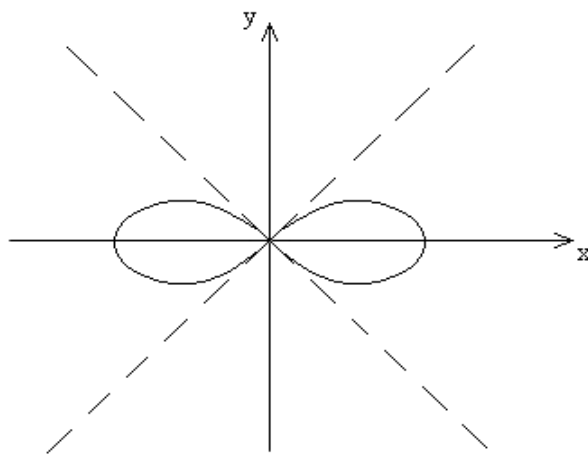


Рис. 4

$$S = 4\pi \int_0^{\pi/4} \rho \sin \varphi \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2} d\varphi =$$

$$= 4\pi a^2 \int_0^{\pi/4} \sin \varphi d\varphi = 4\pi a^2 \cos \varphi \Big|_{\pi/4}^0 = 2\pi a^2 (2 - \sqrt{2}) \quad (\text{КВ.ОД.})$$



**Завдання 8.** Змінити порядок інтегрування та зобразити область інтегрування.

$$\int_0^1 dy \int_{2-y}^{1+\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx.$$

Відновимо область інтегрування по границях інтегрування. Для цього на рисунок нанесемо лінії  $y = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x = 1 + \sqrt{1 - y^2}$  (рис. 5).

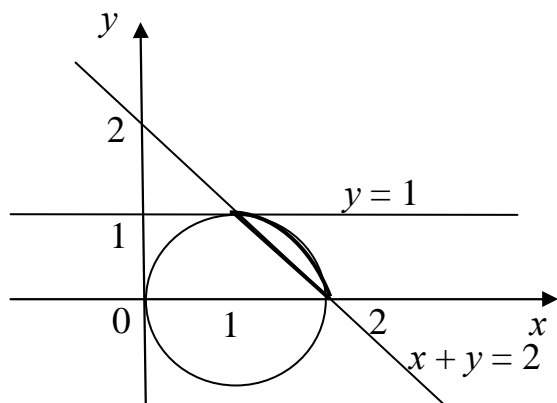


Рис. 5

Останні два рівняння представимо як  $x + y = 2$  та  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ . Змінюючи порядок інтегрування маємо:

$$\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

**Завдання 9.** За допомогою подвійного інтеграла знайти площу плоскої фігури, обмеженої лініями (зробити рисунок).

$$D: y = x^2 - 3x, \quad 3x + y - 4 = 0.$$

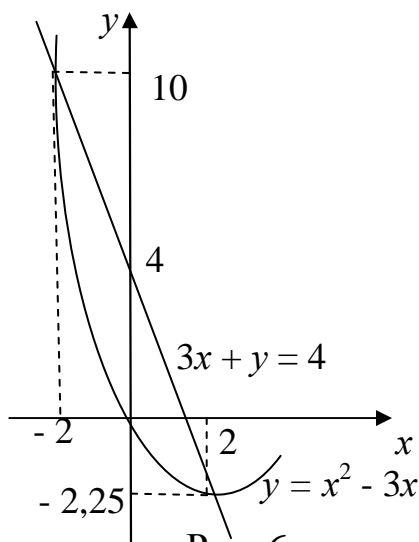


Рис. 6

Фігура обмежена знизу параболою  $y = x^2 - 3x$ , зверху прямою  $3x + y - 4 = 0$  (рис. 6).

Отже:

$$S = \iint_D dx dy = \int_{-2}^2 dx \int_{x^2-3x}^{4-3x} dy =$$

$$= \int_{-2}^2 (4 - 3x - x^2 + 3x) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

**Завдання 10.** Подати подвійний інтеграл  $\iint_D f(x, y) dx dy$  у вигляді повторного інтеграла з зовнішнім інтегруванням по  $x$  і з зовнішнім інтегруванням по  $y$ , якщо область  $D$  обмежена заданими лініями.

$$D: x = \sqrt{y}, \quad x = \sqrt{2+y}, \quad x = 0, \quad x = 2.$$

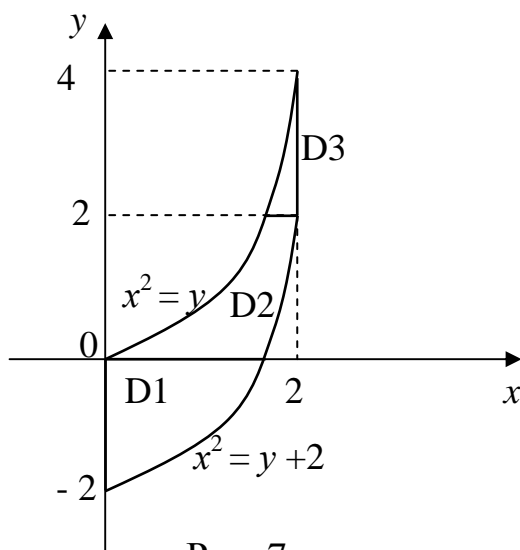


Рис. 7

Область  $D$  обмежена дугами парабол  $\begin{cases} x^2 = 2 + y, (y = x^2 - 2) \\ x^2 = y \end{cases}$

і прямими  $x = 0, \quad x = 2$  (рис. 7). Отже,

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_0^2 dx \int_{x^2-2}^{x^2} f(x, y) dy =$$

$$= \int_{-2}^0 dy \int_0^{\sqrt{y+2}} f(x, y) dx + \int_0^2 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{y+2}} f(x, y) dx + \int_2^4 dy \int_{\sqrt{y}}^2 f(x, y) dx.$$

**Завдання 11.** Обчислити потрійний інтеграл.

$$\iiint_V (3x + 2y - z^3) dx dy dz, \quad V : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad 1 \leq z \leq 3.$$

Намалюємо область інтегрування (рис. 8).

Згідно формули  $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_c^d dy \int_p^q f(x, y, z) dz$

отримаємо:

$$\begin{aligned} \iiint_V (3x + 2y - z^3) dx dy dz &= \int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_1^3 (3x + 2y - z^3) dz = \\ &= \int_0^1 dx \int_0^2 \left( 3xz + 2yz - \frac{z^4}{4} \right) \Big|_1^3 dy = \int_0^1 dx \int_0^2 (6x + 4y - 20) dy = \\ &= \int_0^1 (6xy + 2y^2 - 20y) \Big|_0^2 dx = \int_0^1 (12x - 32) dx = (6x^2 - 32x) \Big|_0^1 = -26. \end{aligned}$$

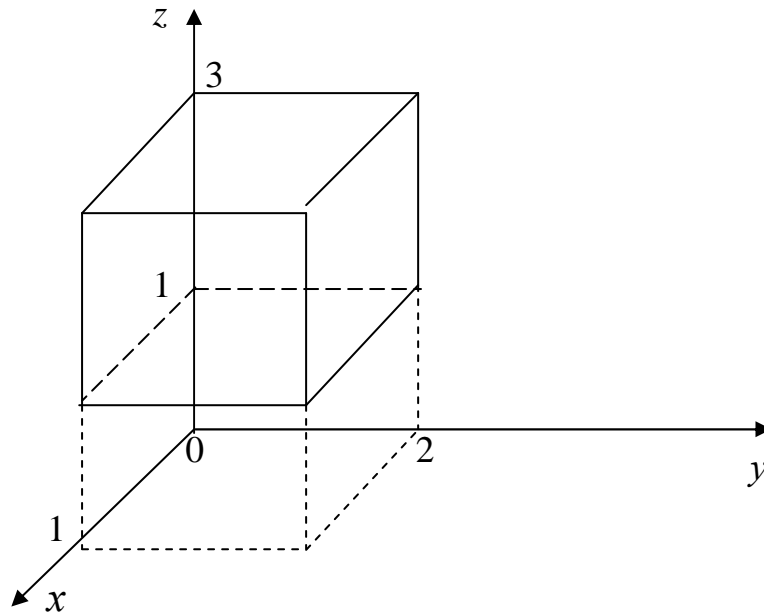


Рис. 8

**Завдання 12.** За допомогою потрійного інтеграла обчислити об'єм тіла, обмеженого даними поверхнями (зробити рисунок).

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y = 2, \quad 2z = x^2 + y^2.$$

Рівняння  $2z = x^2 + y^2$  параболоїд обертання, інші поверхні – площини.

$$\begin{aligned}
V &= \iiint_V dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{(x^2+y^2)/2} dz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} z \Big|_0^{(x^2+y^2)/2} dy = \\
&= \frac{1}{2} \int_0^2 dx \int_0^{2-x} (x^2 + y^2) dy = \frac{1}{2} \int_0^2 \left( x^2 y + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^{2-x} dx = \\
&= \frac{1}{2} \int_0^2 \left( x^2(2-x) + \frac{1}{3}(2-x)^3 \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \left( 2x^2 - x^3 + \frac{1}{3}(2-x)^3 \right) dx = \\
&= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} x^3 - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{12} (2-x)^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3} \text{ (куб. од.)}.
\end{aligned}$$

**Завдання 13.** Обчислити заданий інтеграл.

$$\int_{L_{OB}} x dl, \text{ де } L_{OB} \text{ - відрізок прямої від точки } O(0, 0) \text{ до точки } B(1, 2).$$

Запишемо рівняння прямої  $OB$  по двом точкам:  $y = 2x$ .

$$\text{Отже: } dl = \sqrt{1 + (y'_x)^2} dx, \quad dl = \sqrt{5} dx;$$

$$\int_{L_{OB}} x dl = \sqrt{5} \int_0^1 x dx = \sqrt{5} \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

**Завдання 14.** Обчислити заданий інтеграл.

$$\oint_L (x^2 + y^2)^n dl, \text{ де } L \text{ - коло } x^2 + y^2 = a^2 \dots$$

Запишемо рівняння кола в параметричному вигляді:

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

$$\text{Тоді } x'_t = -a \sin t, \quad y'_t = a \cos t, \quad dl = \sqrt{x'^2_t + y'^2_t} dt,$$

$$dl = \sqrt{a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t} dt = a dt.$$

$$\text{Отже: } \int_L (x^2 + y^2)^n dl = a^{2n+1} \int_0^{2\pi} dt = 2\pi a^{2n+1}.$$

## ВАРІАНТ 1

### Завдання 1.

|  |                                       |   |  |
|--|---------------------------------------|---|--|
| 1. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot 2x}{\sqrt{x}} dx$ | 2. $\int \sqrt{3+x} dx$               | 3. $\int \frac{dx}{3-x}$                | 4. $\int \sin(2-3x) dx$                        |
| 5. $\int \frac{\sqrt{3} dx}{9x^2-3}$                 | 6. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5-4x^2}}$ | 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-5x^2}}$      | 8. $\int \cos^2 3x dx$                         |
| 9. $\int \frac{x}{\sqrt{1-2x}} dx$                   | 10. $\int \frac{5x^2}{5-2x^3} dx$     | 11. $\int (3-5x) \ln x dx$              | 12. $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+5} dx$            |
| 13. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-x^2}}$                  | 14. $\int \frac{dx}{2-\sin x}$        | 15. $\int \frac{x dx}{x^2-5x+6}$        | 16. $\int \frac{\sin 3x}{\sqrt{\cos^3 3x}} dx$ |
| 17. $\int \sqrt{4^x-9} \cdot 4^x dx$                 | 18. $\int x \cos 3x dx$               | 19. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x^2+2x+2}}$ | 20. $\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$          |

### Завдання 2.

|  |   |  |
|--|---|--|
| 1. $\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$ | 2. $\int_2^3 y \ln(y-1) dy$                                   | 3. $\int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx$ |
| 4. $\int_0^2 x^2 \sqrt{x-x^2} dx$          | 5. $\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx$ | 6. $\int_2^3 \frac{dx}{2x^2+3x-2}$         |

### Завдання 3.

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| 1. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x+3)^4}$ | 2. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4+1}$ | 3. $\int_2^3 \frac{4x dx}{\sqrt{(x^2-4)^3}}$ | 4. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2-6x+10}$ |
|---|---|--|---|

**Завдання 4.**  $\rho = 3\sqrt{\cos 2\varphi}$ .

**Завдання 5.**  $x = 2(\cos t + t \sin t), y = 2(\sin t - t \cos t)$  ( $0 \leq t \leq \pi$ ).

**Завдання 6.**  $\Phi: x^2/9 + y^2/4 = 1, Oy$ .

**Завдання 7.**  $L: \rho = 4 \sin \varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{2-x^2} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $x = y, x = 2y, x + y = 3, x + 3y = 3$ .

**Завдання 10.**  $D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz$ ,  $V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2,$   
 $0 \leq z \leq 4.$

**Завдання 12.**  $z^2 = 4 - x, \quad x^2 + y^2 = 4x.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга параболи  
 $y = x^2$  від точки  $A(-1, 1)$  до точки  $B(1, 1)$ .

**Завдання 14.**  $\int_L \sqrt{2 - z^2} (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) dl$ , де  $L$  - дуга кривої  
 $x = t \cos t, \quad y = t \sin t, \quad z = t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$

## ВАРІАНТ 2

### Завдання 1.

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| 1. $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$ | 2. $\int \sqrt[3]{1+x} dx$                             | 3. $\int \frac{dx}{3x+9}$                 | 4. $\int \sin(3-2x) dx$                     |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+3}}$           | 6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-3x^2}}$                    | 7. $\int \frac{dx}{2x^2-5}$               | 8. $\int tg^2 5x dx$                        |
| 9. $\int \frac{dx}{2x-\sqrt{x}}$             | 10. $\int x \sin \frac{x}{3} dx$                       | 11. $\int \frac{2-3x}{x^2+2x+10} dx$      | 12. $\int x \cos 5x dx$                     |
| 13. $\int \frac{(2-x)}{\sqrt{8-x^2}-2x} dx$  | 14. $\int \frac{\sqrt[3]{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 15. $\int (x+3)e^{2x} dx$                 | 16. $\int \frac{dx}{x^2-4x^2+6x}$           |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x} dx$           | 18. $\int tg^3 x dx$                                   | 19. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}}$ | 20. $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$ |

### Завдання 2.

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}}$ | 2. $\int_0^{\pi/9} \frac{xdx}{\cos^2 3x}$ | 3. $\int_0^{\sqrt{3}/3} \frac{2x^2+4}{x^3(x^2+x+1)} dx$ |
| 4. $\int_0^{1/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$      | 5. $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x dx$           | 6. $\int_{-5}^{-2} \frac{dx}{x^2+4x-21}$                |

**Завдання 3.**

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{1 - \cos 2x}$ | 2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{(x^2 + 4)^2}$ | 4. $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{(x^2 + 3)^2}$ |
|--|---|--|--|

**Завдання 4.**  $y = x^2, y = 3-x.$

**Завдання 5.**  $\rho = \sin^3(\varphi/3), (0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

**Завдання 6.**  $\Phi : y^3 = x^2, y = 1, Ox.$

**Завдання 7.**  $L : x = \cos t, y = 2 + \sin t, Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_{-6}^2 dy \int_{(y^2/4)-1}^{2-y} f(x, y) dx.$

**Завдання 9.**  $y^2 = 10x + 25, y^2 = -6x + 9.$

**Завдання 10.**  $D : x^2 = 2y, 5x - 2y - 6 = 0.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V x^2 yz dx dy dz, V : -1 \leq x \leq 2,$   
 $0 \leq y \leq 3, 2 \leq z \leq 3.$

**Завдання 12.**  $z = 4 - y^2, x^2 + y^2 = 4, z \geq 0.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{y^5}},$  де  $L_{AB}$  - дуга астроїди  $x = 2 \cos^3 t,$   
 $y = 2 \sin^3 t$  від точки  $A(2, 0)$  до точки  $B(0, 2).$

**Завдання 14.**  $\oint_L (x^2 + y^2) dl,$  де  $L$  - коло  $x^2 + y^2 = 4.$

### ВАРІАНТ 3

#### Завдання 1.

|  |   |                                       |   |
|--|---|---------------------------------------|---|
| 1. $\int \frac{3\sqrt{x+4x^2-5}}{2x^2} dx$ | 2. $\int \sqrt[3]{(1+x)^2} dx$  | 3. $\int \frac{dx}{2-3x}$             | 4. $\int \sin(5-3x) dx$                     |
| 5. $\int \frac{dx}{9x^2+3}$                | 6. $\int \frac{3xdx}{4x^2+1}$   | 7. $\int \frac{dx}{5x^2+2}$           | 8. $\int \sin 3x \cos 5x dx$                |
| 9. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$         | 10. $\int (2x+1) \cos x dx$   | 11. $\int \frac{xdx}{2x^2+4x-7}$      | 12. $\int \frac{dx}{2+\operatorname{tg} x}$ |
| 13. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}-1}$     | 14. $\int \frac{(\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 1)}{\cos^2 x} dx$ | 15. $\int x \ln 4x dx$                | 16. $\int \frac{dx}{x^3+2x^2}$              |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx$     | 18. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}$   | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+3}}$ | 20. $\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x} dx$     |

#### Завдання 2.

|   |   |  |
|---|---|--|
| 1. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2+1}$                    | 2. $\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$        | 3. $\int_2^3 \frac{2x^4-5x^2+3}{x^2-1} dx$ |
| 4. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$ | 5. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\cos x}$ | 6. $\int_{-1/2}^1 \frac{x^3}{x^2+x-1} dx$  |

#### Завдання 3.

|                                    |   |   |   |
|------------------------------------|---|---|---|
| 1. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ | 2. $\int_1^{\infty} \frac{16x dx}{16x^4-1}$ | 3. $\int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^3)^2}$ | 4. $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{(x^2-4)^3}} dx$ |
|------------------------------------|---|---|---|

**Завдання 4.**  $y = \sqrt{x}, y = x^3.$

**Завдання 5.**  $\rho = 2 \sin^3(\varphi/3) (0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

**Завдання 6.**  $\Phi: x = 6(t - \sin t), y = 6(1 - \cos t), Ox.$

**Завдання 7.**  $L: x = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t, Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_0^1 dy \int_{y^{2/3}}^y f(x, y) dx.$

**Завдання 9.**  $x = y^2 + 5, x = 4y.$

**Завдання 10.**  $D: x = \sqrt{8-y^2}, y \geq 0, y = x.$



**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + y + 4z^2) dx dy dz, \quad V : -1 \leq x \leq 1,$   
 $0 \leq y \leq 2, \quad -1 \leq z \leq 1.$

**Завдання 12.**  $x^2 + y^2 = 1, \quad z = 2 - x - y, \quad z \geq 0.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{OA}} (x^2 - y^2) dx + 2xy dy,$  де  $L_{OA}$  - дуга кубічної параболи  
 $y = x^3$  від точки  $O(0, 0)$  до точки  $A(1, 1).$

**Завдання 14.**  $\int_{L_{OB}} \frac{dl}{\sqrt{8 - x^2 - y^2}},$  де  $L_{OB}$  - відрізок прямої, що з'єднує  
 точки  $O(0, 0)$  та  $B(2, 2).$

### ВАРІАНТ 4

#### Завдання 1.

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $\int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$                 | 3. $\int \frac{dx}{1-4x}$                    | 4. $\int \cos(2+3x) dx$                |
| 5. $\int \frac{9dx}{\sqrt{9x^2-3}}$                  | 6. $\int \frac{4xdx}{\sqrt{3-4x^2}}$            | 7. $\int \frac{dx}{2x^2+3}$                  | 8. $\int \sin^2 4x dx$                 |
| 9. $\int \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} dx$                  | 10. $\int (1-3x) \sin x dx$                     | 11. $\int \frac{2x-1}{x^2+4x-5} dx$          | 12. $\int \frac{\cos x}{2\sin x-5} dx$ |
| 13. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3-4}} dx$               | 14. $\int \frac{\sqrt{\ln x+3}}{x} dx$          | 15. $\int \arcsin 2x dx$                     | 16. $\int \frac{xdx}{x^3-8}$           |
| 17. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-3}}$                    | 18. $\int \frac{dx}{\sin^2 x - 4\sin x \cos x}$ | 19. $\int \frac{dx}{x - \sqrt{x^2 - x + 1}}$ | 20. $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$        |

#### Завдання 2.

|  |                                   |                                      |
|--|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$        | 2. $\int_{1/2}^1 \arcsin(1-x) dx$ | 3. $\int_4^5 \frac{dx}{x^2(x-1)}$    |
| 4. $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$ | 5. $\int_0^{\pi/4} \sin^3 2x dx$  | 6. $\int_4^5 \frac{xdx}{x^4-4x^2+3}$ |

**Завдання 3.**

|   |   |                                      |   |
|---|---|--------------------------------------|---|
| 1. $\int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{7-x}}$ | 2. $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx$ | 3. $\int_{-3}^0 \frac{dx}{(2x+6)^3}$ | 4. $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{dx}{x^7 \sqrt{\ln^5 x}}$ |
|---|---|--------------------------------------|---|

**Завдання 4.**  $x = 7 \cos^3 t, y = 7 \sin^3 t.$

**Завдання 5.**  $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{9}.$

**Завдання 6.**  $\Phi : x = 3 \cos^3 t, y = 4 \sin^3 t (0 \leq t \leq \pi/2), O_y.$

**Завдання 7.**  $L : y = x^3$  між прямими  $x = \pm 2/3, O_x.$

**Завдання 8.**  $\int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy.$

**Завдання 9.**  $y = 10 - x, xy = 9, x = 7, x = 9.$

**Завдання 10.**  $D : x \geq 0, y \geq 0, y \leq 1, y = \ln x.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, V : 0 \leq x \leq 3,$   
 $-1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2.$

**Завдання 12.**  $z = y^2, x \geq 0, z \geq 0, x + y = 2.$

**Завдання 13.**  $\oint_L (x + 2y) dx + (x - y) dy,$  де  $L$  - коло  
 $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t$  при додатному напрямку обходу.

**Завдання 14.**  $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) dl,$  де  $L_{AB}$  - відрізок прямої  $AB; A(1, 0);$   
 $B(0, 1).$

## ВАРІАНТ 5

### Завдання 1.

|  |                                      |   |  |
|--|--------------------------------------|---|--|
| 1.<br>$\int \frac{\sqrt[4]{x-2x+5}}{x^2} dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)^3}}$  | 3. $\int \frac{dx}{2+3x}$                 | 4. $\int \cos(3+2x) dx$                |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-9x^2}}$           | 6. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{8x^2-9}}$ | 7. $\int \frac{dx}{2x^2+9}$               | 8. $\int \cos^3 4x dx$                 |
| 9. $\int \frac{dx}{3x+\sqrt{x}}$             | 10. $\int (8-x)e^x dx$               | 11. $\int \frac{1-4x}{x^2+6x-7} dx$       | 12. $\int \frac{\ln(2x+1)}{x^3} dx$    |
| 13.<br>$\int \frac{x}{x^2-7x+13} dx$         | 14. $\int \frac{dx}{1+5\cos x}$      | 15. $\int \frac{x}{\sin^2 4x} dx$         | 16. $\int \frac{xdx}{x^2-2x-8}$        |
| 17.<br>$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$   | 18. $\int \sqrt[4]{x^3-12x^2} dx$    | 19. $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+x+1}}$ | 20. $\int \frac{dx}{\cos x-2\sin x+3}$ |

### Завдання 2.

|   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$         | 2. $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$            | 3. $\int_2^3 \frac{x+2}{x^2(x-1)} dx$       |
| 4. $\int_0^{\sqrt{2,5}} \frac{dx}{(5-x^2)^3}$ | 5. $\int_{\pi/2}^{\pi} \sqrt{1+\sin x} dx$ | 6. $\int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+4}}$ |

### Завдання 3.

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| 1. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{dx}{1+\cos x}$ | 2. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+9}}$ | 3. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2+2x+5}$ | 4. $\int_1^e \frac{dx}{x^3\sqrt{\ln x}}$ |
|---|--|---|--|

**Завдання 4.**  $\rho = 4 \cos 3\varphi$ .

**Завдання 5.**  $x^{2/3} + y^{2/3} = 4^{2/3}$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: y^2 = x, \quad x^2 = y, \quad Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: \rho^2 = 9 \cos 2\varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $y = 11 - x^2, \quad y = -10x$ .

**Завдання 10.**  $D: x^2 = 2 - y, \quad x + y = 0$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V x^2 y^2 z dx dy dz, \quad V: -1 \leq x \leq 3,$   
 $0 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 5.$

**Завдання 12.**  $y \geq 0, z \geq 0, z = x, x = \sqrt{9 - y^2}, x = \sqrt{25 - y^2}.$

**Завдання 13.**  $\oint_L (x^2 y - x) dx + (y^2 x - 2y) dy,$  де  $L$  - дуга еліпса  
 $x = 3 \cos t, y = 2 \sin t$  при додатному напрямку обходу.

**Завдання 14.**  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{5}(x-y)},$  де  $L_{AB}$  - відрізок прямої, замкнений між  
 точками  $A(0, 4)$  та  $B(4, 0).$

### ВАРІАНТ 6

#### Завдання 1.

|   |  |                                       |                                  |
|---|--|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}}$     | 3. $\int \frac{dx}{2-5x}$             | 4. $\int \sin(4-2x) dx$          |
| 5. $\int \frac{dx}{7x^2-4}$                       | 6. $\int \frac{4x dx}{\sqrt{4x^2+3}}$  | 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-2x^2}}$    | 8. $\int \sin 2x \sin 6x dx$     |
| 9. $\int x \sqrt{1-3x} dx$                        | 10. $\int x e^{-\frac{x}{2}} dx$       | 11. $\int \frac{3x-1}{x^2-x+1} dx$    | 12. $\int \frac{dx}{1-\sin^2 x}$ |
| 13. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$         | 14. $\int \frac{(e^{-x}+5)^3}{e^x} dx$ | 15. $\int \ln(3x+1) dx$               | 16. $\int \frac{dx}{x^3+1}$      |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x+1} dx}{x-2\sqrt{x+1}+2}$  | 18. $\int \operatorname{ctg}^2 5x dx$  | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2+x-x^2}}$ | 20. $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$  |

#### Завдання 2.

|   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ | 2. $\int_1^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx$         | 3. $\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}$          |
| 4. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx$           | 5. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1+\operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx$ | 6. $\int_{-3/2}^2 \frac{(x-1)^2}{x^2+3x+4} dx$ |

#### Завдання 3.

|  |  |                                  |  |
|--|--|----------------------------------|--|
| 1. $\int_0^{\pi/2} \operatorname{tg} x dx$ | 2. $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}}$ | 3. $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$ | 4. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$ |
|--|--|----------------------------------|--|

- Завдання 4.**  $\rho = 3 \cos 2\varphi$ .
- Завдання 5.**  $y^2 = (x+1)^3$ , що відсікаються прямою  $x = 4$ .
- Завдання 6.**  $\Phi : y^2 = (x-1)^3, x = 2, Ox$ .
- Завдання 7.**  $L : x = 2 \cos t, y = 3 + 2 \sin t, Ox$ .
- Завдання 8.**  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$ .
- Завдання 9.**  $y = \frac{1}{x}, y = 6e^x, y = 1, y = 6$ .
- Завдання 10.**  $D : y = \sqrt{2-x^2}, y = x^2$ .
- Завдання 11.**  $\iiint_V (x+y+z) dx dy dz, V : 0 \leq x \leq 1,$   
 $-1 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2$ .
- Завдання 12.**  $x^2 + y^2 = 4, z = 4 - x - y, z \geq 0$ .
- Завдання 13.**  $\oint_{L_{AB}} (xy-1)dx + x^2 y dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга еліпса  
 $x = \cos t, y = 2 \sin t$  від точки  $A(1, 0)$  до точки  $B(0, 2)$ .
- Завдання 14.**  $\int_L \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dl$ , де  $L$  - дуга кардіоїди  
 $\rho = 2(1 + \cos \varphi), 0 \leq \varphi \leq \pi/2$ .

### ВАРІАНТ 7

#### Завдання 1.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int \left( \sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt{x}}{x} + 3 \right) dx$ | 2. $\int (1-4x)^7 dx$   | 3. $\int \frac{dx}{3x-2}$                 | 4. $\int \cos(5-2x) dx$                       |
| 5. $\int \frac{3dx}{\sqrt{7x^2-4}}$                               | 6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{9-8x^2}}$                           | 7. $\int \frac{dx}{3x^2-7}$               | 8. $\int \sin^3 5x dx$                        |
| 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x-4x}}$                                  | 10. $\int x \ln(1-x) dx$                                      | 11. $\int \frac{3x-2}{x^2+6x} dx$         | 12. $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+3}} dx$         |
| 13. $\int e^{x^2+2x} (x+1) dx$                                    | 14. $\int \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx$                        | 15. $\int \arctg 4x dx$                   | 16. $\int \frac{xdx}{(x-1)(x^2-x+2)}$         |
| 17. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+25}}$                              | 18. $\int \frac{dx}{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \sin^2 x}$ | 19. $\int \frac{dx}{x^2(x+\sqrt{1+x^2})}$ | 20. $\int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x + 5}$ |

**Завдання 2.**

|  |                               |   |
|--|-------------------------------|---|
| 1. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$ | 2. $\int_1^2 (y-1) \ln y dy$  | 3. $\int_2^3 \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^3 - x} dx$  |
| 4. $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx$ | 5. $\int_0^{\pi/3} tg^2 x dx$ | 6. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$ |

**Завдання 3.**

|  |  |   |                                     |
|--|--|---|-------------------------------------|
| 1. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$ | 2. $\int_0^{1/3} \frac{e^{3+1/x}}{x^2} dx$ | 3. $\int_1^{\infty} \frac{x^2}{1+x^6} dx$ | 4. $\int_{-2}^0 \frac{dx}{(x+2)^3}$ |
|--|--|---|-------------------------------------|

**Завдання 4.**  $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$ .**Завдання 5.**  $x^3 = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t$ .**Завдання 6.**  $\Phi: y^2 = 4 - x, x = 0, Oy$ .**Завдання 7.**  $L: x = 3 \cos^3 t, y = 3 \sin^3 t, Ox$ .**Завдання 8.**  $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^{x^3} f(x, y) dy$ .**Завдання 9.**  $y = \sin x, y = \cos x, x = 0$ .**Завдання 10.**  $D: y = x^2 - 2, y = x$ .**Завдання 11.**  $\iiint_V (2x + y^2 + z) dx dy dz, V: 1 \leq x \leq 5,$   
 $0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0$ .**Завдання 12.**  $z \geq 0, z = x^2, z \geq 0, x - 2y + 2 = 0,$   
 $x + y = 7$ .**Завдання 13.**  $\int_{L_{OBA}} 2xy dx - x^2 dy$ , де  $L_{OBA}$  - ламана  $OBA$   $O(0, 0), B(2, 0),$   
 $A(2, 1)$ .**Завдання 14.**  $\int_{L_{AB}} y dl$ , де  $L_{AB}$  - дуга астроїди  $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$ ,  
замкнена між точками  $A(1, 0)$  та  $B(0, 1)$ .

## ВАРІАНТ 8

### Завдання 1.

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$    | 2. $\int (1 + 4x)^5 dx$   | 3. $\int \frac{dx}{2x + 3}$               | 4. $\int \cos(7x + 3) dx$                |
| 5. $\int \frac{dx}{5x^2 + 3}$                          | 6. $\int \frac{\sqrt{3x} dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}$                    | 7. $\int \frac{dx}{5x^2 - 4}$             | 8. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$           |
| 9. $\int \frac{dx}{1 - \sqrt[3]{x}}$                   | 10. $\int (2x + 1)3^x dx$   | 11. $\int \frac{2 - x}{x^2 + 4x - 5} dx$  | 12. $\int x e^{3x-5} dx$                 |
| 13. $\int \frac{dx}{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}$ | 14. $\int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg} x + 4}}{\sin^2 x} dx$ | 15. $\int x^4 \ln 3x dx$                  | 16. $\int \frac{dx}{x^3 - x^2 + 5x - 5}$ |
| 17. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-1}}$                   | 18. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$                           | 19. $\int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{4x-x^2}}$ | 20. $\int \frac{dx}{2 - \sin x}$         |

### Завдання 2.

|  |  |                                     |
|--|--|-------------------------------------|
| 1. $\int_3^8 \sqrt{x+1} dx$                | 2. $\int_0^1 \frac{\arcsin(x/2)}{\sqrt{2-x}} dx$ | 3. $\int_{-1}^1 \frac{y^5 dy}{y+2}$ |
| 4. $\int_2^4 \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx$ | 5. $\int_0^{\pi/8} \sin x \sin 3x dx$            | 6. $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + x}$    |

### Завдання 3.

|   |  |   |                                  |
|---|--|---|----------------------------------|
| 1. $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 17}$ | 2. $\int_{1/2}^1 \frac{\ln 2x}{(1-x)\ln^2(1-x)}$ | 3. $\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^5}} dx$ | 4. $\int_0^2 \frac{x dx}{4-x^2}$ |
|---|--|---|----------------------------------|

**Завдання 4.**  $\rho^2 = 2 \sin 2\varphi$ .

**Завдання 5.**  $y = 1 - \ln \cos x, \quad (0 \leq x \leq \pi/6)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2}, x = 0, y = 0, Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: \rho = \frac{2}{3} \sin \varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $x = 5 - y^2, \quad x = -4y$ .

**Завдання 10.**  $D: x \geq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = x$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V 2xy^2 z dx dy dz, \quad V: 0 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2$ .

**Завдання 12.**  $x \geq 0, z \geq 0, z = y, x = 4, y = \sqrt{25 - x^2}$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} (x^2 - y^2) dx + xy dy$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої  $AB$ ;  
 $A(1, 1); B(3, 4)$ .

**Завдання 14.**  $\int_{L_{OB}} y dl$ , де  $L_{OB}$  - дуга параболи  $y^2 = \frac{2}{3}x$  між точками  
 $O(0, 0)$  та  $B(\sqrt{35}/6, \sqrt{35}/3)$ .

### ВАРІАНТ 9

#### Завдання 1.

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1. $\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx$ | 2. $\int (1 - 3x)^4 dx$                       | 3. $\int \frac{dx}{3x - 4}$                | 4. $\int \sin(8x - 3) dx$                    |
| 5. $\int \frac{dx}{5x^2 - 3}$                 | 6. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}$       | 7. $\int \frac{dx}{6x^2 - 7}$              | 8. $\int \cos x \cos 5x dx$                  |
| 9. $\int (x+1)\sqrt{x-2} dx$                  | 10. $\int (x+1) \cos 3x dx$                   | 11. $\int \frac{3-x}{x^2 - 4x} dx$         | 12. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 10}} dx$ |
| 13. $\int \frac{x+2}{\sqrt{3x+1}} dx$         | 14. $\int \sqrt[3]{9^x + 8 \cdot 9^x} dx$     | 15. $\int x \sin \frac{x}{3} dx$           | 16. $\int \frac{x dx}{x^2 + 4x - 5}$         |
| 17. $\int \frac{dx}{x\sqrt{25 - x^2}}$        | 18. $\int \frac{dx}{3 \cos x + 2 \sin x - 1}$ | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4x - 4}}$ | 20. $\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}$    |

#### Завдання 2.

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$             | 2. $\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx$    | 3. $\int_4^6 \frac{xdx}{x^3 - 6x^2 + 16x - 6}$    |
| 4. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3 + 1}{x^2 \sqrt{4 - x^2}} dx$ | 5. $\int_0^{\pi/3} \cos^3 x \sin 2x dx$ | 6. $\int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x - x^2 - 15}}$ |

#### Завдання 3.

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| 1. $\int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx$ | 2. $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{16x^4 - 1}}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$ | 4. $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ |
|--|---|---|---|

**Завдання 4.**  $x = 4(t - \sin t)$ ,  $y = 4(1 - \cos t)$ .

**Завдання 5.**  $\rho = 6 \cos^3(\varphi/3)$ ,  $(0 \leq \varphi \leq \pi/2)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: x = \sqrt{1 - y^2}$ ,  $y = \sqrt{\frac{3}{2}}x$ ,  $y = 0$ ,  $Ox$ .



**Завдання 7.**  $L: \rho = 2 \sin \varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_0^1 dx \int_{-x^2}^x f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $x^2 + y^2 = 12$ ,  $x^2 = \sqrt{-6y}$ , ( $y \leq 0$ ).

**Завдання 10.**  $D: y^2 = 2x$ ,  $x^2 = 2y$ ,  $x \leq 1$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V 5xyz^2 dx dy dz$ ,  $V: -1 \leq x \leq 0$ ,  $2 \leq y \leq 3$ ,  $1 \leq z \leq 2$ .

**Завдання 12.**  $z \geq 0$ ,  $z = 4 - x$ ,  $x = 2\sqrt{y}$ ,  $z = 2\sqrt{y}$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} \cos y dx - \sin x dy$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої  $AB$ ,  
 $A(2\pi, -2\pi)$ ;  $B(-2\pi, 2\pi)$ .

**Завдання 14.**  $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$ , де  $L$  - дуга кривої  
 $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = \sqrt{3t}$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

### ВАРІАНТ 10

**Завдання 1.**

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| 1. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx$ | 2. $\int \sqrt{1 + 3x} dx$                             | 3. $\int \frac{dx}{4 - 3x}$              | 4. $\int \sin(3 + 4x) dx$                       |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 5x^2}}$         | 6. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{7 - 2x^2}}$                | 7. $\int \frac{dx}{6x^2 + 1}$            | 8. $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$                  |
| 9. $\int x \sqrt[3]{1 - 3x} dx$              | 10. $\int x \cdot 2^{-\frac{x}{3}} dx$                 | 11. $\int \frac{4 - x}{x^2 - 2x} dx$     | 12. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{2 + 5\cos x}} dx$ |
| 13. $\int \sqrt{1 - 2x^3} x^2 dx$            | 14. $\int \frac{(\arcsin x + 5)^4}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ | 15. $\int (x - 2)e^{3x} dx$              | 16. $\int \frac{dx}{x^3 + 6x^2 + 10x}$          |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x - 6}}{x} dx$         | 18. $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$                   | 19. $\int \frac{dx}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$ | 20. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$           |

**Завдання 2.**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin a \cos^3 a da$    | 2. $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$                        | 3. $\int_7^9 \frac{x^2 - x + 2}{x^4 - 5x^2 + 4} dx$ |
| 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{3}x^4 \sqrt{x^2 - 3}}$ | 5. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$ | 6. $\int_7^{10} \frac{x^3 dx}{x^2 - 3x + 2}$        |

**Завдання 3.**

|  |  |                                  |                                       |
|--|--|----------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ | 2. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}$ | 3. $\int_0^3 \frac{dx}{(x-3)^2}$ | 4. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ |
|--|--|----------------------------------|---------------------------------------|

**Завдання 4.**  $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$ .**Завдання 5.**  $x = 4 \cos^3 t, y = 4 \sin^4 t$ .**Завдання 6.**  $\Phi: y = \sin x, y = 0, (0 \leq x \leq \pi), Ox$ .**Завдання 7.**  $L: x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, (0 \leq t \leq 2\pi), Ox$ .**Завдання 8.**  $\int_7^9 dx \int_{9/x}^{10-x} f(x, y) dy$ .**Завдання 9.**  $y = \frac{3}{2}\sqrt{x}, y = \frac{3}{2x}, x = 9$ .**Завдання 10.**  $D: x \geq 0, y \geq x, y = \sqrt{9 - x^2}$ .**Завдання 11.**  $\iiint_V (x^2 + 2y^2 - z) dx dy dz, V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 2$ .**Завдання 12.**  $y \geq 0, z \geq 0, 2x - y = 0, x + y = 9, z = x^2$ .**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2}$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої  $AB; A(1, 2); B(3, 6)$ .**Завдання 14.**  $\int_L \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dl$ , де  $L$  - дуга кардіоїди  $\rho = (1 + \cos \varphi), 0 \leq \varphi \leq \pi/2$ .

## ВАРІАНТ 11

### Завдання 1.

|   |  |  |   |
|---|--|--|---|
| 1. $\int \frac{\sqrt[6]{x^5 - 5x^2 + 3}}{x} dx$ | 2. $\int \sqrt{5 - 4x} dx$   | 3. $\int \frac{dx}{3x + 4}$                      | 4. $\int \sin(3 - 4x) dx$                     |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$            | 6. $\int \frac{xdx}{2x^2 - 7}$                                     | 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x^2}}$             | 8. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$           |
| 9. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x - 9}}$             | 10. $\int \operatorname{arctg} x dx$                               | 11. $\int \frac{3x + 2}{x^2 + 3x - 1} dx$        | 12. $\int (x + 1) \cos 2x dx$                 |
| 13. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$     | 14. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} 2x - 1}}{\cos^2 2x} dx$ | 15. $\int x^2 \ln 6x dx$                         | 16. $\int \frac{dx}{x^3 - 7x^2}$              |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx$        | 18. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x}$                              | 19. $\int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ | 20. $\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$ |

### Завдання 2.

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int_{3/4}^{4/3} \frac{dx}{x^2 + 1}$ | 2. $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$         | 3. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2(x - 1)}$                   |
| 4. $\int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx$          | 5. $\int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx$ | 6. $\int_1^{\sqrt{5}} \frac{x^2 dx}{13 - 6x^3 + x^6}$ |

### Завдання 3.

|                                  |   |   |  |
|----------------------------------|---|---|--|
| 1. $\int_2^4 \frac{dx}{x^2 - 4}$ | 2. $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x - 1)}{3x - 1} dx$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{e^{2x}(3 + e^{-2x})}$ | 4. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ |
|----------------------------------|---|---|--|

**Завдання 4.**  $\rho = 2 \sin 3\varphi$ .

**Завдання 5.**  $y^2 = (x - 1)^3$  від точки  $A(1, 0)$  до точки  $B(6, \sqrt{125})$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: y^2 = 4x, \quad x^2 = 4y, \quad Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: \rho = 6 \sin \varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_0^1 dy \int_{y^2/9}^y f(x, y) dx$ .

**Завдання 9.**  $y = 20 - x^2, \quad y = -8x$ .

**Завдання 10.**  $D: y^2 = 2 - x, \quad y = x$ .

- Завдання 11.**  $\iiint_V (x + 2yz) dx dy dz$ ,  $V: -2 \leq x \leq 0$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  
 $0 \leq z \leq 2$ .
- Завдання 12.**  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ,  $x = 4$ ,  $y = 2x$ ,  $z = x^2$ .
- Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} xy dx + (u - x) dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга кубічної параболи  
 $y = x^3$  від точки  $A(0, 0)$  до точки  $B(1, 1)$ .
- Завдання 14.**  $\int_L \sqrt{2y} dl$ , де  $L$  - перша арка циклоїди  $x = 2(t - \sin t)$ ,  
 $y = 2(1 - \cos t)$ .

## ВАРІАНТ 12

### Завдання 1.

|  |   |                                       |   |
|--|---|---------------------------------------|---|
| 1. $\int \left( x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}$             | 3. $\int \frac{dx}{4x-2}$             | 4. $\int \cos(4x+3) dx$                     |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-7x^2}}$                               | 6. $\int \frac{xdx}{3x^2+8}$                    | 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+2}}$    | 8. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$              |
| 9. $\int \frac{\sqrt{3x+5}}{x} dx$                               | 10. $\int (x+1)e^x dx$                          | 11. $\int \frac{1-x}{x^2+2x-3} dx$    | 12. $\int \sin 3x \cos 5x dx$               |
| 13. $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx$                            | 14. $\int \frac{\ln^3 x - 3 \ln x}{x} dx$       | 15. $\int (x+4) \cos 7x dx$           | 16. $\int \frac{xdx}{x^3-27}$               |
| 17. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+5}}$                                | 18. $\int \frac{dx}{3\cos^2 x - \sin x \cos x}$ | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$ | 20. $\int \frac{dx}{5 + \sin x + 3 \cos x}$ |

### Завдання 2.

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int_{\pi/18}^{\pi/6} 12 \operatorname{ctg} 3x dx$ | 2. $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx$ | 3. $\int_2^3 \frac{x^3 + x^2 + 2}{x(x^2 - 1)^2} dx$ |
| 4. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^5 \sqrt{x^2 - 1}}$   | 5. $\int_0^{\pi/4} 2 \cos x \sin 3x dx$   | 6. $\int_4^7 \frac{dx}{x^2 + 3x - 10}$              |

### Завдання 3.

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| 1. $\int_2^{10} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$ | 2. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[5]{(1 - \sin 3x)^5}} dx$ | 3. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{7dx}{(x^2 - 4x) \ln 5}$ | 4. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3} \ln 2}$ |
|---|--|---|--|

**Завдання 4.**  $\rho = 2 + \cos \varphi$ .

**Завдання 5.**  $y^2 = x^5$ , що відсікається прямою  $x = 5$ .

**Завдання 6.**  $\Phi : x = 2 \cos t, \quad y = 5 \sin t, \quad Oy$ .

**Завдання 7.**  $L : \rho^2 = 4 \cos 2\varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_1^2 dx \int_x^{x+3} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $x^2 + y^2 = 36, \quad y = \frac{x^2}{3\sqrt{2}}, \quad y \geq 0$ .

**Завдання 10.**  $D : x = \sqrt{2 - y^2}, \quad x = y^2, \quad y \geq 0$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + yz^2) dx dy dz, \quad V : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad -1 \leq z \leq 3$ .

**Завдання 12.**  $x \geq 0, \quad z \geq 0, \quad y = 2x, \quad y = 3, \quad z = \sqrt{y}$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{ABC}} (x^2 + y^2) dx + (x + y^2) dy$ , де  $L_{ABC}$  - ламана  $ABC$ ;  
 $A(1, 2); B(3, 2); C(3, 5)$ .

**Завдання 14.**  $\int_{L_{OA}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$ , де  $L_{OA}$  - відрізок прямої, що з'єднує точки  $O(0, 0)$  та  $A(1, 2)$ .

## ВАРІАНТ 13

### Завдання 1.

|   |   |   |                                   |
|---|---|---|-----------------------------------|
| 1. $\int \left( x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}$ | 3. $\int \frac{dx}{5-3x}$               | 4. $\int \cos(3-4x) dx$           |
| 5. $\int \frac{\sqrt{5} dx}{\sqrt{3-4x^2}}$                 | 6. $\int \frac{2dx}{3x^2-7}$            | 7. $\int \frac{dx}{3x^2+4}$             | 8. $\int \frac{dx}{1-\sin x}$     |
| 9. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$                             | 10. $\int x \sin(x+2) dx$               | 11. $\int \frac{5x+3}{x^2+10x+29} dx$   | 12. $\int e^{7x+1} dx$            |
| 13. $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$                             | 14. $\int \sqrt[5]{4-x^2} x dx$         | 15. $\int \frac{x}{\sin^2 5x} dx$       | 16. $\int \frac{x dx}{x^2+3x-18}$ |
| 17. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{36-x^2}}$                     | 18. $\int \frac{dx}{7-2 \sin x}$        | 19. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}$ | 20. $\int \frac{dx}{5-3 \cos x}$  |

### Завдання 2.

|  |                                   |                                     |
|--|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$           | 2. $\int_{-1}^0 (x+1) e^{-2x} dx$ | 3. $\int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$ |
| 4. $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^6} dx$ | 5. $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x dx$   | 6. $\int_1^2 \frac{dt}{t^2+5t+4}$   |

### Завдання 3.

|   |   |                                  |   |
|---|---|----------------------------------|---|
| 1. $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$ | 2. $\int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$ | 3. $\int_0^{\infty} x \sin x dx$ | 4. $\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}$ |
|---|---|----------------------------------|---|

**Завдання 4.**  $y = 1/(1+x^2), \quad y = x^2/2.$

**Завдання 5.**  $\rho = 3 \cos \varphi.$

**Завдання 6.**  $\Phi : y^2 = x^2, \quad 8x = y^2, \quad Oy.$

**Завдання 7.**  $L : 3y = x^3, \quad (0 \leq x \leq 1), \quad Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_0^{0,6} dy \int_{2y^2}^{y+3} f(x, y) dx.$

**Завдання 9.**  $y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 16.$

**Завдання 10.**  $D : y \geq 0, \quad x+2y-12=0, \quad y = \lg x.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (xy + 3z) dx dy dz$ ,  $V: -1 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  
 $1 \leq z \leq 2$ .

**Завдання 12.**  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ,  $x = 3$ ,  $y = 2x$ ,  $z = y^2$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{OB}} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 z dz$ , де  $L_{OB}$  - відрізок прямої  $OB$ ;  
 $O(0, 0, 0)$ ;  $B(-2, 4, 5)$ .

**Завдання 14.**  $\int_L \frac{(y^2 - x^2)xy}{(x^2 + y^2)^2} dl$ , де  $L$  - дуга кривої  $\rho = 9 \sin 2\varphi$ ,  
 $0 \leq \varphi \leq \pi/4$ .

### ВАРІАНТ 14

#### Завдання 1.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2 - 2x^5 + 3}}{x} dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$ | 3. $\int \frac{dx}{4-7x}$                 | 4. $\int \cos(2+5x) dx$                   |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-9}}$              | 6. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{2x^2+5}}$   | 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}}$        | 8. $\int \frac{dx}{1+\cos x}$             |
| 9. $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$               | 10. $\int x \sin(x+2) dx$               | 11. $\int \frac{5x+3}{x^2+10x+29} dx$     | 12. $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$          |
| 13. $\int \frac{3dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$          | 14. $\int \frac{(e^{6x}-2)}{e^{-x}} dx$ | 15. $\int \ln(4-5x) dx$                   | 16. $\int \frac{dx}{x^3+8}$               |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x-5} dx}{x+\sqrt{x-5}}$   | 18. $\int tg^2 \frac{x}{3} dx$          | 19. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}}$ | 20. $\int \frac{dx}{2 \sin x - 3 \cos x}$ |

#### Завдання 2.

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$                           | 2. $\int_0^4 x^3 \sqrt{x^2+9} dx$           | 3. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^5+1}{x^6+x^4} dx$ |
| 4. $\int_{4\sqrt{2/3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4} dx$ | 5. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}$ | 6. $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}$  |

#### Завдання 3.

|   |  |                                  |   |
|---|--|----------------------------------|---|
| 1. $\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg x}}{1+4x^2} dx$ | 2. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}$ | 3. $\int_0^3 \frac{dx}{(x-3)^2}$ | 4. $\int_0^{2/3} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx$ |
|---|--|----------------------------------|---|

**Завдання 4.**  $y^2 = x+1$ ,  $y^2 = 9-x$ .

- Завдання 5.**  $\rho = 3(1 - \cos \varphi)$ .
- Завдання 6.**  $\Phi : y = e^x, x = 0, y = 0, x = 1, Ox$ .
- Завдання 7.**  $L : y^2 = 2x$ , що відсікається прямою  $2x = 3, Ox$ .
- Завдання 8.**  $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$ .
- Завдання 9.**  $x = 27 - y^2, x = 6y$ .
- Завдання 10.**  $D : x \leq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = -x^2$ .
- Завдання 11.**  $\iiint_V (xy - z^2) dx dy dz, V : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 3$ .
- Завдання 12.**  $z \geq 0, y^2 = 2 - x, z = 3x$ .
- Завдання 13.**  $\int_{L_{OA}} y dx + x dy$ , де  $L_{OA}$  - дуга кола  
 $x = R \cos t, y = R \sin t; O(R, 0); A(0, R)$ .
- Завдання 14.**  $\int_{L_{OABC}} xy dl$ , де  $L_{OABC}$  - контур прямокутника з  
вершинами  $O(0, 0), A(4, 0), B(4, 2), C(0, 2)$ .

## ВАРІАНТ 15

### Завдання 1.

|  |  |   |                                     |
|--|--|---|-------------------------------------|
| 1. $\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-5x}}$            | 3. $\int \frac{dx}{5x-3}$                             | 4. $\int \cos(3x+5) dx$             |
| 5. $\int \frac{dx}{2x^2+7}$                                  | 6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{7-3x^2}}$            | 7. $\int \frac{\sqrt[3]{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 8. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$ |
| 9. $\int (2x+1) \cos(2x+1) dx$                               | 10. $\int \frac{x+2}{x^2+2x+2} dx$             | 11. $\int \sin^5 2x dx$                               | 12. $\int \frac{x^2 dx}{3x^3-5}$    |
| 13. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 3x}}{1+9x^2} dx$  | 14. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{5} dx$ | 15. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$                   | 16. $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$ |
| 17. $\int \frac{xdx}{(x+1)(x^2+2x+2)}$                       | 18. $\int \frac{\sin x dx}{(1-\cos x)^2}$      | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+2x-1}}$                | 20. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$      |



**Завдання 2.**

|   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 4}}$ | 2. $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$                        | 3. $\int_{1/3}^{1/2} \frac{xdx}{(x-1)^3}$     |
| 4. $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$        | 5. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{(1-\cos x)^3} dx$ | 6. $\int_{-1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}$ |

**Завдання 3.**

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$ | 2. $\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg x}}{1+4x^2} dx$ | 3. $\int_1^{\infty} \frac{4dx}{x(1+\ln^2 x)}$ | 4. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x-x^2-4}}$ |
|---|---|---|---|

**Завдання 4.**  $y^2 = x^3, \quad x=0, \quad y=4.$ **Завдання 5.**  $\rho = 2 \sin^3(\varphi/3).$ **Завдання 6.**  $\Phi: y^2 = 4x/3, \quad x=3, \quad Ox.$ **Завдання 7.**  $L: y^2 = 4+x$ , що відсікається прямою  $x=2, \quad Ox.$ **Завдання 8.**  $\int_1^2 dx \int_x^{2-x} f(x,y) dy.$ **Завдання 9.**  $y = e^x, \quad y = e^{2x}, \quad x=1.$ **Завдання 10.**  $D: y=0, \quad y \geq x, \quad y = -\sqrt{2-x^2}.$ **Завдання 11.**  $\iiint_V (x^3 + yz) dx dy dz, \quad V: -1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$ **Завдання 12.**  $z \geq 0, \quad y = \sqrt{9-x^2}, \quad z = -2y.$ **Завдання 13.**  $\int_{L_{OA}} xy dx + (y-x) dy$ , де  $L_{OA}$  - дуга параболи  $y^2 = x$ від точки  $O(0, 0)$  до точки  $A(1, 1)$ .**Завдання 14.**  $\int_{L_{ABO}} (x+y) dl$ , де  $L_{ABO}$  - контур трикутника звершинами  $A(1, 0), B(0, 1), O(0, 0)$ .

## ВАРІАНТ 16

### Завдання 1.

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| 1. $\int \frac{\sqrt{x^3 - 3x^4 + 2}}{x} dx$                  | 2. $\int \sqrt[5]{3 - 2x} dx$                                 | 3. $\int \frac{dx}{3 - 2x}$                | 4. $\int \sin(5x - 3) dx$                |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$                          | 6. $\int \frac{xdx}{2x^2 + 9}$                                | 7. $\int \frac{\ln^3 x - 3 \ln x}{x} dx$   | 8. $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$          |
| 9. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$                              | 10. $\int (3 - x)e^{-x} dx$                                   | 11. $\int \frac{(3x-1)dx}{4x^2 - 4x + 17}$ | 12. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}}$ |
| 13. $\int \frac{\sqrt{2 + \operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ | 14. $\int \frac{(\operatorname{ctg}^2 x - 1)^2}{\sin^2 x} dx$ | 15. $\int x^7 \ln \frac{x}{2} dx$          | 16. $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$ |
| 17. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+6}}$                          | 18. $\int \frac{dx}{5 \cos x - 2}$                            | 19. $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} dx$    | 20. $\int \frac{dx}{\sin x + 5 \cos x}$  |

### Завдання 2.

|   |   |                                       |
|---|---|---------------------------------------|
| 1. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4 - x^2}}$ | 2. $\int_1^2 \ln(3x + 2) dx$                      | 3. $\int_1^2 \frac{dx}{x^3 + 1}$      |
| 4. $\int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7 + x^2} dx$    | 5. $\int_{\pi/4}^{\pi} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$ | 6. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ |

### Завдання 3.

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| 1. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{(x+2)^3}$ | 2. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{3 - x^2}{x^2 + 4} dx$ | 4. $\int_0^1 \frac{2e^{-\frac{2}{\pi} \arcsin x}}{\pi \sqrt{1 - x^2}} dx$ |
|--|--|---|---|

**Завдання 4.**  $\rho = 4 \sin^2 3\varphi$ .

**Завдання 5.**  $x = 5 \cos^2 t$ ,  $y = 5 \sin^2 t$ ,  $(0 \leq t \leq \pi/2)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: \rho = \sqrt{2 \cos \varphi}$  полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_0^2 dy \int_{2-y}^{\sqrt{4-y^2}} f(x, y) dx$ .

**Завдання 9.**  $y = 2^x$ ,  $y = 2^{-2x}$ ,  $y = 4$ .

**Завдання 10.**  $D: y \geq 0$ ,  $x = \sqrt{y}$ ,  $y = \sqrt{8 - x^2}$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x^3 + y^2 - z) dx dy dz$ ,  $V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0,$   
 $0 \leq z \leq 1.$

**Завдання 12.**  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y = 2, z = x^2 + y^2.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} x dx + y dy + (x - y + 1) dz$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої  $AB$ ;  
 $A(1, 1, 1); B(2, 3, 4).$

**Завдання 14.**  $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$ , де  $L$  - перший виток гвинтової лінії  
 $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, z = 2t.$

## ВАРІАНТ 17

### Завдання 1.

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| 1. $\int \left( 2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx$ | 2. $\int \sqrt[4]{1 + 3x} dx$           | 3. $\int \frac{dx}{5 + 3x}$                       | 4. $\int \sin(5 - 3x) dx$                     |
| 5. $\int \frac{dx}{3x^2 + 2}$                                | 6. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{3 - 5x^2}}$ | 7. $\int \frac{(\arctg 2x - 1)^2}{1 + 4x^2} dx$   | 8. $\int (1 - \operatorname{tg} 3x)^2 dx$     |
| 9. $\int \frac{x + 1}{x\sqrt{x - 2}} dx$                     | 10. $\int (2x + 3) \ln x dx$            | 11. $\int \frac{8x - 11}{\sqrt{5 + 2x - x^2}} dx$ | 12. $\int (2 - x) \cos 3x dx$                 |
| 13. $\int \frac{dx}{x\sqrt{36 - x^2}}$                       | 14. $\int (16^x - 1)^2 4^x dx$          | 15. $\int x \sin 7x dx$                           | 16. $\int \frac{x dx}{x^2 + x - 12}$          |
| 17. $\int \frac{3x - 2}{x^2 - 4x + 5} dx$                    | 18. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos x}$   | 19. $\int \frac{dx}{(x - 1)\sqrt{x^2 - 2}}$       | 20. $\int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$ |

### Завдання 2.

|   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$      | 2. $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx$                | 3. $\int_2^3 \frac{dx}{(x - 1)^2 (x + 1)}$ |
| 4. $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$ | 5. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 1}$ | 6. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$   |

### Завдання 3.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 1. $\int_0^{\infty} \frac{x + 2}{x^2 + 2x + 2} dx$ | 2. $\int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x(1 + \ln^2 x)}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{(x + 2) dx}{\sqrt[3]{(x^2 + 4x + 1)^4}}$ | 4. $\int_0^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos 2x} dx$ |
|--|--|--|--|

**Завдання 4.**  $x = 3 \cos t, y = 2 \sin t.$

**Завдання 5.**  $9y^2 = 4(3-x)^3$  між точками перетину з віссю  $Oy$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: \rho = 2(1 + \cos \varphi)$ , полярна вісь.

**Завдання 7.**  $L: x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, Ox$ .

**Завдання 8.**  $\int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $xy = 4, x + y = 5$ .

**Завдання 10.**  $D: y = -x, y^2 = x + 3$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (2x^2 + y - z) dx dy dz, V: 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$ .

**Завдання 12.**  $z \geq 0, x^2 + y^2 = 9, z = 5 - x - y$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} (xy - 1) dx + x^2 y dy$ , де  $L_{AB}$  – дуга параболи

$y^2 = 4 - 4x$  від точки  $A(1, 0)$  до точки  $B(0, 2)$ .

**Завдання 14.**  $\int_{L_{OAB}} (x + y) dl$ , де  $L_{OAB}$  – контур трикутника з

вершинами  $O(0, 0), A(1, 0), B(0, 1)$ .

## ВАРІАНТ 18

### Завдання 1.

|   |  |   |                                       |
|---|--|---|---------------------------------------|
| 1. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx$  | 2. $\int \sqrt[3]{1 + 3x} dx$                              | 3. $\int \frac{dx}{3 - 5x}$                       | 4. $\int \sin(3x + 6) dx$             |
| 5. $\int \frac{\sqrt{2} dx}{\sqrt{7 - 2x^2}}$   | 6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x^2 + 8}}$                      | 7. $\int \frac{\sqrt[5]{e^{-2x} - 1}}{e^{2x}} dx$ | 8. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$       |
| 9. $\int \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)} dx$            | 10. $\int 2x \sin(5x - 2) dx$                              | 11. $\int \frac{x-3}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$         | 12. $\int \frac{dx}{9x^2 - 8}$        |
| 13. $\int \frac{dx}{(9 + \sqrt[3]{x})\sqrt{x}}$ | 14. $\int \frac{\sqrt[5]{\arcsin x - 3}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 15. $\int (x+7)e^{5x} dx$                         | 16. $\int \frac{dx}{x^3 - 4x^2 + 5x}$ |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x+3}}{x} dx$              | 18. $\int \operatorname{ctg}^3 4x dx$                      | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{10x^2 - 6x + 1}}$      | 20. $\int \frac{dx}{1 + 2 \cos x}$    |

**Завдання 2.**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$        | 2. $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$   | 3. $\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{x^4 - 1}$ |
| 4. $\int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{9+x^2}}$ | 5. $\int_0^{\pi/32} (32 \cos^2 4x - 16) dx$ | 6. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-3-x^2}}$        |

**Завдання 3.**

|                                      |   |  |   |
|--------------------------------------|---|--|---|
| 1. $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$ | 2. $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{4x^2+4x+5}$ | 4. $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$ |
|--------------------------------------|---|--|---|

**Завдання 4.**  $y^2 = 9x, y = 3x.$ **Завдання 5.**  $\rho = 3 \sin \varphi.$ **Завдання 6.**  $\Phi: x = 7 \cos t, y = 7 \sin^3 t, Oy.$ **Завдання 7.**  $L: x = 3(t - \sin t), y = 3(1 - \cos t), (0 \leq t \leq 2\pi), Ox.$ **Завдання 8.**  $\int_{-1}^3 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx.$ **Завдання 9.**  $3x^2 = 25y, 5y^2 = 9x.$ **Завдання 10.**  $D: y = \sqrt{4-x^2}, x \geq 0, x = 1, y = 0.$ **Завдання 11.**  $\iiint_V x^2 y z^2 dx dy dz, V: 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0.$ **Завдання 12.**  $z \geq 0, z = x, x = \sqrt{4-y^2}.$ **Завдання 13.**  $\int_{L_{OB}} xy dx + (y-x) dy,$  де  $L_{OB}$  - дуга параболи  $y = x^2$  від точки  $O(0, 0)$  до точки  $B(1, 1)$ .**Завдання 14.**  $\int_L (x+y) dl,$  де  $L$  - дуга лемніскати Бернуллі  $\rho^2 = \cos 2\varphi, -\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4.$

## ВАРІАНТ 19

### Завдання 1.

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| 1. $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3 + 7}}{x^3} dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^5}}$                  | 3. $\int \frac{dx}{5+4x}$                          | 4. $\int \cos(5x-8) dx$                       |
| 5. $\int \frac{\sqrt{14} dx}{2x^2 - 7}$        | 6. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$              | 7. $\int \frac{\sqrt{3^x + 9}}{3^{-x}} dx$         | 8. $\int \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx$    |
| 9. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$         | 10. $\int (5-x)5^x dx$                               | 11. $\int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$ | 12. $\int \frac{dx}{4 + 2 \sin x}$            |
| 13. $\int \frac{dx}{\sin^2(3-2x)}$             | 14. $\int \frac{(\sqrt{\tan x} + 2)^2}{\cos^2 x} dx$ | 15. $\int x^9 \ln 2x dx$                           | 16. $\int \frac{dx}{x^3 - 5x^2}$              |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{x^2} dx$      | 18. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$                | 19. $\int \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{x^2} dx$          | 20. $\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 1}$ |

### Завдання 2.

|                                      |   |  |
|--------------------------------------|---|--|
| 1. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8 + 1} dz$ | 2. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$          | 3. $\int_0^1 \frac{(2x+3)dx}{(x-2)^3}$ |
| 4. $\int_0^3 x^4 \sqrt{9-x^2} dx$    | 5. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^3 x}$ | 6. $\int_1^2 \frac{x-5}{x^2 - 2x + 2}$ |

### Завдання 3.

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$ | 2. $\int_{1/4}^1 \frac{dx}{20x^2 - 9x + 1}$ | 3. $\int_{1/2}^{\infty} \frac{16dx}{\pi(4x^2 + 4x + 5)}$ | 4. $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$ |
|--|---|--|--|

**Завдання 4.**  $x = 3(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = 3(\sin t - \cos t)$ ,  
 $y = 0$ ,  $(0 \leq t \leq \pi)$ .

**Завдання 5.**  $y = \ln \sin x$ ,  $(\pi/3 \leq x \leq \pi/2)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: x^2/16 + y^2/1 = 1$ ,  $Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: x^2 = 4 + y$ , що відсікається прямою  $y = 2$ ,  $Oy$ .

**Завдання 8.**  $\int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $x^2 + y^2 = 2x$ ,  $x^2 + y^2 = 4x$ ,  $y = x$ ,  $y = 0$ .

**Завдання 10.**  $D: x = -1$ ,  $x = -2$ ,  $y \geq 0$ ,  $y = x^2$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$ ,  $V : 0 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 3,$   
 $-1 \leq z \leq 5.$

**Завдання 12.**  $y \geq 0, z \geq 0, x + y = 2, z = x^2.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{OB}} (xy - y^2) dx + x dy$ , де  $L_{OB}$  - дуга параболи  $y = x^2$  від точки  $O(0, 0)$  до точки  $B(1, 1)$ .

**Завдання 14.**  $\oint_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$ , де  $L$  - коло  $x^2 + y^2 = 2y$ .

### ВАРІАНТ 20

#### Завдання 1.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 1. $\int \frac{3x^4 - \sqrt{x^2} + 1}{x^2} dx$ | 2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3+x}}$               | 3. $\int \frac{dx}{6-3x}$                      | 4. $\int \cos(3x-7) dx$                  |
| 5. $\int \frac{dx}{8x^2+9}$                    | 6. $\int \frac{x dx}{3x^2-6}$                    | 7. $\int \frac{(\sqrt{tgx}+2)^2}{\cos^2 x} dx$ | 8. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx$     |
| 9. $\int \frac{3-4x}{2x^2-3x+1} dx$            | 10. $\int (x+10) \cos x dx$                      | 11. $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$             | 12. $\int \ln(x-1) dx$                   |
| 13. $\int \frac{5dx}{\sqrt{3-x^2-2x}}$         | 14. $\int \frac{(5-\sqrt{\ln x})^2}{x} dx$       | 15. $\int (x-2) \cos \frac{x}{3} dx$           | 16. $\int \frac{x dx}{x^3-1}$            |
| 17. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+7}}$              | 18. $\int \frac{dx}{3\sin x \cos x - 7\sin^2 x}$ | 19. $\int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{x^2-3x+2}}$    | 20. $\int \frac{dx}{2\sin x + 13\cos x}$ |

#### Завдання 2.

|  |  |  |
|--|--|--|
| 1. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}$                       | 2. $\int_0^{\pi/4} x \operatorname{tg}^2 x dx$ | 3. $\int_3^5 \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} dx$ |
| 4. $\int_{\sqrt{3}/3}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}$ | 5. $\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin^4 x dx$   | 6. $\int_{1/3}^{4/3} \frac{dx}{\sqrt{8+6x-9x^2}}$  |

#### Завдання 3.

|   |                                  |   |  |
|---|----------------------------------|---|--|
| 1. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+13}$ | 2. $\int_0^{\infty} x \sin x dx$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx$ | 4. $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$ |
|---|----------------------------------|---|--|

**Завдання 4.**  $y^2 = 4x, x^2 = 4y.$

**Завдання 5.**  $x = 9(t - \sin t), y = 9(1 - \cos t), (0 \leq t \leq 2\pi).$

**Завдання 6.**  $\Phi : x^3 = (y-1)^2, x = 0, y = 0, Ox.$

**Завдання 7.**  $L: x = \cos t, y = 1 + \sin t, Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_{-2}^2 dx \int_0^{x+2} f(x; y) dy.$

**Завдання 9.**  $y = \frac{2}{x}, y = 7 \cdot e^x, y = 2, y = 7.$

**Завдання 10.**  $D: y \leq 0, x^2 = -y, x = \sqrt{1 - y^2}.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + 2y + 3z^2) dx dy dz, V: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2.$

**Завдання 12.**  $y \geq 0, z \geq 0, y = 4, z = x, x = \sqrt{25 - y^2}.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} x dy - y dx,$  де  $L_{AB}$  - дуга астроїди

$x = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t$  від точки  $A(2, 0)$  до точки  $B(0, 2)$ .

**Завдання 14.**  $\int_{L_{OABC}} xy dl,$  де  $L_{OABC}$  - контур прямокутника з

вершинами  $O(0, 0), A(5, 0), B(5, 3), C(0, 3)$ .

## ВАРІАНТ 21

### Завдання 1.

|   |                                 |  |   |
|---|---------------------------------|--|---|
| 1. $\int \left( \sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx$ | 2. $\int \frac{dx}{(2+x)^3}$    | 3. $\int \frac{dx}{6+5x}$                                    | 4. $\int \cos(5x-6) dx$                     |
| 5. $\int \frac{dx}{3x^2-2}$                                   | 6. $\int \frac{xdx}{5x^2+1}$    | 7. $\int \frac{(\operatorname{ctg}^2 x - 1)^2}{\sin^2 x} dx$ | 8. $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$ |
| 9. $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$                             | 10. $\int 5xe^{x+3} dx$         | 11. $\int \frac{x-2}{x^2-7x+12} dx$                          | 12. $\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x} dx$     |
| 13. $\int x\sqrt{2-x} dx$                                     | 14. $\int \sqrt[3]{7+x^2} x dx$ | 15. $\int \frac{x}{\sin^2 8x} dx$                            | 16. $\int \frac{xdx}{x^2+4x-5}$             |
| 17. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}$                       | 18. $\int \frac{dx}{6+5\cos x}$ | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2-5x+3}}$                      | 20. $\int \frac{dx}{2+\cos x}$              |



### Завдання 2.

|   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos^2 x}$ | 2. $\int_{-1/3}^{-2/3} \frac{x}{e^{3x}} dx$            | 3. $\int_3^4 \frac{dx}{(x+1)(x-2)}$    |
| 4. $\int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx$                 | 5. $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{3} dx$ | 6. $\int_0^2 \frac{xdx}{x^2 + 3x + 2}$ |

### Завдання 3.

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ | 2. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}$ | 3. $\int_{-1}^{\infty} \frac{xdx}{x^2 + 4x + 5}$ | 4. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1 - \sin 3x)^5}} dx$ |
|--|---|--|--|

**Завдання 4.**  $y^2 = x^3, x = 2$ .

**Завдання 5.**  $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: y = x^3/3, (-1 \leq x \leq 1), Ox$ .

**Завдання 8.**  $\int_0^1 dy \int_{y^{1/2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$ .

**Завдання 9.**  $y = x, y^2 = 2 - x$ .

**Завдання 10.**  $D: y \geq 0, y \leq 1, y = x, x = -\sqrt{4 - y^2}$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (3x^2 + 2y + z) dx dy dz, V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 3$ .

**Завдання 12.**  $z \geq 0, x^2 + y^2 = 9, z = y^2$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} (xy - x) dx + \frac{1}{2} x^2 dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга параболи  $y^2 = 4x$  від точки  $A(0, 0)$  до точки  $B(1, 2)$ .

**Завдання 14.**  $\oint_L (x^2 + y^2) dl$ , де  $L$  - коло  $x^2 + y^2 = 4x$ .

## ВАРІАНТ 22

### Завдання 1.

|   |  |  |   |
|---|--|--|---|
| 1. $\int \frac{\sqrt{x-2x^3+6}}{x} dx$        | 2. $\int \sqrt[3]{5-2x} dx$                      | 3. $\int \frac{dx}{1-7x}$                              | 4. $\int \sin(7x+1) dx$                   |
| 5. $\int \frac{dx}{4x^2+3}$                   | 6. $\int \frac{5x dx}{5x^2-3}$                   | 7. $\int (16^x - 1)^2 4^x dx$                          | 8. $\int (\sin 3x + \cos 3x)^2 dx$        |
| 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x+5+9}}$            | 10. $\int \arccos x dx$                          | 11. $\int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}$                 | 12. $\int x \cos(x^2+1) dx$               |
| 13. $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln^2 x}}$      | 14. $\int \frac{\sqrt[5]{e^{-2x}-1}}{e^{2x}} dx$ | 15. $\int \ln(x^2+5) dx$                               | 16. $\int \frac{dx}{x^3+27}$              |
| 17. $\int \frac{\sqrt{x+2} dx}{x+\sqrt{x+2}}$ | 18. $\int \operatorname{tg}^2 5x dx$             | 19. $\int \frac{1-\sqrt{1+x+x^2}}{x\sqrt{1+x+x^2}} dx$ | 20. $\int \frac{dx}{2 \sin x + 3 \cos x}$ |

### Завдання 2.

|   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos a \sin^3 a da$        | 2. $\int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} dx$        | 3. $\int_8^{10} \frac{(x^2+3)dx}{x^3-x^2-6x}$ |
| 4. $\int_{2\sqrt{3}}^6 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-9}}$ | 5. $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$ | 6. $\int_{3/4}^2 \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$ |

### Завдання 3.

|  |  |  |                                  |
|--|--|--|----------------------------------|
| 1. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$ | 2. $\int_0^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos 2x} dx$ | 3. $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{\pi(x^2+4x+5)}$ | 4. $\int_0^1 \frac{x dx}{1-x^4}$ |
|--|--|--|----------------------------------|

**Завдання 4.**  $y = x^2, \quad y = 2 - x^2.$

**Завдання 5.**  $y^2 = (x-1)^3$  від точки  $A(2,-1)$  до точки  $B(5,-8)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: x = \sqrt{3} \cos t, \quad y = 2 \sin t, \quad Oy.$

**Завдання 7.**  $L: 3x = y^3, \quad (0 \leq x \leq 2), \quad Oy.$

**Завдання 8.**  $\int_3^7 dx \int_{9/x}^3 f(x, y) dy.$

**Завдання 9.**  $y = x^2, \quad x + y = 2.$

**Завдання 10.**  $D: x \leq 0, \quad y = 1, \quad y = 4, \quad y = -x.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (xy - z^3) dx dy dz, \quad V: 0 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 2, \quad 0 \leq z \leq 3.$

**Завдання 12.**  $x \geq 0, \quad z \geq 0, \quad y \geq x, \quad z = 1 - x^2 - y^2.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} (xy - 1)dx + x^2 y dy$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої  $AB$ ;  
 $A(1, 0); B(0, 2)$ .

**Завдання 14.**  $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y})dl$ , де  $L_{AB}$  - дуга астроїди  $x = \cos^3 t$ ,  
 $y = \sin^3 t$  між точками  $A(1, 0)$  та  $B(0, 1)$ .

### ВАРІАНТ 23

#### Завдання 1.

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| 1. $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx$ | 2. $\int \sqrt{5 - 4x} dx$                | 3. $\int \frac{dx}{1 + 6x}$                                 | 4. $\int \cos(7x + 3) dx$                        |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 3}}$            | 6. $\int \frac{xdx}{2x^2 - 7}$            | 7. $\int \frac{\sqrt[5]{\arcsin x - 3}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ | 8. $\int \frac{dx}{3 + \sqrt{4x - 1}}$           |
| 9. $\int \frac{(\arctg 2x - 1)^2}{1 + 4x^2} dx$ | 10. $\int \frac{xdx}{x^2 + x + 1}$        | 11. $\int (2x + 1) \arctg x dx$                             | 12. $\int \frac{3x - 6}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} dx$ |
| 13. $\int \operatorname{arcctg} 2x dx$          | 14. $\int x e^{2x} dx$                    | 15. $\int \frac{xdx}{(x - 2)(x^2 - 2x + 4)}$                | 16. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 49}}$           |
| 17. $\int \frac{dx}{\sin 2x \cos^2 2x}$         | 18. $\int \operatorname{tg}^2(9x + 2) dx$ | 19. $\int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{1 - x^2}}$                 | 20. $\int \frac{dx}{3\sin x - 5\cos x + 4}$      |

#### Завдання 2.

|  |  |  |
|--|--|--|
| 1. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}$ | 2. $\int_1^2 y^2 \ln y dy$             | 3. $\int_0^1 \frac{xdx}{x^2 + 3x + 2}$               |
| 4. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2}$     | 5. $\int_0^{\pi/4} \sin 3x \cos 5x dx$ | 6. $\int_{-1/2}^0 \frac{2x - 8}{\sqrt{1 - x - x^2}}$ |

#### Завдання 3.

|                                    |  |  |   |
|------------------------------------|--|--|---|
| 1. $\int_0^3 \frac{dx}{(x - 2)^2}$ | 2. $\int_{1/2}^{\infty} \frac{16dx}{\pi(4x^2 + 4x + 5)}$ | 3. $\int_4^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}$ | 4. $\int_0^{2/3} \frac{\sqrt[3]{\ln(2 - 3x)}}{2 - 3x} dx$ |
|------------------------------------|--|--|---|

**Завдання 4.**  $y^2 = (4 - x^3), \quad x = 0$ .

**Завдання 5.**  $x = 7(t - \sin t), \quad y = 7(1 - \cos t), \quad (2\pi \leq t \leq 4\pi)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: y = 2x - x^2, \quad y = x^2, \quad Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: x = \cos t, y = 3 + \sin t, Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_0^2 dx \int_{x^2-1}^{2-x} f(x, y) dy.$

**Завдання 9.**  $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4.$

**Завдання 10.**  $D: y = 3 - x^2, y = -x.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V x^3 yz dx dy dz, V: -1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$

**Завдання 12.**  $z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, z = x^2 + y^2.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} 2xy dx + y^2 dy + z^2 dz,$  де  $L_{AB}$  - дуга одного витка

гвинтової лінії  $x = \cos t, y = \sin t, z = 2t, A(1, 0, 0)$  до точки  $B(1, 0, 4\pi).$

**Завдання 14.**  $\int_L xy dl,$  де  $L$  - контур квадрата зі сторонами  $x = \pm 1,$   
 $y = \pm 1.$

## ВАРІАНТ 24

### Завдання 1.

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1. $\int \left( \sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx$ | 2. $\int \sqrt[5]{(6-5x)^2} dx$                                   | 3. $\int \frac{dx}{2+7x}$                 | 4. $\int \sin(7-4x) dx$                    |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}$                                 | 6. $\int \frac{9x dx}{\sqrt{1-9x^2}}$                             | 7. $\int \frac{(5-\sqrt{\ln x})^2}{x} dx$ | 8. $\int \frac{\sin x dx}{1+3\cos x}$      |
| 9. $\int \frac{dx}{(x-7)\sqrt{x}}$                                 | 10. $\int (x+3)\sin 2x dx$  | 11. $\int \frac{x+2}{x^2+5x-6} dx$        | 12. $\int \frac{dx}{3-2\cos x}$            |
| 13. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+1}} dx$                       | 14. $\int \frac{(4+2\sqrt{\operatorname{ctg} x})^2}{\sin^2 x} dx$ | 15. $\int x^5 \ln \frac{x}{4} dx$         | 16. $\int \frac{dx}{x^3-3x^2+x-3}$         |
| 17. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-3}}$                               | 18. $\int \frac{dx}{2\sin x + 1}$                                 | 19. $\int \frac{dx}{x\sqrt{7x^2+2x+5}}$   | 20. $\int \frac{dx}{\sin x + 3\cos x + 5}$ |

### Завдання 2.

|   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{xdx}{\cos^2(x^2)},$ | 2. $\int_0^{\pi/8} x^2 \sin 4xdx,$                       | 3. $\int_0^1 \frac{x^4 + 3x^3 - 1}{(x+1)^2} dx,$ |
| 4. $\int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx,$             | 5. $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx,$ | 6. $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}.$       |

### Завдання 3.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ | 2. $\int_0^1 \frac{2xdx}{\sqrt{1-x^4}}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}$ | 4. $\int_{1/2}^1 \frac{\ln 2dx}{(1-x)\ln^2(1-x)}$ |
|---|---|---|---|

**Завдання 4.**  $\rho = 3 \sin 4\varphi.$

**Завдання 5.**  $y = e^{x/2} + e^{-x/2}, \quad (0 \leq x \leq 2).$

**Завдання 6.**  $\Phi: y = -x^2 + 8, \quad y = x^2, \quad Ox.$

**Завдання 7.**  $L: x = 2(t - \sin t), \quad y = 2(1 - \cos t), \quad (0 \leq t \leq 2\pi), \quad Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$

**Завдання 9.**  $y = 1 - x^2, \quad y = x^2 - 1.$

**Завдання 10.**  $D: x = 0, \quad x = -2, \quad y \geq 0, \quad y = x^2 + 4.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V xy^2 z dx dy dz, \quad V: -2 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad 0 \leq z \leq 3.$

**Завдання 12.**  $z \geq 0, \quad y = 2, \quad y = x, \quad z = x^2.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} \frac{y}{x} dx + x dy,$  де  $L_{AB}$  - дуга лінії  $y = \ln x$  від точки

$A(1, 0)$  до точки  $B(e, 1).$

**Завдання 14.**  $\int_L y^2 dl,$  де  $L$  - перша арка циклоїди

$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t.$

## ВАРІАНТ 25

### Завдання 1.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int \left( \sqrt[3]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx$ | 2. $\int \sqrt[4]{2-5x} dx$               | 3. $\int \frac{dx}{7-3x}$                                     | 4. $\int \cos(3x-7) dx$                   |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-8x^2}}$                          | 6. $\int \frac{3x dx}{9x^2+2}$            | 7. $\int \sqrt[3]{7+x^2} x dx$                                | 8. $\int \frac{\cos x dx}{1+2 \sin x}$    |
| 9. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$                           | 10. $\int (x+9) \sin x dx$                | 11. $\int \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+1}} dx$                     | 12. $\int e^{-3x^2} x dx$                 |
| 13. $\int \frac{\cos x}{3-5 \sin^2 x} dx$                   | 14. $\int \frac{\sqrt{3^x+9}}{3^{-x}} dx$ | 15. $\int (x-1) \sin 8x dx$                                   | 16. $\int \frac{x dx}{x^2-4x-12}$         |
| 17. $\int \frac{dx}{x \sqrt{49-x^2}}$                       | 18. $\int \frac{dx}{5+\cos x}$            | 19. $\int \frac{(1-\sqrt{1+x+x^2})^2}{x^2 \sqrt{1+x+x^2}} dx$ | 20. $\int \frac{dx}{2 \cos x - 3 \sin x}$ |

### Завдання 2.

|  |  |  |
|--|--|--|
| 1. $\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx$     | 2. $\int_0^\pi (x+2) \cos \frac{x}{2} dx$                      | 3. $\int_{-1}^0 \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{(x-2)^2} dx$ |
| 4. $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+3)^{3/2}}$ | 5. $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \operatorname{tg}^4 \varphi d\varphi$ | 6. $\int_6^8 \frac{dx}{x^2+2x}$                    |

### Завдання 3.

|                                     |   |   |   |
|-------------------------------------|---|---|---|
| 1. $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$ | 2. $\int_{-1}^\infty \frac{x dx}{x^2+4x+5}$ | 3. $\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}$ | 4. $\int_{1/4}^1 \frac{dx}{20x^2-9x+1}$ |
|-------------------------------------|---|---|---|

Завдання 4.  $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0.$

Завдання 5.  $x = 4 \cos^3 t, \quad y = 4 \sin^3 t.$

Завдання 6.  $\Phi: y^2 = (x+4)^3, \quad x = 0, \quad Ox.$

Завдання 7.  $L: y = \sqrt{x}$ , що відсікається прямою  $y = x, \quad Ox.$

Завдання 8.  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx.$

Завдання 9.  $y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x.$

Завдання 10.  $D: x = 0, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad (x-3)^2 + y^2 = 1.$

Завдання 11.  $\iiint_V xyz^2 dx dy dz, \quad V: 0 \leq x \leq 2, \quad -1 \leq y \leq 0, \quad 0 \leq z \leq 4.$

Завдання 12.  $z \geq 0, \quad y + z = 2, \quad x^2 + y^2 = 4.$

**Завдання 13.**  $\oint_L ydx - xdy$ , де  $L$  - дуга еліпса  $x = 3\cos t$ ,  $y = 2\sin t$ ,

що проходить в додатньому напрямку обходу.

**Завдання 14.**  $\int_{L_{ABCD}} xydl$ , де  $L_{ABCD}$  - контур трикутника з вершинами

$A(2, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 3)$ ,  $D(2, 3)$ .

## ВАРІАНТ 26

**Завдання 1.**

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| 1. $\int \frac{\sqrt[7]{x^6 - 2x^2 + 3}}{x} dx$ | 2. $\int \sqrt[3]{4 - 2x} dx$                | 3. $\int \frac{dx}{5 - 2x}$              | 4. $\int \sin(8x - 5) dx$                      |
| 5. $\int \frac{dx}{4x^2 - 3}$                   | 6. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{7x^2 - 1}}$      | 7. $\int x^3 \sqrt{4 - 3x^4} dx$         | 8. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 + 2\cos x}}$ |
| 9. $\int \frac{x+9}{\sqrt{9+x+3}} dx$           | 10. $\int x \cos(11-x) dx$                   | 11. $\int \frac{x dx}{x^2 - 7x + 13}$    | 12. $\int \arctg \sqrt{2x-1} dx$               |
| 13. $\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$       | 14. $\int \frac{3x^2+2x-1}{(x-1)^2(x+2)} dx$ | 15. $\int \sqrt[3]{1+3\sin x} \cos x dx$ | 16. $\int x \cos 3x dx$                        |
| 17. $\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$           | 18. $\int \frac{dx}{6+5\cos x}$              | 19. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x} dx$     | 20. $\int \frac{dx}{4\cos x+3\sin x}$          |

**Завдання 2.**

|  |   |  |
|--|---|--|
| 1. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$ | 2. $\int_0^1 \arctg \sqrt{x} dx$        | 3. $\int_3^5 \frac{(x^2+2)dx}{(x+1)^2(x-1)}$ |
| 4. $\int_0^{\sqrt{6}} \sqrt{6-x^2} dx$       | 5. $\int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx$ | 6. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}$         |

**Завдання 3.**

|                                  |  |  |   |
|----------------------------------|--|--|---|
| 1. $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ | 2. $\int_4^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4x+1}}$ | 3. $\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$ | 4. $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$ |
|----------------------------------|--|--|---|

**Завдання 4.**  $xy = 6$ ,  $x + y - 7 = 0$ .

**Завдання 5.**  $x = \sqrt{3t^2}$ ,  $y = t - t^3$  (петля).

**Завдання 6.**  $\Phi: y = x^3$ ,  $x = 0$ ,  $y = 8$ ,  $Oy$ .

**Завдання 7.**  $L: 3y = x^2, \quad (0 \leq x \leq 2), \quad Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_1^3 dy \int_{y^2/9}^1 f(x, y) dx.$

**Завдання 9.**  $y = x^2 + 4x, \quad x - y + 4 = 0.$

**Завдання 10.**  $D: x = \sqrt{9 - y^2}, \quad y = x, \quad y \geq 0.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + yz) dx dy dz, \quad V: 0 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 4, \quad 0 \leq z \leq 2.$

**Завдання 12.**  $y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x - y = 0, \quad 2x + y = 2, \quad 4z = y^2.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{OA}} 2xy dx - x^2 dy,$  де  $L_{OA}$  - дуга параболи  $y = x^2 / 4$  від точки  $O(0, 0)$  до точки  $A(2, 1)$ .

**Завдання 14.**  $\int_L y dl,$  де  $L$  - дуга параболи  $y^2 = 2x,$  відокремлена параболою  $x^2 = 2y.$

## ВАРІАНТ 27

### Завдання 1.

|   |  |  |   |
|---|--|--|---|
| 1. $\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1 \right) dx$ | 2. $\int \sqrt{3 - 4x} dx$                         | 3. $\int \frac{dx}{2x + 7}$                        | 4. $\int \cos(8x - 4) dx$                           |
| 5. $\int \frac{dx}{8x^2 - 9}$   | 6. $\int \frac{3x dx}{\sqrt{9x^2 + 5}}$            | 7. $\int \frac{1 + x}{1 + \sqrt{x}} dx$            | 8. $\int \sqrt{1 + 4 \sin x} \cos x dx$             |
| 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x + 1)}$                                  | 10. $\int (1 - x) \ln x dx$                        | 11. $\int \frac{(3x - 6) dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$ | 12. $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}$                |
| 13. $\int \frac{dx}{(1 + x^2) \arctg x}$                              | 14. $\int \frac{dx}{(\arccos x)^5 \sqrt{1 - x^2}}$ | 15. $\int \arccos x dx$                            | 16. $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$         |
| 17. $\int \frac{dx}{x^3 + 8}$   | 18. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$              | 19. $\int \frac{dx}{x \sqrt{16 + x^2}}$            | 20. $\int \frac{2 - \sin x + 3 \cos x}{1 + \cos x}$ |

### Завдання 2.



|   |                                      |                                     |
|---|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$    | 2. $\int_{-3}^0 (x-2) e^{-x/3} dx$   | 3. $\int_{-1}^0 \frac{xdx}{x^3-1}$  |
| 4. $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$ | 5. $\int_0^\pi \cos^4 x \sin^2 x dx$ | 6. $\int_2^3 \frac{3x-2}{x^2-4x+5}$ |

### Завдання 3.

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| 1. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$ | 2. $\int_0^\infty \frac{xdx}{4x^2+4x+5}$ | 3. $\int_1^\infty \frac{xdx}{\sqrt{16x^4-1}}$ | 4. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}$ |
|---|--|---|--|

**Завдання 4.**  $y = 2^x$ ,  $y = 2x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

**Завдання 5.**  $\rho = 5 \sin \varphi$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: x = \cos^3 t$ ,  $y = \sin^3 t$ ,  $Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: y = x^3/2$ , що відсікається прямою  $y = 3/2$ ,  $Oy$ .

**Завдання 8.**  $\int_{-1}^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$ .

**Завдання 9.**  $y = x$ ,  $y = 5x$ ,  $x = 1$ .

**Завдання 10.**  $D: x + 2y - 6 = 0$ ,  $y = x$ ,  $y \geq 0$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + y^2 - z) dx dy dz$ ,  $V: -2 \leq x \leq 0$ ,  $1 \leq y \leq 2$ ,  
 $0 \leq z \leq 5$ .

**Завдання 12.**  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ,  $2x + y = 2$ ,  $z = y^2$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{AB}} (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$ , де  $L_{AB}$  - ламана лінія

$y = |x|$  від точки  $A(-1, 1)$  до точки  $B(2, 2)$ .

**Завдання 14.**  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-y}$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої, замкнений між

точками  $A(4, 0)$  та  $B(6, 1)$ .

## ВАРІАНТ 28

**Завдання 1.**

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| 1. $\int \left( \frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6 \right) dx$ | 2. $\int \sqrt[5]{3+2x} dx$                    | 3. $\int \frac{dx}{2x+9}$                 | 4. $\int \sin(9x-1) dx$                        |
| 5. $\int \frac{dx}{4x^2+7}$   | 6. $\int \frac{2x dx}{5x^2-3}$                 | 7. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{9-2x^3}}$ | 8. $\int \frac{1-2\cos x}{\sin^2 x} dx$        |
| 9. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x+1}}$                               | 10. $\int e^{x+2} x dx$                        | 11. $\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$ | 12. $\int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x+\sqrt{x}} dx$ |
| 13. $\int x^2 \sin 4x dx$   | 14. $\int \frac{\sqrt[3]{\arctg x}}{1+x^2} dx$ | 15. $\int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx$   | 16. $\int \frac{2-\sin x}{2+\cos x} dx$        |
| 17. $\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x} dx$                                | 18. $\int \operatorname{ctg}^3 4x dx$          | 19. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}} dx$    | 20. $\int \frac{dx}{3+\cos x+\sin x}$          |

**Завдання 2.**

|  |   |  |
|--|---|--|
| 1. $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$  | 2. $\int_1^e x \ln^2 x dx$                    | 3. $\int_2^3 \frac{dx}{x^4-1}$           |
| 4. $\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}}$ | 5. $\int_0^{\pi/2} \cos x \cos 3x \cos 5x dx$ | 6. $\int_{3.5}^5 \frac{x dx}{x^2-7x+13}$ |

**Завдання 3.**

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}$ | 2. $\int_0^{\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}}$ | 4. $\int_0^{1/3} \frac{e^{3+\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ |
|--|---|--|--|

**Завдання 4.**  $x^2 = 4y, \quad y = 8/(x^2 + 4).$

**Завдання 5.**  $\rho = 5 \cos \varphi.$

**Завдання 6.**  $\Phi: 2y = x^2, \quad 2x + 2y - 3 = 0, \quad Ox.$

**Завдання 7.**  $L: x = 10(t - \sin t), \quad y = 10(1 - \cos t), \quad (0 \leq t \leq 2\pi), \quad Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_0^1 dy \int_{2y^2}^{3-y^2} f(x, y) dx.$

**Завдання 9.**  $xy = 3, \quad y = 4e^x, \quad y = 3, \quad y = 4.$

**Завдання 10.**  $D: y = -x, \quad 3x + y = 3, \quad y = 3.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + y + z^2) dx dy dz, \quad V: -1 \leq x \leq 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 2 \leq z \leq 3.$

**Завдання 12.**  $z \geq 0, x = y^2, x = 2y^2 + 1, z = 1 - y^2$ .

**Завдання 13.**  $\int_{L_{OA}} 2xydx - x^2dy + zdz$ , де  $L_{OA}$  - відрізок прямої, що з'єднує точки  $O(0, 0, 0)$  та точки  $A(2, 1, -1)$ .

**Завдання 14.**  $\int_L (x^2 + y^2)^2 dl$ , де  $L$  - перша чверть кола  $\rho = 2$ .

### ВАРІАНТ 29

#### Завдання 1.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int \left( \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5 \right) dx$ | 2. $\int \sqrt[4]{(3+5x)^3} dx$         | 3. $\int \frac{dx}{7x-3}$               | 4. $\int \cos(10x-3) dx$                        |
| 5. $\int \frac{2dx}{4+3x^2}$  | 6. $\int \frac{xdx}{3x^2-2}$            | 7. $\int \sqrt{1+\cos^2 x} \sin 2x dx$  | 8. $\int \sin \frac{x}{3} \cos \frac{2x}{3} dx$ |
| 9. $\int \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$                                    | 10. $\int x \sin(4-5x) dx$              | 11. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5x^2-2x+1}}$ | 12. $\int e^{3-5x} dx$                          |
| 13. $\int \frac{\sin x}{1-\sin x} dx$                                   | 14. $\int \frac{(2 \ln x + 3)^3}{x} dx$ | 15. $\int x^2 \ln x dx$                 | 16. $\int \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x-1)^2} dx$     |
| 17. $\int \frac{dx}{5+4 \cos x}$  | 18. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos x}$   | 19. $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2-1}}$  | 20. $\int \frac{6 \sin x + \cos x}{1 + \cos x}$ |

#### Завдання 2.

|  |   |  |
|--|---|--|
| 1. $\int_0^1 3(x^2 + x^2 e^{x^3}) dx$        | 2. $\int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx$                 | 3. $\int_2^3 \frac{x^7 dx}{1-x^4}$     |
| 4. $\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \sqrt{1-x^2} dx$ | 5. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \operatorname{ctg}^3 x dx$ | 6. $\int_3^4 \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10}$ |

#### Завдання 3.

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$ | 2. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{7dx}{(x^2-4x) \ln 5}$ | 3. $\int_1^{\infty} \frac{16xdx}{16x^4-1}$ | 4. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+9}}$ |
|--|---|--|--|

**Завдання 4.**  $y = x+1, y = \cos x, y = 0$ .

**Завдання 5.**  $\rho = 5(1 + \cos \varphi)$ .

**Завдання 6.**  $\Phi: y = x - x^2, y = 0, Ox$ .

**Завдання 7.**  $L: \rho = 2 \cos \varphi$ , полярна вісь.

**Завдання 8.**  $\int_1^2 dy \int_{y^2}^{y+2} f(x, y) dx$ .

**Завдання 9.**  $y = \frac{x^2}{2}, \quad y = \frac{1}{2}x$ .

**Завдання 10.**  $D: x \geq 0, \quad y = 1, \quad y = -1, \quad y = \log_{1/2} x$ .

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x + y^2 - 2z) dx dy dz, \quad V: 1 \leq x \leq 2, \quad -2 \leq y \leq 3, \quad 0 \leq z \leq 1$ .

**Завдання 12.**  $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad y = 3 - x, \quad z = 9 - x^2$ .

**Завдання 13.**  $\oint_L x dy - y dx$ , де  $L$  - контур трикутника з вершинами  $A(-1, 0), B(1, 0), C(0, 1)$  при додатньому напрямку обходу.

**Завдання 14.**  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої, що з'єднує точки  $A(1, 1, 1)$  та  $B(2, 2, 2)$ .

### ВАРІАНТ 30

#### Завдання 1.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. $\int \left( \frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx$ | 2. $\int \sqrt[3]{(2-x)^2} dx$                | 3. $\int \frac{dx}{6x+1}$                                 | 4. $\int \sin(9x+7) dx$                         |
| 5. $\int \frac{2dx}{\sqrt{4x^2-3}}$                                   | 6. $\int \frac{7xdx}{7x^2+1}$                 | 7. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$                     | 8. $\int \sin^3 x \sqrt{\cos x} dx$             |
| 9. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{5-3x}}$                                  | 10. $\int x \ln(x+15) dx$                     | 11. $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2-4x+5}$                      | 12. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5x^2-2x+1}}$         |
| 13. $\int \frac{3x^2+8}{x^3+4x^2+4x} dx$                              | 14. $\int x \operatorname{arctg} x dx$        | 15. $\int (2 \sin \frac{x}{2} + 3)^2 \cos \frac{x}{2} dx$ | 16. $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ |
| 17. $\int \frac{dx}{3+5 \cos x}$                                      | 18. $\int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} dx$ | 19. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+4}}$                     | 20. $\int \frac{dx}{\cos x - 3 \sin x}$         |

#### Завдання 2.

|  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ | 2. $\int_{3/2}^2 \operatorname{arctg}(2x-3) dx$ | 3. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^4+x^2}$ |
| 4. $\int_{1/\sqrt{3}}^1 \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$          | 5. $\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\cos x}$           | 6. $\int_{1/6}^2 \frac{dx}{3x^2-x+1}$     |

### Завдання 3.

|                                   |                                 |  |   |
|-----------------------------------|---------------------------------|--|---|
| 1. $\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$ | 2. $\int_0^1 \frac{xdx}{1-x^4}$ | 3. $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{16x^4+1}$ | 4. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$ |
|-----------------------------------|---------------------------------|--|---|

**Завдання 4.**  $x^3 = 2\cos^3 t, \quad y = 2\sin^3 t.$

**Завдання 5.**  $y^2 = x^3$  від точки  $A(0,0)$  до точки  $B(4,8).$

**Завдання 6.**  $\Phi: y = 2 - x^2/2, \quad x + y = 2, \quad Oy.$

**Завдання 7.**  $L: y = x^3/3, \quad (-1/2 \leq x \leq 1/2), \quad Ox.$

**Завдання 8.**  $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy.$

**Завдання 9.**  $y = \sqrt{x}/2, \quad y = 1/2x, \quad x = 16.$

**Завдання 10.**  $D: x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad y = 1, \quad x = \sqrt{4-y^2}.$

**Завдання 11.**  $\iiint_V (x-y-z) dx dy dz, \quad V: 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad -2 \leq z \leq 1.$

**Завдання 12.**  $x \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x + y = 4, \quad z = 4\sqrt{y}.$

**Завдання 13.**  $\int_{L_{ACB}} (x^2 + y) dx + (x + y^2) dy,$  де  $L_{ACB}$  - ламана  $ACB$ ;

$A(2, 0), C(5, 0), B(5, 3).$

**Завдання 14.**  $\oint_L (x-y) dl,$  де  $L$  - коло  $x^2 + y^2 = 2x.$

### Список літератури

1. *Овчинников П.П., Михайленко В.М., Яремчук Ф.П.* Вища математика. Ч.ІІ. – К.: Техніка, 2000. – 590с.
2. *Овчинников П.П., Михайленко В.М., Яремчук Ф.П.* Вища математика Ч.ІІ. –К.: Техніка, 2000. – 790с.
3. *Михайленко В.М., Федоренко Н.Д.* Математичний аналіз для економістів. – К.: Європейський ун-т, 2002. – 297 с.
4. *Журавель О.О.* Вища математика. Збірник завдань для курсових і самостійних робіт. – К.: КНУБА, 1997. – 268 с.
5. *Шестопал А.Ф.* Конспект лекцій з криволінійних поверхневих, кратних інтегралів та теорії рядів. – К.: КІБІ, 1993 – 128 с.
6. *Федоренко Н.Д., Баліна О.І., Безклубенко І.С.* та ін. Вища математика: Навчальний посібник. – К.: КНУБА, 2003 – 246 с.
7. *Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. В 3 ч. – Ч.2 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть; Под общ. ред. А.П. Рябушко.* – Минск: Выш.шк., 1991. – 352 с.
8. *Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. В 3 ч.; Ч.3 / А.П.Рябушко, В.В.Бархатов, В.В. Державец, И.Е.Юреть; Под общ. ред. А.П.Рябушко.* – Минск: Выш.шк., 1991. – 288 с.

**ДЛЯ НОТАТОК**



Навчально-методичне видання

## **ВИЩА МАТЕМАТИКА**

### **Інтегральне числення**

Методичні вказівки

до виконання індивідуальних завдань Модуля 3

для студентів спеціальностей

7.090214 "Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні  
і меліоративні машини і обладнання"

та 7.010104 "Професійне навчання. Виробництво, експлуатація та  
ремонт підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх  
і меліоративних машин і обладнання"

Укладачі: **Федоренко** Наталія Дмитрівна

**Білощицька** Світлана Василівна

**Доля** Олена Вікторівна

**Коротких** Юлія Анатоліївна

**Вольтерс** Андрій Олександрович

Комп'ютерна верстка *А.Ю. Баранової*

Підписано до друку 2007. Формат 60 × 84 <sup>1/16</sup>

Папір офсетний. Гарнітура Таймс. Друк на різнографі.

Ум. друк. арк. 3,72. Обл.-вид. арк. 4,0.

Ум. фарбовідб. 33. Тираж 75 прим. Вид. № 136/III-07. Зам. №

КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03680

E-mail: red\_isdat @ ua. fm

Віддруковано в редакційно-видавничому відділі

Київського національного університету будівництва і архітектури

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів

Видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.